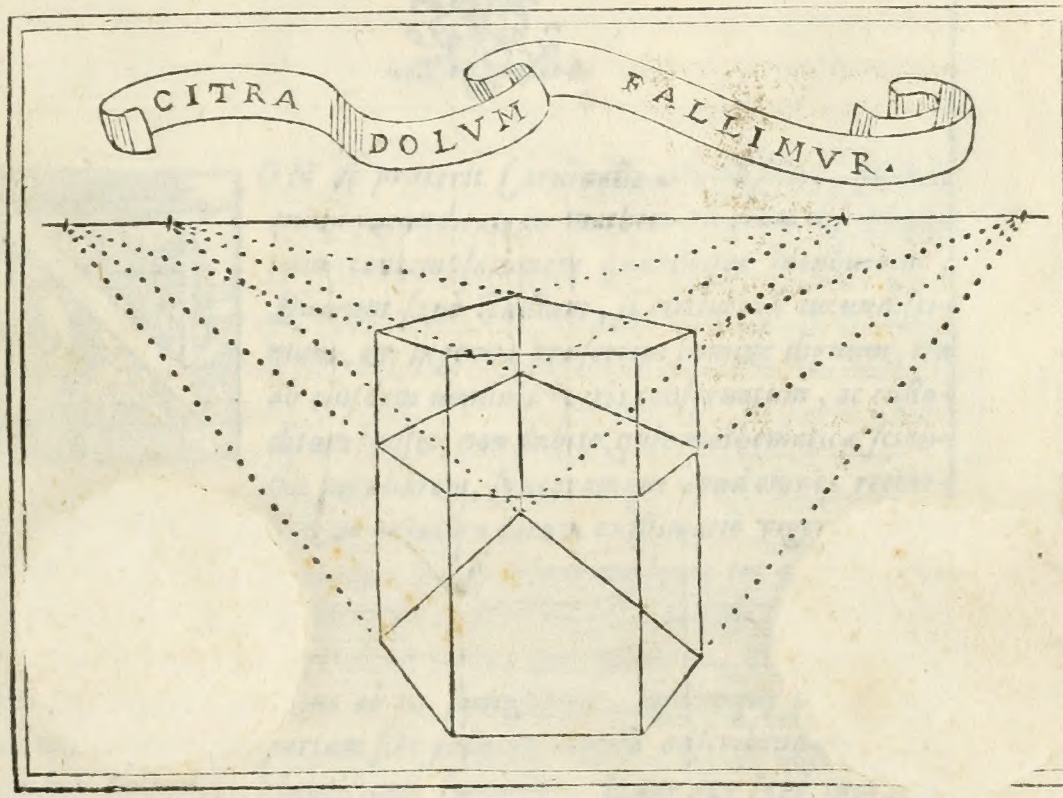
Cicognara N.° 837. (Guido)
Vol. I pag. 155.

Barberina
T. 2. pag. 500 (VBALDVS)

GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS
MONTIS
PERSPECTIVAE
LIBRI SEX.



PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam,

M. DC.

SVPERIORVM PERMISSV.

FRANC.^{CO} MARIAE S·R·E· CARDINALI A' MONTE AMPLISSIMO.

Guidus Vbaldus Frater. S. P. D.

NON te præterit Cardinalis Amplissime, quanta animi iucunditate in mathematicarum disciplinarum contemplationem quandoque incubuerim. Quarum sanè studium, si veluti est iucundissimum, & ingenuo præsertim homine dignum, ita ab eiusdem nominis viris conseruatum, ac custoditum fuisset; non dubito, quin mathematicæ scientiæ peculiarem, synceramque apud omnes retinerent dignitatem; passimque præclara earum existimatio vigeret; præsertim verò earum, è quibus, veluti vberrimo fonte tot egregia illustrium virorum emanarunt opificia, Mechanicæ nimirum, ac Perspectiuæ, præstantioresque operatiuæ artes; quæ normam, & regulam in suis construendis operibus ab iis sumpserunt, eisdemque mirabilium suorum inuentorum partam sibi palmam meritò adscribendam, acceptamque ferendam libentissimè fatentur. Hanc ego sæpe tam grauem harum disciplinarum miseratus iacturam, non exiguum illi operæprecium constitutum fore arbitratus sum, quæ restituendis, ac renouandis hisce disciplinis impenderetur. Quam sanè prouinciam tametsi longè difficiliorem, quàm vt viribus meis sustinerem, semper duxerim; aggredi tamen non sum veritus, sublimium mathematicarum scientiarum auxilio fretus; in quibus tanquam in radice harum disciplinarum fæcundissima semina probè latitare cognouerim; sanè *quæ si inde excerpta in latum, spaciosumque praxeos campum disseminata fuerint, facilè fore confisus sum, vt copiosa eius generis theorematum propagaretur soboles ad quamplurima egregia opificia elaboranda valde oportuna. Quocirca cùm aliquam in iis, quæ ad mechanicam facultatem spectarent, iam præstitissem operam, conuersus postmodum ad inuestigandam rationem eorum, quæ secus atque sunt, sese nobis conspicienda offerunt, huiusmodi nonnullorum speculationem pariter, & praxim meditatus sum: argumentum haudquaquam (ni fallor) ingratum euasurum; cùm præsertim de rebus nobilissimo, sensuumque omnium dilectissimo visui nempe expositis sermo habendus sit; & causæ admirandorum spectabilium ei obiectorum inuestigandæ proponantur: opus sanè non vulgarium hominum, nec satis hactenus perspectum: quandoquidem à veteribus mathematicis nihil propemodum huius generis argumenti emanasse constat (loquor autem de ea perspectiuæ parte, quæ à Græcis Scenographice nuncupatur) qui verò ex recentioribus in hunc eundemmet scopum aciem intenderunt, præterquam quòd tenuuia quædam tantummodo attigerunt, nequaquam collineasse videntur. Horum itaque multiplicem, & variam spectabilium apparentiam quo pacto in proprias singulorum causas referre, ac resoluere oporteat, quauè ratione praxes è propriis deducantur theoriis, præsenti opere explicare, ac patefacere tentaui; illudque in lucem prodire permisi sub tutissimo Amplitudinis tuæ patrocinio, cui potissimùm dedicatum, & consecratum volui; vt aliquam singularis in te meæ obseruantiæ, ac venerationis testificationem ederem; & beneficiorum in me, familiamq; meam à te liberalissimè cumulatorum testimonium qualecunque illud foret, certè saltem extaret. Neque dubito munusculum istud in deliciis tibi futurum; tum ob argumentum ipsum, quippe quod te egregium harum rerum æstimatorem facilè alliciet, tum scriptoris nomine, & fraternitatis necessitudine coniunctissimi, ac tui amantissimi, & obsequentissimi. Quare tam benignis astris in tuum conspectum idipsum accessurum opto, vt quantum mea tenuitas tuæ illi adimeret gratiæ, tantum tua benignitas addere valeat; illiusque intuitu aliquo iucunditatis sale tuus aspergatur animus; quem faustum semper, atque fœlicem Deus Optimus Maximus longæuum conseruet. Vale.*

GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS

PERSPECTIVAE LIBER PRIMVS.

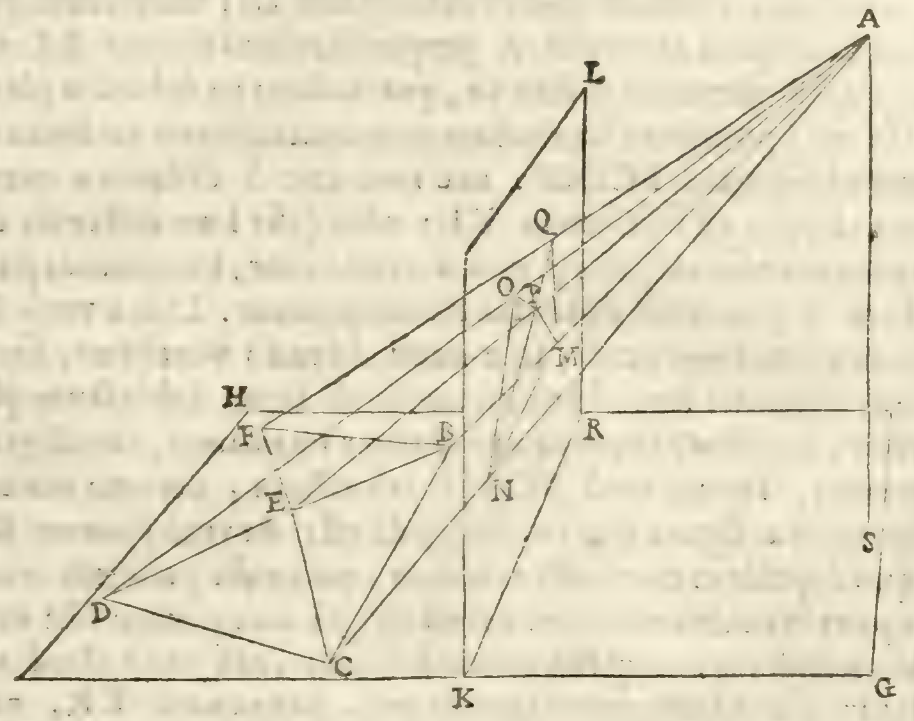
ARCHITECTVRAM, atque picturam reliquas omnes anteire artes, quę citra manuum vsum sola ingeniorum applicatione, atque solertia, quod intendunt, moliri, ac perficere nequeunt (quæ propterea Mechanicæ appellantur) nemini certè egregia earum opera consideranti, ambigendum censeo. Enimuero si varias, longeq; præstantes humano generi ex architectura allatas quis spectauerit vtilitates, & commoditates, facilè illi principatum concedet. Hæc enim principio vagos homines tectorum, parietumq; commoditate, & necessitate congregauit, vnáq; continuit: horum beneficio à nimio solis æstu se defendentes, mordentia frigora repellentes, sæuasq; tempestates arcentes, à quibus sine habitationibus, & receptaculis (nisi talparum more subterranea sibi foderent cubicula) nequaquam se tutari possent; quæ sanè corporum tuendorum necessitudo, communium, propriarumq; vtilitatum deinceps quasi parens fuisse videtur: vnde à pauperculis, & angustis tuguriolis ad domunculas, ab his ad ædes capaciores, ab ædibus ad vicos, à vicis ad oppida, ad magnasq; denique vrbes progressum est. Cuius prӕterea artis inuenta esse dicuntur, machinæ, tormenta, propugnacula, vehicula, thermæ, aquæductus, trophæa, delubra, & alia quàm plurima ad valetudinis curationem, ad religionis exercitationem, ad posteritatis fructum non mediocriter pertinentia, & oportuna: vt meritò architectura pulcherrimo eius artificio, & magnificentia summoperè celebranda sit, atque colenda. Pictura quinetiam admirabilis valdè apparet; cùm in superficie corpora formare, & quasi sculpere tentet, & ausit; idq; egregiè adeo præstat, & efficit; vt omnium aliarum artium, quæ in repræsentando versantur, sit nobilissima. Harum autem vtriusque propria dignitas, atque præstantia mathematicis disciplinis, potissimùm verò perspectiuæ ferri debet accepta. Cùm enim præcipuæ partes, in quibus tota pictura versatur, vt à peritissimis viris traditum est tres esse dicantur; nimirum delineatio, vmbra, & colores; duabus tamen prioribus (quæ quidem non nisi ex perspectiua oriuntur) tanquam proprio artis fundamento innititur; quarum ope non solùm effigiem rerum animatarum, aut inanimatarum, vt sunt, verùm etiam mentis affectus, animaliumque (vt ita dicam) voces, insuper temporum, & locorum successiones, distantiasquè vnà clarissimè exprimit; quod sanè, neque cælandi, neque sculpendi ars, neque ea, quæ plastice vocatur, vnquam efficiet. Architectura pariter, cùm & ipsa partes quasdam habeat peculiares, ex quibus integra constituitur, sexq; illæ dicantur esse: nempe ordinatio, dispositio, eurythmia, symetria, decor, distributio siue æconomia; dispositionis autem (alijs interim omissis) tres perhibentur species: Ichnographia, quæ est formæ in plano descriptio: Orthographia, quæ est erectæ frontis imago operis faciem ostendens: Sciographia, seu Scenographia, quæ est frontium compositio per apparentiam linearum tanquam in vnum concurrentium. Ex his quantùm vtraque ipsarum perspectiuæ deferre debeat, satis superq; conspicuum esse potest: quandoquidem ex huius imperitia hæ artes cum multa lucis, ac nobilitatis suæ imminutione remanserint. Harum ita status retinendi, ac dignitatis conseruandæ gratia, vt eius scientiæ, vnde nobilissimæ hæ duæ artes suum accipiunt splendorem, notitia haberi possit facilior, & expeditior, iucundissimam placuit sumere contemplationem nonnullorum theorematum de genere spectabilium, & omnino visibilium aspectui nostro variè sese offerentium; eorumq; præsertim, quæ ad scenographices praxim maximè conducunt: quod certè negocium, quamquam à peritissimis viris pertractatum fuerit, & à non nullis integra edita fuerint volumina, tentare tamen sum au sus aliqua in medium afferre fortè non iniucunda, & ea so lidis adeò rationibus (quod ab alijs omissum videtur) comprobare, vt praxes, veluti è fonte riuuli, scaturire, & manare videantur.

Vt autem muneris à me suscepti negotium aliquantò fœliciùs in aliorum gratiam cedat, oportunum fore duxi, nonnulla præter communem eorum sententiam, qui circa huiusmodi materiam versari consueuerunt, veluti prælibanda præponere, tum notitiæ afferendæ, tum ambiguitatis tollendæ gratia. Hoc namque in primis præcognitum esse cupio, proprium, ac peculiare obiectum scientiæ perspectiuæ nequaquam à subiecto geometriæ, cui subalternatur, diuersum esse: quinimo corpora, superficies, lineæ, atque puncta à perspectiuo considerata germanam geometrici obiecti naturam, atque considerationem concernere. Quòd quamuis linea latitudinis, punctumq; sit partium expers; asserimus tamen vtrumque videri: non quidem, vt vulgari fertur ratione, vt non intelligatur punctum mathematicum, sed paruum, & exiguum quid instar pũcti: veluti quoque intelligenda sit linea subtilissima, non autem mathematica. Sicut enim corpus mathematicum, itidemq; superficiem, ita lineam, punctumq; mathematicum in propriam adducit perspectiua contemplationem: quæ tamen omnia non tanquam nuda, ac pura geometrica considerat; sed quadam adiectione facta, vt ea ratione multiplicem spectabilium apparentiam doceat, ac manifestet; propterea accipit, atque supponit superficiem, lineam, atque punctum videri: non quasi colorata quædam visus obiecta; sed tanquam ex illorum variâ inter se dispositione, varij, ac diuersi anguli emergunt, diuersam visibilium effigiem ostendentes. Si enim lineam aliquam habere latitudinem conciperemus; tota hæc destrueretur scientia: in qua nos datum angulum visualem in infinitum diuidere posse opus est: veluti quoque quamlibet obiecti figuram infinitæ diuisioni subiacere necesse est. quod vtique fieri omnino non posset, nisi lineæ mathematicè essent asſumptæ, nempe omni prorſus latitudine carentes: vnde ſequitur, viſibilia puncta eſſe quoque mathematica: puncta enim lineæ termini exiſtunt. Cùm præterea neque demonſtrari poſſet varia corporum, atque ſuperficierum apparentia; niſi lineæ, punctaq; viſualia proprio fungerentur officio terminos conſtituendi; & veluti extrema quædam, vnde viſuales radij ortum ſumant. Ex his etiam liquet, quid nomine ſpeciei viſibilis intelligendum ſit: eſt enim apparentia conſurgens ex radijs viſualibus, quippe qui tanquam rectæ lineæ à terminis obiecti ſpectabilis prodeuntes, ad oculum pertingunt. quicquid enim perſpectiua facultas oculo conſpiciendum proponit, & offert, illi radijs obijcit viſualibus pyramidalem, ſiue conicam figuram conſtituentibus, aciemq; in ſphærico viſionis organo terminantibus: quorum longitudine maiori, vel minori, propinqua, & remota oritur inter obiectum, & viſum diſtantia, quæ quidem apud perſpectiuos eſt ſimplex quædam longitudo. Hac namque ratione figurata quæcunque ex vario linearum ductu, vnde diuerſæ prodeunt effigies, vt quanta geometrica perſpectiuæ ſubijciuntur contemplationi, illiq; optimè conuenire dicuntur.

De varia igitur viſibilium apparentia, & de eo videndi modo, qui arte quadam viſum decipere videtur, quamuis mathematicis demonſtrationibus, quæ falli non poſſunt, fallax omnis tollatur apparentia, ſermonem facturus; & de ſingulis demonſtrationes allaturus, inde initium facere placuit, vt in primis conſtet, quo pacto in data ſectione figuram deſcribere poſſimus, quæ propoſitum obiectum, vt in ipſa ſectione apparet, referat, atque repræſentet; veluti ex præſenti, omnibusq; nota delineatione ſatis conſpicuum eſſe poterit.

Sit oculus A, obiectum verò, nempè id, quod ſpectatur, ſit primùm figura plana BCDEF; quæ ſit in aliquo plano, putà GH. radij autem viſuales, qui ab obiecto, hoc eſt ab hac figura ad oculum perueniunt, ſint BA CA DA EA FA, qui pyramidem conſtituunt; cuius baſis eſt BCDEF, vertex verò A in oculo. Secentur hi viſuales radij plano quopiam KL; quod quidem lineam BA ſecet in M, CA verò in N, DA in O, EA in P, & FA in Q; iungantúrq; MN NO OP PQ QM. primùm quidem MN ap-

paret



paret ipſi BC æqualis; quoniam ambo ſub eodem angulo BAC ſpectantur. Ob eandemq́; rationem NO æqualis apparet ipſi CD, propter angulum CAD, & ita in alijs: hoc eſt OP ipſi DE, PQ ipſi EF, & QM ipſi FB æqualis apparet. Præterea figura MNOPQ figuræ BCDEF apparet æqualis: nam ductis lineis BE MP, linea MP apparebit æqualis ipſi BE; cùm ſint in eodem angulo BAE. lineæ verò MQ QP ipſis BF FE apparent æquales; triangulum igitur MQP triangulo BEF apparet æquale. ſimiliter iunctis NP CE oſtendetur triangulum NCP ipſi CDE, triangulum verò MPN triangulo BCE æquale apparere. Quocirca tota figura MNOPQ figuræ BCDEF æqualis apparet. ergo repræſentat figura MNOPQ in ſectione KL figuram BCDEF oculo A. *Def. Eucl. perſpectiuæ.*

In hoc igitur decipitur ſenſus viſus; quandoquidem figura MNOPQ oculo A ipſi figuræ BCDEF apparet æqualis; cùm ſit tamen multo minor.

Cæterum pro faciliori eorum, quæ dicenda ſunt intelligentia; quoniam ſæpè ſæpius quorundam habenda erit mentio; horum in primis familiaris acceptio aperienda, & expli-

[illegible]nda erit. Primùm itaque intelligatur GH subiectum planum, in quod ab oculo A perpendicularis feratur AS: erit vtique S terminus distantiæ, quæ scilicet in subiecto plano GH est à puncto infra oculum perpendiculariter existenti vsque ad figuram BCDEF: nec non erit S distantiæ terminus ab ipso ad sectionem KL: cùmq; sit hæc distantia cognitu necessaria, pro ijs, quæ dicenda sunt, huiusmodi punctum S punctum distantiæ nuncupabitur. Linea verò SA linea altitudinis oculi, siue oculi altitudo vocabitur; siquidem ostendit hæc altitudinem oculi supra subiectum planum, cui semper perpendiculariter imminere, intelligere oportet. Figura verò BCDEF obiectum, necnon obiecti figura, siue figura visa intelligenda est. At verò planum KL (quod quidem nonnulli tabulam, nonnulli parietem nuncupant) vocabitur sectio: veluti res ipsa hoc nomen sibi vendicare videtur: nomine autem sectionis, nisi quid aliud addatur, plana sectio intelligenda erit. Linea verò KR, quæ est communis sectio sectionis KL, & subiecti plani GH; nuncupabitur linea sectionis. Figura verò MNOPQ apparens figura; nec non figura in sectione vocabitur.

His ita constitutis multò adhuc maior deceptio in visione contingere videtur, si obiectum fuerit corpus aliquod, vt BCDEFG: figura verò in sectione apparens sit HPIMNO: ita vt figura plana in sectione obiecto corpori æqualis appareat. quod quidem eodem prorsus modo ostendetur, ducendo scilicet visuales radios BHA CPA DIA, &c.

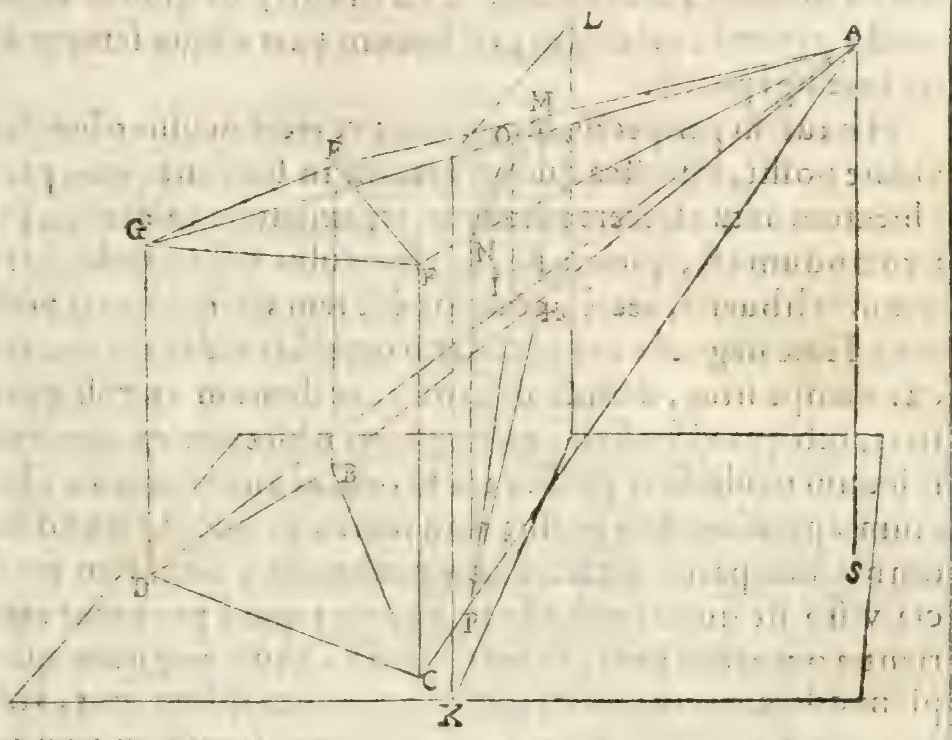
Ex his perspicuum est si obiectum fuerit recta linea, id etiam, quod in sectione apparet, rectam lineam esse.

Vt si obiectum est recta linea FC, quam in sectione ostendit NP. Quoniam enim planum est AFC; itidemq; KL

2. vndecimi. sectio est plana, & est NP in plano AFC, & in plano sectio-

3. vndecimi. nis KL, erit sanè NP vtrorumq; planorum communis sectio recta linea.

Hic verò ambigendum obiter occurrit, an sit omnino verum (vt passim fertur) in visione semper fieri pyramidem, vel conum, cuius basis sit obiectum, vertex verò in oculo. nam basim esse figuram planam semper oporteret; cùm tamen in



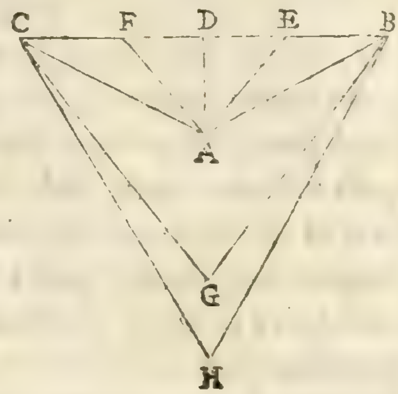
proximè propoſito exemplo viſuales radij non à figura plana, ſed à figura corporea prodeant; atque ideo cùm baſis non ſit plana, non habebitur pyramis, vel conus. Attamen quamuis baſis non ſit plana, quia tamen conſiderantur viſuales radij, qui in oculo, tanquam in vertice coeunt; ideo baſis quæcunque pro baſi coni, vel pyramidis accipi conuenienter poteſt. Deinde verò ſi accipiamus plana, quæ corpus terminant, multas pyramides conſpiciemus; vt pyramis, cuius baſis eſt BCFE, vertex verò A: ſimiliter alia quoque pyramis eſt, cuius baſis eſt FGE, vertexq; A; & ſimiliter aliæ. Sed quid dicendum erit, ſi baſis hoc eſt obiectum fuerit ſphæra? in hoc quoque caſu poteſt intelligi conus, cuius baſis erit circulus in ſphæra eam partem terminans, quæ ſpectatur, vertex verò in oculo. Similiter ſi baſis eſſet ellipſis, tunc viſuales radij portionem coni efficient, cuius baſis eſt ellipſis, vertex autem in oculo. Quòd autem hæc ſit pars coni, ex Apollonio, & ex octaua, nonaq; Archimedis propoſitione de conoidibus, & ſphæroidibus patet. Similiter ſi daretur baſis pluribus portionibus circuli compoſita, plures etiam coni portio-

nes

nes ad oculum peruenirent; & ita in alijs; in quibus aliquo modo pyrami, vel conus, vel horum pars aliqua semper fieri, intelligi potest.

His autem perspectis, & cognitis; vt rectè oculus obiectum videre possit, vt postea quò ad praxim in sectione, quo pacto obiectum actu aspicere placuerit, repræsentare valeamus, perscrutandum est, quomodo, & vbi oculus collocandus sit: vt quando libuerit, rectè, concinnèq; rem visam intueri possimus. Huic negocio tria necessariò requisita videntur spectanda: nempe situs, deinde distantia, ac demum anguli quantitas, sub qua visio fieri contingit: vt obiectum ex toto conspicuum oculo fieri possit; ita vt oculus vnico intuitu obiectum appræhendere possit; non tamen vt ipsum secundùm omnes suas partes perfectè compræhendat; siquidem perfecta visio fit quodammodo in puncto; quod probatur experientia omnibus nota; sicuti quando aliquis exiguum quidpiam diligenter inquirit, quæcunque circa ipsum sunt, videre contingit, id ipsum verò, quod quærit, interdum non cernitur. quod vtique accidit, quia visio perfecta ex media oritur pupilla; quippe quæ ad id, quod quæritur, non se conuertit exactè. Cùm igitur dicimus visum rectè appræhendere obiectum secundùm totum, intelligimus id tunc contingere, quando in tali distantia collocatur oculus, vt obiectum absque oculi motu appræhendi possit; quamuis oculus totum obiectum perfectè minimè videat.

Hæc autem obiecti appræhensio ex corporatura, & structura oculi inuestiganda videtur. propterea peritissimi viri ad Anatomiam confugerunt; & pariter conuenientes, & admittentes oculum esse sphæricum, nonnulli asseruerunt pupillam esse ferè quartam partem sphæræ: alij verò paulò adhuc minorem (quamuis non defuerunt nonnulli pupillam quartam esse partem sphæræ asserentes) concluserunt q; visionem fieri in cẽtro pupillæ; integramq; totius obiecti appræhensionem fieri sub angulo propemodum recto. Vnde tanquam ab omnibus ferè receptum fertur, visionem fieri sub angulo acuto. quod vtique non est ita intelligendum, si A fuerit oculus, sitq; obiectum BC, ductisq; visualibus radijs BA CA, constituaturq; BAC angulus obtusus, vt oculus A totum obiectum

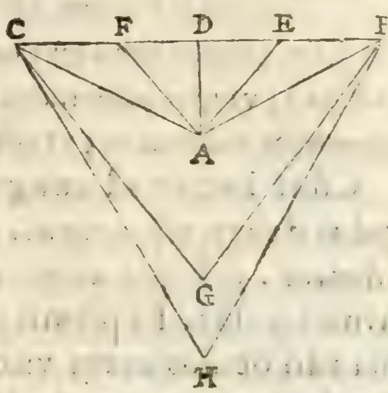


BC videre non possit, cùm modò ad C, modò ad B se conuertere possit. Sed ita intelligendum est, nempe quòd ducta AD perpendiculari ipsi BC, æqualiterq; ex vtraque parte sumantur DE DF, ita vt visuales radij EA FA angulum contineant acutum EAF: tunc obiectum EF dicetur rectè comprehendi ab oculo A: quamuis ab oculo perfectiùs spectetur punctum D, minùs verò perfectè EF. videntur tamen EF, quia radij EA FA ad pupillam pertingunt; & ad centrum oculi perueniunt. idcirco dum oculus videt obiectum EF, id videt absque vlla sui mutatione; dumq; immotus manet, radij BA CA erunt extra pupillam: quare si oculus cernere voluerit puncta BC, oportebit, vt se conuertat modò ad B, modò ad C. Vnde hoc modo tres potiùs erunt visiones, quàm vna; vel saltem duæ propter angulos BAD DAC acutos, quibus obiectum videri potest. & ob id statuunt, visionem fieri non posse nisi sub angulo acuto. quibus quidem rationibus communem videntur firmare sententiam, supponentes propter sphæricitatem oculi visionem fieri in centro pupillæ: Quod tamen non videtur verum; & in hac parte Aristoteli potiùs adhærendum videtur: re ipsa namque probè perspecta, virtus visiua non erit omnino in centro pupillæ constituenda; quippe quod immaginarium fortasse videtur: sed virtus visiua in ipsa residet pupilla: vt experientia similium rerum magistra facilè docere potest. Veluti si oculus A perfectè respicit D, ita vt DA per medium pupillæ transeat (quod axis visus nuncupatur) maneatq; oculus ita immotus, vt in neutram partem voluatur: deinde in linea notentur puncta extrema, quæ oculo se offerunt, sintq; BC; apparebit, ductis BA AC lineis, angulum BAC obtusum esse, non autem acutum: veluti vnicuique satis compertum esse potest. in præsentia autem (vt diximus) de quacunque visione indifferenter loquimur. itaque quamuis perfectè ab oculo videatur D, minùs verò perfectè EF, & adhuc minùs ita vt vix videantur BC; fat eft, quòd puncta BC videntur. quare hinc perfpicuum eft, vifionem fieri poffe fub angulo etiam valdè obtufo; quod eft fortaffe contra communem perfpectiuorum fententiam. hoc autem ideo euenit; quia vifuales radij BA CA ad pupillam pertingere poffunt, in qua fit vifio; quamuis dicti radij ad centrum pupillę pertingere nequeant. quòd autem radij BA CA ad pupillam peruenire poffint, in caufa eft rotunditas oculi, nec non pupillæ, quæ cùm fit (vt ita dicam) in medio oculi, & valde promineat, propterea ob eius fitum ad ipfam ex vtraque parte vifuales radij obliquè pertingere poffunt; vifioq; aliquo modo fieri contingit. quod propterea factum à diuina difpofitione exiftimandum eft; vt dum oculus aliquid perfectè fecundùm axem vifus intuetur; quando ipfi dextrorfum, fiue finiftrorfum aliquid aliud fefe offert, hoc ipfum quoque cernere poffit; quoniam autem hoc imperfectè videt, ftatim pupillam vergit (quod propter oculi fphæricitatem, & ob eius facilem vertibilitatem faciIlimè fit) vt hoc quoque perfectè videre valeat. hac quoque ratione multas, ac penè infinitas res oculus fæpè videt, quas quidem minùs cerneret, fi tantùm videre poffet, quæ fub angulo acuto (vt aiunt) illi offerri poffent.

Determinare autem quantitatem huius obtufi anguli, fub quo vifio contingere poffit, admodum difficile apparet; & videtur omnino fieri non poffe, propter oculorum interfe inæqualitatem; fiquidem & maiores reperiuntur, & minores in aliquibus, & etiam parui admodum, & exigui; nonnulliq; ex maioribus valde prominentes, habentesq; pupillam magnam; in quibus contingere poteft, fub maiori angulo vifionem fieri poffe, quàm in alijs, qui parui funt, & introrfum fituati, atque reconditi; quamuis fæpè contingat eos perfpicaciorem habere intuitus aciem, quàm qui magnos habent oculos.

Cæterùm quamuis oculus in A videre poffit totum obiectum BC, dum axis eft tantummodo AD, fiquidem tunc partes, quæ funt ipfis BC proximæ, vix & imperfectiffimè videt; ideo vt oculus rectè, concinnèq; totum obiectum

femper



semper intueri possit, in ea distantia à BC collocandus erit, vt quando suo axe videt aliquam partem obiecti, tunc reliquæ quoque eius conspectui sint præsentes. Vt oculo existente in G, si oculus vergit suum axem ad C, tunc videat quoque B; & si oculus axem vergit ad B, tunc & ipsum quoque C videre possit; ita vt visio ipsius BC fieri possit medietate pupillæ. Vnde angulus BGC erit medietas totius anguli, sub quo fieri potest visio secundùm totam pupillam; dimidium autem cuiuslibet anguli rectilinei est angulus acutus, erit igitur BGC angulus acutus, atque hac ratione oculus in G vnico intuitu semper videbit obiectum BC; quod non contingit existente oculo in A. nam si oculus in A vergit suum axem in C; tunc nullo modo videbit ipsum B; quia si quando axis est AD, tunc vix videt ipsum B; igitur quando axis erit AC, tunc vix videbit D; vnde B videri non poterit. vt igitur totum obiectum ab oculo semper spectari possit, oportet, vt angulus visionis sit acutus; & quò magis fuerit acutus, eò meliùs, perfectiùsq; totum simul obiectum aspiciet; vt si oculus fuerit in H; cùm angulus BHC minor sit BGC; dum oculus suum vergit axem ad B, meliùs videbit ipsum C radio CH, quàm existente in G radio GC, dum scilicet suo axe videt B; quia dum oculus est in H; dumq; habet axem ad B, tunc radius CH proximior est axi BH, quàm sit radius CG axi BG oculo existente in G. quò enim res visa spectatur radijs axi proximioribus, eò meliùs aspicitur. quare oculus meliùs videbit obiectum in H, quàm in G (dummodo in vtroque situ oculus obiectum rectè aspicere possit) vnde ob id contingit quoque obiectum meliùs spectari ab eodem oculo in eodem situ existente, vt in H, dum axe respicit partes obiecti medias; vt potè quæ sunt circa D; quàm quando oculus axe videt obiecti partes extremas, vt BC. nam quando axis dirigitur ad D, tunc obiecti extremitates radijs videntur axi proximioribus, quàm axe vel in B, vel in C existente: vt 21. primi.

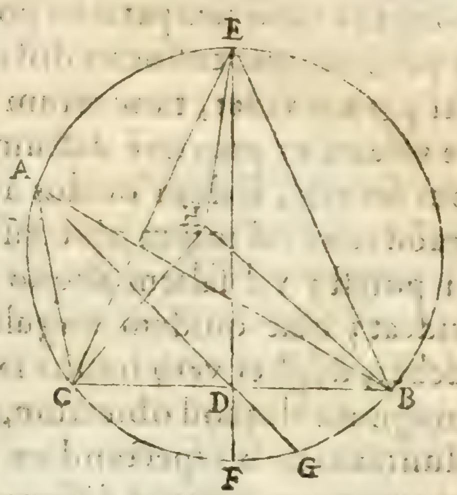
ex dictis perspicuum est. Visionem igitur fieri debere sub angulo acuto libenter cum alijs admittimus, non tamen necessariò (vt ipsi affirmant) sed propter congruentiorem, melioremq; visionem; vt ostendimus.

Cùm itaque ad congruam visionem constituendam angulus debeat esse acutus, non erit alienum à proposito considerare, sub qua acuti anguli quantitate visio rectè determinari possit. In primis itaque si angulus fuerit ferè rectus, quando oculus axem visus habuerit, vt in B, tunc ipsum C vel non videret, vel adeò imperfectè videret, vt idem esset, ac si ipsum C non cerneret: quod quidem ex dictis manifestum est. quare sub hoc angulo congrua semper visio fieri non potest; quamuis oculus, si axe medium D aspexerit, obiectum BC recto quoque angulo rectè videre posset. similiterq; si angulus fuerit acutissimus, non est dubium visionem fieri confusam: quod vtique continget, aut propter nimiam obiecti paruitatem, aut propter maximam eiusdem ab oculo distantiam. vnde fit, vt visuales radij ob nimiam inter se propinquitatem inuicem discerni nequeant, sed omnes simul, ac si vnus ferè tantùm esset, appareant, & videantur (nunc enim de visione in actu sermonem facimus) propterea nonnulli ostendere conati sunt, visionem non posse fieri sub angulo contactus; qui continetur circuli circunferentia, rectaq; linea circulum contingente: ea ratione adducti, quòd angulus contactus minor est omnibus acutis angulis rectilineis. quorum certè diligentia etiam mediocriter eruditis superuacanea meritò videri poterit. Nam si visio fit secundùm radios rectos, qui sunt tanquam rectæ lineæ, cur dubium visionem fieri non posse sub angulo contactus ex recta linea, & circuli circunferentia constituto? non enim potest visualis radius esse curuus. In determinanda itaque visualis anguli præcisa quantitate, cùm sit de numero eorum, quæ vix determinari, ac demonstrari possint; imo eorum, quæ fieri nequeant: non est, quòd quis conetur. nam continget aliquando, vt necessarium sit obiectum aspicere sub angulo obtuso; idq; non propter aliquod impedimentum, sed propter visionem eo modo, & non aliter necessariò fieri possibilem. non enim in quibuscunque visionibus

16. tertii.

congrua visio semper fieri potest; ita scilicet, vt oculus in tali possit semper collocari distantia, vt dum axe aliquam obiecti partem videt, tunc totum quoque obiectum semper videre valeat; vt proximè dictum est. nam in aliquibus visionibus sat erit, si dum oculus axe videt partes medias obiecti, quòd tunc vel totum obiectū videat sub angulo acuto, si fieri potest; vel saltem aliquo modo sub quocunque angulo videat; quæ quidem anguli quantitas ex obiecto inueniri debet; duplici verò habita ratione; quia si oculo sese offerat magnum aliquod obiectum, tunc vel totum ipsum obiectum duntaxat nobis spectandum proponimus, vel simul cum toto eius quoque partes discernere volumus. quòd si totum ipsum tantùm aspiciendum absque consideratione partium, sumpserimus, tunc longo seposito interuallo obiectum cernere poterimus; idq; fieri continget sub angulo etiam valde acuto, sed tunc partes vmbilico ipsius obiecti propinquiores cerni minimè poterunt propter paruam ipsarum partium quantitatem, quas ab oculo magis, quàm par sit, distare contingit. Quòd si totum obiectum cum suis partibus omnibus videre voluerimus, tunc oculus propè obiectum ita collocandus erit, vt in aliqua visione omnes partes discerni possint; & quamuis altera pars fortasse meliùs, quàm altera, videri contingat, nihil refert; sat enim est omnes partes conspici posse. quòd si hæc visio fieri potest angulo acuto, apposita erit visio; sin minùs, fiet angulo vel recto, vel obtuso. Quando igitur obiectum mediocris magnitudinis commodè aspicere possumus, & angulo obtuso, & recto, & acuto; tunc angulo acuto meliùs id perspiciemus, quàm cæteris angulis; eóq; perfectiùs videbitur obiectum angulo magis acuto, quàm minùs acuto propter directiores visuales radios; vt potè axi ipsius visus propinquiores; vt ostendimus. dummodo tamen non sit angulus adeò acutus, vt ex nimia radiorum visualium inuicem approximatione confusio potiùs, quàm visio fiat. Obiectum enim in proportionata distantia existere debet.

His cognitis, vt adhuc exquisitiùs, perfectiùsq; obiectum aspicere possimus, summopere obseruandus est situs, in quo



collocandus ſit oculus, vt ſub angulo conuenienti obiectum, quantum fieri poſſit, perfectè cernatur. Nam poſito, quòd obiectum BC commodè videatur ſub aliquo acuto angulo, vt BAC; deſcribatur circa triangulum BAC circulus; diuidaturq; BC bifariam in D; ipſiq; BC perpendicularis ducatur EDF; iunganturq; BE CE. Quoniam igitur angulus BAC eſt æqualis BEC, in vtroque ſitu A E obiectum BC æquale apparebit: oculo ſcilicet, tam in A exiſtenti, quàm in E. ſiquidem, quæ ſub æqualibus angulis videntur, æqualia apparent. quare videtur, vt oculus in A exiſtens adeò exquiſitè, & perfectè aſpicere poſſit obiectum BC, ac ſi exiſtat in E: quinnimò in A exquiſitiùs propter propinquitatem, quàm in E. quandoquidem propinquius eſt punctum A ipſi BC, quàm E. Res tamen aliter ſe habet; etenim ex E exquiſitiùs videtur obiectum BC, quàm ex A. Ducta enim ADG, quæ circulum ſecet in G: quoniam circunferentiæ BF FC ſunt æquales, erit BG minor GC. ac propterea cùm ſit angulus BAG minor angulo GAC, angulo autem BAG videtur BD, anguloq; GAC videtur DC, minor apparebit BD, quàm DC: quæ tamen BD DC interſe ſunt æquales. Intelligatur autem oculus in E; quoniam angulus BED æqualis eſt angulo DEC, æqualis apparebit BD ipſi DC. partes igitur vtrinque obiecti BC oculo in E exiſtenti apparent, vt ſunt; quod non contingit oculo in A exiſtenti. Deinde quando oculus eſt in A, tunc patet obiectum BC videri radijs ferè obliquioribus, quàm quando oculus in E reperitur. Præterea ſi intelligatur BC eſſe horizonti æquidiſtans: ſit verò planum circuli BCE horizonti inclinatum, ſintq; puncta AE ab horizonte altiora, quàm BC; oculo in A exiſtenti apparebit BC ex parte B ſiniſtrorſum tendere, propter radios DA BA. deinde ipſamet BC ſurſum quoque tendere ex parte

21. tertii.

Def. Eucl. perſpectiuæ.

Ex 27. tertii.

B appa-

B apparebit. vt Euclides in perſpectiua propoſitionibus decima, & duodecima demonſtrauit. oculo autem exiſtente in E, obiectum BC, tam dextrorſum, quàm ſiniſtrorſum tendere apparebit. nam propter æquales angulos BED DEC, ac propter radios BE CE æquales, puncta BC æqualiter diſtare ab oculo videbuntur; vt ſunt. At verò intelligatur per BC planum horizonti æquidiſtans, cui ad angulos rectos ducatur EH; iunganturq; HB HC: erunt ſanè plana BEH CEH plano BHC erecta. & quoniam triangulorum EBH ECH duo latera BE EH ſunt duobus lateribus CE EH æqualia; vnde & inuicem proportionalia; & angulus EHB angulo EHC æqualis; ſunt enim ambo recti; erit angulus HBE angulo HCE æqualis. quare radius BE non erit quò ad horizontem magis ſurſum, vel deorſum, quàm CE, ſed vterq; eandem habebit inclinationem. Vnde & punctorum quoque BC alterum altero, neque magis ſurſum vel deorſum apparebit. ex quo ſequitur, neque obiectum BC apparere in neutram partem, ſiue ſurſum, ſiue deorſum tendere, quare horizonti æquidiſtans, ſecuti eſt, videbitur.

18. vndecimi.

7. ſexti.

Ex his omnibus perſpicuum eſt, quòd quamuis, quæ ſub æqualibus angulis videntur, apparent æqualia: multò tamen meliùs videtur obiectum ſub eodem angulo in vno, quàm in alio ſitu. Cùm in E obiectum CB perfectiùs videatur, quàm in A, & quàm in alio ſitu circunferentiæ CEB. quod eodem modo ſemper oſtendetur.

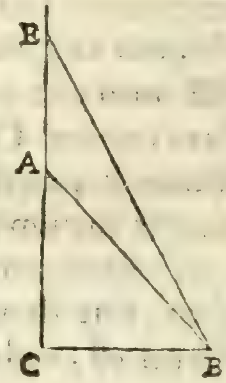
Similiter (quod communi ferè opinioni repugnare videtur) obiectum meliùs ſub eodem angulo cerni poterit in diſtantia longiori, quàm proximiori; vt patet, quòd meliùs in E, quàm in A. quod tamen contingit propter ſitum, & non propter diſtantiam.

Quando igitur obiectum videre voluerimus, ita vt rectè, perfectèq; ipſum intueri poſſimus: magna adhibenda erit diligentia, non ſolùm in viſualis anguli quantitate, atque diſtantia, verùm etiam in ſitu.

Quoniam verò tota ſcenographices praxis circa linearum viſionem, præcipuèq; rectarum conſiſtit; ideo ſumpta linea, tanquam obiecto, adhuc nonnulla de angulo, diſtantia, & ſitu proſequemur.

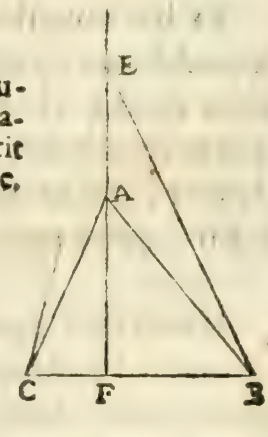
PROPOSITIO. I.

Si rectæ lineæ viſę datę occurrat linea altitudinis oculi, quò propiùs erit oculus ipſi lineę, maior etiam apparebit linea viſa.



Sit data linea viſa BC, cui occurrat CA, quæ ſit linea altitudinis oculi. Dico quò propiùs erit oculus ipſi C, lineam BC eò maiorem apparere. Intelligatur oculus modò in A, modò in E, connectanturq; BA BE. Quoniam enim angulus BAC maior eſt angulo BEC, oculo exiſtenti in A maior apparebit BC, quàm exiſtente oculo in E.

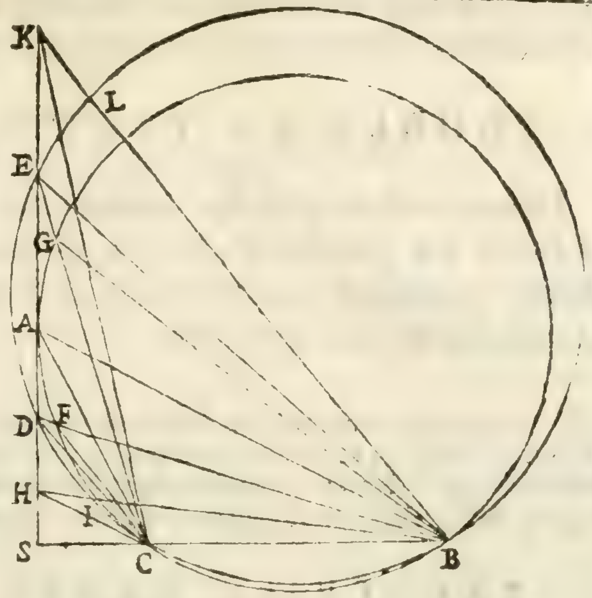
21. primi.



Veluti etiam in ſecunda figura ſi linea altitudinis oculi ipſi BC occurrerit in F; cùm ſit angulus BAC maior angulo BEC, ſimiliter ſequitur quò propiùs fuerit oculus ipſi F, lineam BC maiorem quoque apparere, quod demonſtrare oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Datę lineę viſę non accurrat linea altitudinis oculi, puncum autem diſtantiæ ſit cum data linea in directum; Situm in linea altitudinis oculi inuenire, in quo ſi collocetur oculus, viſa linea maior appareat, quàm exiſtente oculo in alio ſitu ipſiuſmet lineæ.



Sit obiectum BC recta linea. sit S distantiæ punctum, lineaque altitudinis oculi sit SA; & sit BCS in directum. oportet in SA punctum inuenire, in quo si collocetur oculus, linea BC maior appareat, quàm in quocunque alio situ lineæ SA fuerit oculus constitutus. Inueniatur linea SA. quæ sit inter BS SC media proportionalis. Dico punctum A esse punctum quæsitum. iungantur BA CA, & inter AS quoduis sumatur punctum D. similiter extra SA vbicunque sumatur punctum E; connectanturque BD CD, BE CE. Deinde circa triangulum ABC circulus describatur BAC. Quoniam enim est BS ad SA, vt SA ad SC, quadratum ipsius SA erit rectangulo BSC æquale; sed linea SCB circulum secat; SA verò circulo occurrit; linea igitur SAE circulum continget in A. & quoniam punctum D extra circulum reperitur, perspicuum est, circunferentiam CA lineam BD secare, vt in F. similiter circunferentiam AG lineam CE secare, vt in G; siquidem punctum E est quoque extra circulum ABC. Itaque iungantur CF BG. Cùm igitur angulus BAC sit angulo BFC æqualis, est verò BFC maior angulo BDC; ergo angulus BAC angulo BDC maior existit. Pariq; ratione, quoniam angulus BGC maior est angulo BEC, sunt verò BGC BAC æquales, erit angulus BAC maior BEC. obiectum igitur BC maius apparet oculo in A collocato, quàm in D, vel in E existenti. & hac ratione semper ostendetur BC maius apparere oculo in A existenti, quàm in alio situ lineæ SE. quod facere oportebat.

13. *sexti.* 17. *sexti.* 37. *tertii.* 21. *tertii.* 21. *primi.* 21. *primi.*

PROPOSITIO. III.

Ijsdem positis. Dico, quò propiùs fuerit oculus ipsi A, obiectum quoque maius apparere.

Sumatur enim inter DS quoduis punctum H. connectanturq; BH CH & circa trangulum BCD circulus describatur BEDC. cùm itaque sit linea DA intra circulum CDE, erit linea DH extra, vnde manifestum est, circunferentiam CD lineam BH secare, vt in I. Quare si iungeretur CI, eodem prorsus modo ostendetur angulum BDC maiorem esse BHC. ac propterea obiectum BC maius apparere oculo in D existenti, quàm in H. Similiterq; ad alteram partem, si extra SE quoduis punctum sumatur K, connectanturq; BK CK, & circa triangulum BEC circulus describatur, constat, circunferentiam EL lineam BK secare, vt in L. Quòd si iungeretur CL, similiter ostendetur angulum BEC maiorem esse angulo BKC. atque hac ratione demonſtrabitur obiectum BC maius apparere oculo ipſi A propinquiori exiſtenti, quàm remotiori. quod demonſtrare oportebat.

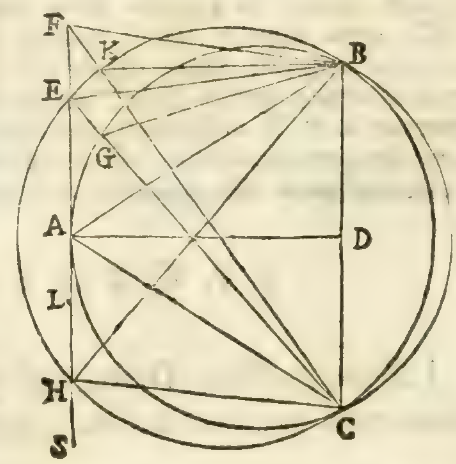
PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Ijſdem adhuc poſitis. Datum ſit præter A vbicunque in linea SA punctum, vt D; in eadem linea alterum inuenire punctum, ita vt oculo in vtroque puncto exiſtenti obiectum æquale appareat.

Si enim circa triangulum BCD circulus deſcribatur, linea vtique SD circulum ſecabit, vt in E. tunc oculo tum in D, tum in E collocato, obiectum BC ſemper apparebit æquale. Nam iunctis BD CD, BE CE,
21. tertii. anguli BDC BEC ſunt çquales inter ſe. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Data recta linea viſa lineæ altitudinis oculi parallela, punctum in linea altitudinis oculi inuenire, in quo ſi collocetur oculus, linea viſa maior appareat, quàm exiſtente oculo in alio ſitu ipſius lineæ.



Obiectum ſit data recta linea BC, & ſit SA linea altitudinis oculi ipſi BC æquidiſtans, oportet in SA oculi ſitum inuenire, ita vt BC maior appareat, quàm exiſtente oculo in alio ſitu ipſius SA. Diuidatur BC bifariam in D. Ducaturq; DA perpendicularis ad SA. Dico A eſſe ſitum quæſitum. Sumatur in SA aliud quoduis punctum E. iunganturq; BA CA BE CE. Quoniam igitur linea SA eſt ipſi BC parallela, & eſt DA perpendicularis ipſi SA; eadem DA ipſi quoque BC
Ex 29. primi. perpendicularis erit. Itaque circa triangulum ABC circulus deſcribatur BAC. & quoniam eſt DA perpendicularis BC, eſtq; BC in D bifa-
Cor. 1. tertii. riam diuiſa, tranſibit DA per circuli centrum, eſt verò AS perpendicularis ipſi DA; ergo linea SA circulum contingit. Vnde punctum E extra circu-
Cor. 16. tertii. lum reperitur. Quare circunferentia BA lineã CE ſecabit, vt in G. Itaque iungatur BG. quoniam igitur angulus BAC eſt æqualis BGC; eſt autem BGC
21. tertii. maior BEC; erit propterea BAC maior BEC. eodemq; prorſus modo li-
21. primi. neam BC maiorem apparere oculo in A, quàm in alio ſitu demonſtrabitur. quod facere oportebat.

PROPOSITIO. VI.

Ijſdem poſitis. Dico, quò propinquiùs fuerit oculus ipſi A, lineam BC maiorem quoque apparere.

Sumatur punctum F vbicunque; diſtet verò magis punctum F ab A, quàm E; iunganturq; BF CF. rurſus circa triangulum BEC circulus deſcribatur BEC, in quo (quod ſimiliter oſtendetur) linea DA per circuli centrum tranſibit; cùmq; ſit DA perpendicularis ipſi SA, circulus BEC lineam SA ſecabit, vt in H, ita vt EH bifariam diuiſa proueniat in A. ex quo patet portionem lineæ EF, & ob id punctum F extra circunferentiã BE reperiri. ac propterea ab ipſa lineam CF ſecari, vt in K. Quapropter iungatur BK. cùm enim ſit angulus BEC æqualis BKC, BKC verò maior eſt BFC; erit BEC maior BFC. ex quibus manifeſtum eſt lineam BC maiorem apparere oculo in E exiſtente, quàm in F. Quod idem oſtendetur ad aliam partem ſumptis punctis LH, nempe lineam apparere maiorem oculo in L, quàm in H. quod demonſtrare oportebat.

3. *tertii.*
21. *tertii.*
21. *primi.*

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

Ijſdem adhuc poſitis, Dato in SA puncto (præter A) vt H, aliud inuenire punctum, ita vt BC æqualis appareat oculo in vtroque puncto collocato.

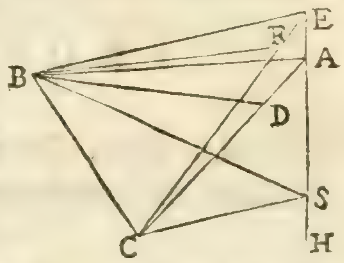
Connectantur BH CH. Ducaturq; per BCH circulus, qui lineam SA ſecet in E, vel (quod ex demonſtratis idem eſt) fiat AE æqualis AH, erit vtique punctum E, quod quæritur. ſunt quippe anguli BHC BEC æquales. Vnde linea BC æqualis apparet oculo tam in H, quàm in E exiſtente. quod facere oportebat.

21. *tertii.*

PROPOSITIO. VIII.

Si linea viſa fuerit in ſubiecto plano, à puncto autem diſtantiæ ducta perpendicularis ad lineam viſam in ipſa cadat linea, Maior apparebit linea viſa oculo in puncto diſtantiæ exiſtenti, quàm in alio ſitu lineæ altitudinis oculi. Maiorq; apparebit linea oculo diſtantiæ puncto propinquiori, quàm remotiori.

Sit BC linea viſa in ſubiecto plano; in quo ſit S punctum diſtantiæ; ſitq; AS linea altitudinis oculi, quæ quidem ſubiecto plano perpendicularis exiſtit. Deinde à puncto S ad BC perpendicularis ducatur SC, quæ primùm cadat in extremitate lineæ BC. Dico primùm BC maiorem apparere oculo in S existenti, quàm in alio situ lineæ AS. sumatur in ipsa SA quoduis punctum A. Iunganturq; BS BA CA. Quoniam enim AS est plano BCS erecta, & SC ipsi CB perpendicularis existit, erit quoque linea AC ipsi BC perpendicularis. Cùm itaque ASC rectus sit angulus, erit AC maior SC. quare fiat CD æqualis CS, iungaturq; BD. & quoniam duo latera BC CS duobus BC CD sunt æqualia, anguliq; (quos continent) BCS BCD sunt æquales, sunt nempè recti, erit triangulum triangulo, & angulus CSB angulo CDB æqualis. maior autem est angulus CDB, quàm CAB: ergo CSB maior est angulo CAB. maior igitur apparebit linea BC oculo existente in S, quàm in A. & per consequens quàm in alio situ lineæ SA.

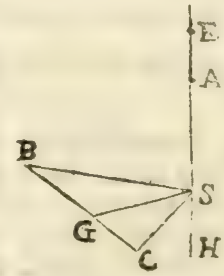


43. sexti Pappi.
19. primi.
4. primi.
21. primi.

Sumantur deinde in linea altitudinis oculi ad eandem partem quælibet duo puncta AE. sitq; A ipsi S propinquius, quàm E. Dico lineam BC maiorem apparere oculo in A existenti, quàm in E. Ijsdem constructis connectantur BE CE. primùm quidem similiter ostendetur lineam EC ipsi BC perpendicularem esse. & quoniam angulus ASC est rectus; erit SAC acutus (in triangulo enim ASC duo recti esse non possunt) vnde EAC erit angulus obtusus. ac propterea linea EC maior est AC. Fiat itaque CF æqualis CA. iungaturq; FB. eodem prorsus modo ostendetur triangulum BFC triangulo BAC æquale esse, vnde angulus BFC, qui est æqualis BAC, maior est BEC. Quare maior apparebit linea BC oculo in A collocato, quàm in E. Atque hac ratione ostendetur, quò propiùs fuerit oculus puncto S, eò maiorem apparere lineam visam.

19. primi.

Si verò à puncto S ducta linea SG ipsis BC SA perpendicularis, non in extremitate, sed in G occurrerit. Quoniam enim ex proximè demonstratis BG maior apparet oculo in S collocato, quàm in alio situ lineæ SA; similiterq; GC maior itidem apparet oculo in S existenti, quàm in alio situ: tota quoque linea BC maior apparebit oculo in puncto S collocato, quàm in alio situ lineæ AS.

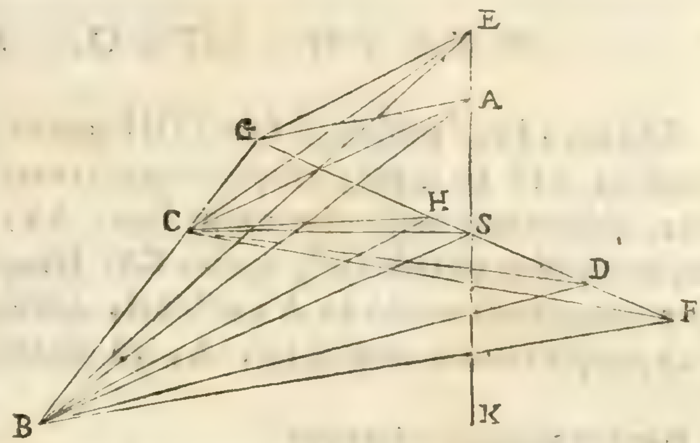


Pariq; ratione ostendetur maiorem apparere BC oculo in A, quàm in E collocato. Nam cùm vnaquæque seorsum BG CG maior appareat oculo in A, quàm in E; tota igitur simul BC maior apparebit oculo puncto S propinquiori, quàm remotiori. quod demonstrare oportebat.

Idem eodem modo contingere ad alteram partem lineæ SH ostendetur.

PROPOSITIO. IX.

Ijsdem positis; linea verò perpendicularis à puncto S ad BC ducta non cadat in ipsa linea BC, sed extra in G, vt SG; & sicut BG ad GS, ita sit GS ad CC. Dico lineam BC similiter maiorem apparere oculo in S existente, quàm in alio situ lineæ SA. & quò propiùs erit oculus ipsi S, lineam BC maiorem apparere, quàm oculo ab S longiùs existente.



Sumantur in SA ad easdē partes duo puncta AE; sit verò A ipsi S propinquius, quàm E. cōnectanturq; SB SC, AB AC AG, EB EC EG. Quoniam enim est ASG angulus rectus, erit GA maior, quàm GS. Itaque fiat GD æqualis GA, iunganturq; DC DB, primùm quidē con stat GD maiorem esse GS. Et quoniam AS plano SBG est erecta, & SG est ipsi BG perpendicularis, erit AG eidem BG quoque perpendicularis; est igitur AGB angulus rectus, qui æqualis est recto DGB. & quoniam duo latera DG GB sunt duobus AG GB æqualia; erit DB ipsi AB æquale. eodemq; modo linea DC ipsi AC æqualis esse demonstrabitur. ex quibus patet, triangulum DCB triangulo ACB æquale esse, angulumq; CDB angulo CAB æqualem. Pariq; ratione fiat GF æqualis GE. quòd cùm sit in triangulo AGS angulus ASG rectus, erit SAG acutus, vnde reliquus GAE obtusus existit. vnde linea GE maior est GA; est autem GF æqualis GE, & GD ipsi GA; erit igitur GF maior GD. Connectantur FC FB, eodem prorsus modo ostendetur, angulum CFB æqualem esse ipsi CEB, veluti CDB æqualem esse CAB ostensum fuit. Itaque quoniam ita est BG ad GS, vt SG ad GC; si intelligatur GF tanquam linea altitudinis oculi, erit angulus CSB maior CDB, & CDB maior CFB. sunt verò anguli, qui ad DF, æquales angulis, qui ad AE, maior igitur est angulus CSB angulo CAB, & CAB maior CEB. ex quibus perspicuum est lineam visam BC maiorem apparere oculo in S existente, quàm in alio situ ipsius SA; & insuper eandem BC maiorem apparere oculo propinquiùs ipsi S collocato, vt in A, quàm remotiùs ab ipso S existente, vt in E. quod demonstrare oportebat.

19. primi.
45. sexti Pappi.
4. primi.
Ex 2. huius.

PROPOSITIO. X.

Ijsdem positis, si GS maior fuerit, quàm media proportionalis inter BG GC, eadem prorsus similiter contingent.

Sit enim BG ad GH, vt GH ad GC, sitq; GS maior, quàm GH. Dico BC maiorem apparere oculo in S existenti, quàm in alio situ lineæ SA, itidemq; maiorem apparere BC oculo in A, quàm in E existenti. Ijsdem namque eodem modo constructis, nimirum erit angulus CHB maior CSB. similiterq; angulus CSB maior CDB, & CDB maior CFB. quòd cùm anguli, qui ad DF, angulis, qui sunt ad AE, sint æquales, erit angulus CSB maior CAB, & CAB maior CEB. Manifestum est igitur, quod propositum fuerat. quod quidem demonstrare oportebat.

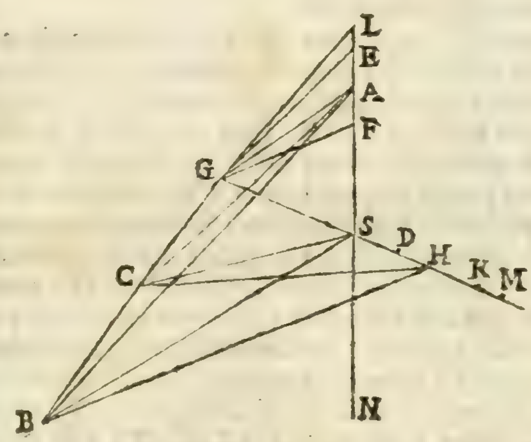
Ex 2. huius.

Pariq; ratione eadem contingere in SK ostendetur.

PROPOSITIO. XI.

Lemma ante 15. decimi.

Ijſdem adhuc poſitis, ſi fuerit GH maior, quàm GS, quæ quidem GH ſit media proportionalis inter BG GC, & in linea altitudinis oculi exponatur linea SA, quæ oſtendat id, quod plus poteſt GH, quàm GS. Dico lineam BC maiorem apparere oculo in A exiſtenti, quàm in alio ſitu; & quò propiùs fuerit oculus ipſi A, eò maiorem apparere.



Ex eodem lemmate.

Primùm quidem ſimiliter iungantur AG AC AB, SC SB. & quoniam AG ſubtendit angulum rectum ASG, linea SA oſtendet id, quod plus poteſt AG, quàm GS. ſed SA oſtendit etiam id, quod plus poteſt HG, quàm SG; ergo æqualiter plus poteſt AG, quàm GS, veluti HG, quàm GS. quare lineæ AG GH interſe ſunt æquales. vnde angulus CHB æqualis eſt angulo CAB. ſunt enim triangula BGH BGA, & BCH BCA æqualia, quod quidem vt antea demonſtrabitur.

Ex 2. huius.

Cùm autem ſit BG ad GH, vt HG ad GC; erit angulus CHB, hoc eſt CAB maior CSB. ſumatur deinde inter AS vtcunque punctum F, ductaq; FG, fiat GD æqualis GF, ſi lineæ eodem modo ad BC ducerentur, angulus, qui fieret ad D, angulo, qui fieret ad F, æqualis exiſteret; ſed BC

2. huius.

maior apparet oculo in H, quàm in D, & maior oculo in D, quàm in S ergo BC maior apparebit oculo in A, quàm in F, & maior oculo in F, quàm in S. Pariq; ratione ſumantur extra SA quælibet puncta EL; iunganturq; EG LG; fiantq; GK GM æquales ipſis GE GL; eodem modo demonſtrabitur, lineam BC æqualem apparere oculo tam in K, quàm in E collocato; ſimiliterq; tam in M, quàm in L. at quoniam BC maior apparet oculo in H, quàm in K, & maior oculo in K, quàm in M exiſtente; maior quoque apparebit BC oculo in A, quàm in E exiſtente, & maior in E, quàm in L collocato. Quapropter BC maior apparet oculo in A, quàm in alio ſitu, & quò propiùs fuerit oculus ipſi A, eò maior apparet. quod demonſtrare oportebat.

2. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

Ijſdem poſitis, Dato in SA vtcunque puncto F, alterum inuenire punctum in linea altitudinis oculi, ita vt linea BC æqualis appareat oculo in vtroque puncto exiſtente.

4. huius.

Fiat GD æqualis GF. Inueniaturq; alterum punctum K, ita vt BC æqua-

lis

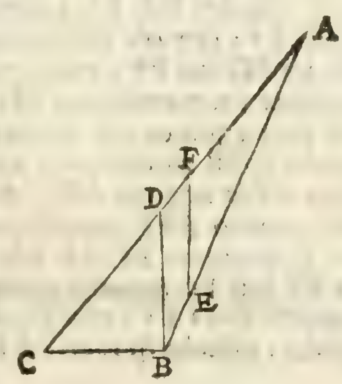
lis appareat oculo tam in D, quàm in K existenti; appliceturq; à puncto G linea GE, quæ occurrat ipsi SA, sitq; GE æqualis GK; patet lineam BC æqualem apparere oculo tam in F, quàm in E collocato. quod facere oportebat.

Eadem contingere in SN similiter ostendetur.

Hucusq; circa datæ rectæ lineæ visionem nonnulla tantùm de anguli quantitate attigimus, prout diuersa oculi positio in linea altitudinis oculi contingit; nunc verò pauca quædam circa eadem, prout diuersa inueniri potest sectionis positio, simul afferemus.

PROBLEMA PROPOITIO. XIII.

Oculo dato, dataq; linea terminata in subiecto plano existente, planum autem per lineam, & oculum transiens sit subiecto plano erectum; sectionem subiecto plano erectam inuenire, in qua apparens linea datæ lineæ æqualis appareat, & æqualis existat.



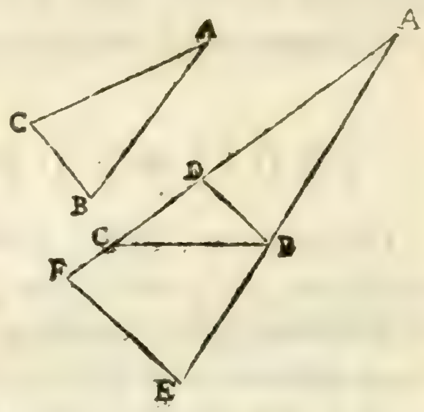
Datus sit oculus A, dataq; linea BC in subiecto plano, ita vt planum per BC, & A ductum sit subiecto plano erectum. Oportet sectionem subiecto plano erectam inuenire, in qua linea apparens videatur, & sit ipsi BC æqualis. Ducantur visuales radij CA BA, & à puncto B erigatur BD subiecto plano erecta, quæ ipsam CA secet in D; erit vtique BD in plano ABC. Deinde sicut est BD ad BC, ita fiat BA ad AE, & à puncto E ducatur EF ipsi BD parallela. Intelligaturq; sectio per lineam EF transiens. Dico sectionem per EF ductam subiecto plano erectam esse, lineamq; EF in sectione ipsi BC, & æqualem apparere, & equalem esse. Primùm quidem EF ipsi BC æqualem apparere, ex se constat, cùm vtraque linea sub eodem angulo BAC spectetur. Quoniam autem EF est ipsi BD æquidistans, erit EF subiecto plano erecta. Vnde & sectio per EF ducta subiecto plano erecta erit. At verò quoniam EF est ipsi BD æquidistans; ob similitudinem triangulorum ABD AEF, erit BA ad AE, vt BD ad EF. sed vt BA ad AE, ita est BD ad BC; ergo vt BD ad EF, ita est BD ad BC. Quapropter EF ipsi BC æqualis existit. Inuenta est igitur EF in sectione subiecto plano erecta, quæ ipsi BC æqualis apparet, & æqualis existit. quod facere oportebat.

Ex 38. vndecimi. *8. vndecimi.* *18. vnd.* *4. sexti.* *11. quinti.* *9. quinti.*

Oportet autem in hoc problemate, vt perpendicularis, quæ à puncto A in subiectum planum cadit, non cadat in ipsa linea BC, sed extra.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

Dato oculo, dataq; linea, ſectionem inuenire, in qua ſit linea apparens, quæ datæ lineæ æqualis appareat, & æqualis exiſtat; viſualesq; radij interſe ſint æquales.



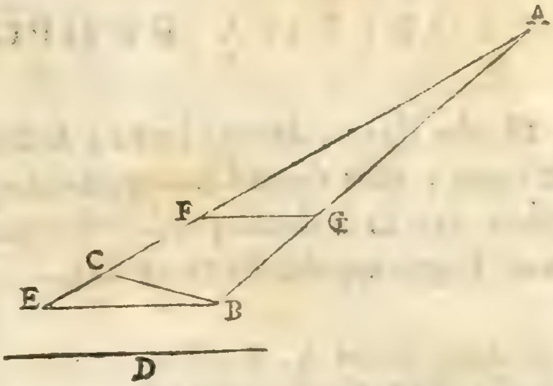
Sit oculus A, data verò linea BC. Ducantur viſuales radij BA CA; qui vel ſunt æquales, vel inęquales. ſi ſunt ęquales, iam habetur intentum. intelligatur enim per BC ſectio, eritq; eadem BC, & obiectum, & linea in ſectione apparens. quæ obiecto æqualis eſſe debet. Sed ſint BA CA inæquales; ſectionem inuenire oportet, in qua ſit linea, quæ ipſi BC non ſolùm videatur æqualis; verùm etiam æqualis exiſtat, ſintq; viſuales radij interſe æquales. Fiat AD æqualis AB; iungaturq; BD. & quam
12. ſexti. proportionem habet BD ad BC, ita fiat BA ad aliam AE. ducaturq; EF ipſi BD æquidiſtans. Intelligaturq; ſectio per EF ducta. Dico EF ipſi BC æqualem apparere, & æqualem eſſe; radiosq; viſuales EA FA interſe æquales eſſe. Quoniam enim BD eſt æqui-
4. ſexti. diſtans EF; erit ob ſimilitudinem triangulorum ABD AEF, ſicut AB ad AE, ita BD ad EF. vt autem AB ad AE, ita eſt BD ad BC, eandem igi-
11. quinti. tur habet proportionem BD ad BC, quàm ad EF. vnde BC, & EF in-
9 quinti. terſe ſunt æquales. & quoniam AB eſt æqualis AD; erit angulus ABD
5. primi. angulo ADB æqualis; eſt autem EF ipſi BD æquidiſtans; erit igitur an-
29 primi. gulus ABD angulo AEF, & ADB angulo AFE æqualis. Quare angulus
6. primi. AEF angulo AFE æqualis exiſtit. ac propterea EA FA interſe ſunt æquales. & quoniam BC EF ſub eodem angulo ſpectantur, nempè EAF, linea EF ipſi BC æqualis apparebit. ergo inuenta eſt ſectio per EF tranſiens, in qua eſt linea EF, quæ æqualis apparet, vt BC, & eſt eadem EF ipſi BC æqualis. viſualesq; radij EA FA ſunt interſe æquales. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Oculo dato, dataq; linea, ſectionem inuenire, in qua ſit linea apparens, quæ datæ lineæ æqualis appareat, nec non ſit ipſi quoque æqualis; alteri verò datæ lineæ æquidiſtans exiſtat.

Datus ſit oculus A, dataq; linea BC. ſintq; viſuales radij BA CA; ſitq; altera data linea D. oportet ſectionem inuenire, in qua ſit linea, quæ ipſi BC appareat, & ſit æqualis, ſitq; datæ lineæ D æquidiſtans. Duca-

tur à

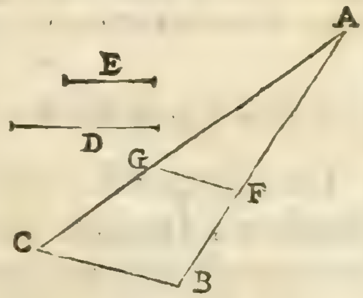


tur à puncto B linea BE æquidistans ipsi D. & vt BE ad BC, ita fiat BA ad AG. Ducaturq; GF ipsi BE æquidistans. intelligaturq; sectio per GF ducta. Dico GF ipsi D æquidistantem esse, & ipsi BC æqualem apparere, & æqualem esse. similiter enim quoniam BE GF sunt parallelæ, ob similitudinem triangulorũ ABE AGF, erit BA ad AG, vt BE ad GF; & est BA ad AG, vt BE ad BC; erit igitur BE ad BC, vt ad GF. quare BC GF sunt æquales. quia verò GF est æquidistans ipsi BE, & BE est ipsi D æquidistans, erit & GF ipsi D æquidistans. & quoniam GF BC sub angulo BAC videntur, linea GF ipsi BC æqualis apparebit. ergo inuenta est sectio per GF transiens, in qua est linea GF ipsi D æquidistans, eademq; linea apparens GF æqualis apparet, vt BC; & est ipsi BC æqualis. quod fieri oportebat.

11. *quinti.*
9. *quinti.*
vndecimi.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVI.

Dato oculo, dataq; linea, sectionem inuenire, in qua sit linea, quæ datæ lineæ æqualis appareat, ipsiq; æquidistet; data verò linea ad ipsam datam habeat proportionem.

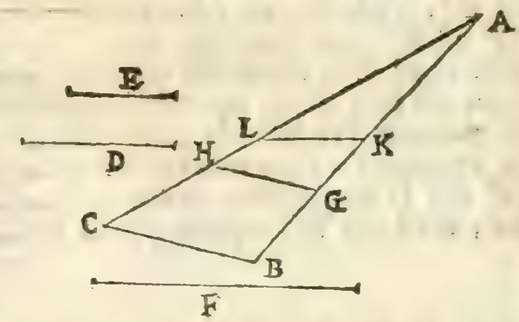


Rursus sit datus oculus A. dataq; linea BC. radijq; visuales sint BA CA. data verò sit proportio, quam habet D ad E. sectionem inuenire oportet, in qua sit linea, quæ datæ lineæ BC æqualis appareat, ipsiq; BC sit æquidistans, at verò BC ad ipsam proportionem habeat, quam D ad E. Fiat, vt est D ad E, ita BA ad aliam AF. ipsiq; BC æquidistans ducatur FG. intelligaturq; sectio per FG ducta. simili modo quoniam FG est ipsi BC æquidistans, ob triangulorum ABC AFG similitudinem, ita erit BA ad AF, vt BC ad FG. vt autem BA ad AF, ita est D ad E; ergo BC ad FG est, vt D ad E. & quoniam BC FG sunt sub eodem angulo BAC, linea FG ipsi BC æqualis apparebit. Quare inuenta est sectio per FG transiens; in qua est linea FG, quæ ipsi BC æqualis apparet, ipsiq; est parallela, habetq; BC ad FG datam proportionem, quæ scilicet est D ad E. quod fieri oportebat.

12. *sexti.*
4. *sexti.*
11. *quinti.*

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Oculo dato, dataq; linea; sectionem inuenire, in qua sit linea, quæ datæ lineæ ęqualis appareat, dataq; linea ad ipsam datam habeat proportionem, apparensq; linea alteri datæ lineæ æquidistans existat.



Sit datus oculus A. dataq; linea BC. sintq; visuales radij BA CA. data verò proportio sit, vt D ad E, alteraq; sit data linea F. oportet sectionem inuenire, in qua sit linea ipsi F æquidistans, ipsiq; BC videatur æqualis, BC verò ad ipsam eandem habeat proportionem, quam habet D ad E.

12. sexti. Fiat BA ad AG, vt est D ad E. Ducaturq; GH ipsi BC æquidistans,

15. huius. Deinde inueniatur sectio, in qua sit linea KL, quæ sit ipsi F æquidistans, & sit ipsi GH æqualis. Intelligaturq; sectio per KL ducta. Quoniam enim GH est ęquidistans ipsi BC, ob similitudinem triangulorum ABC AGH,

4. sexti. erit BA ad AG, vt BC ad GH. est autem BA ad AG, vt D ad E. erit igi-

11. quinti. tur BC ad GH, vt D ad E. & quoniam KL est ipsi GH æqualis, habe-

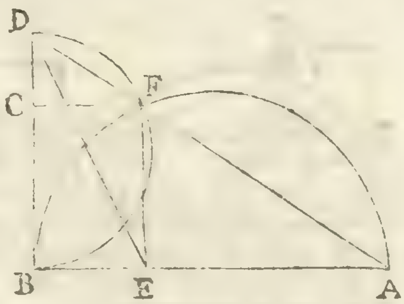
7. quinti. bit BC ad KL eandem proportionem, quam habet ad GH. sicut autem

11. quinti. BC ad GH, ita est D ad E. ergo BC ad KL est, vt D ad E. & quoniam BC KL sub eodem angulo cernuntur, apparebit KL æqualis ipsi BC. factaq; est KL ipsi F æquidistans; ergo inuenta est sectio, in qua est linea KL, quæ datæ lineæ F æquidistat, eademq; KL datæ lineæ BC apparet æqualis, linea verò BC ad ipsam KL datam habet proportionem, quam scilicet habet D ad E. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Data linea visa, dataq; distantiæ linea ipsi lineæ visæ in directum, dataq; sit in communi termino erecta sectio; inuenire oculi altitudinem, ita vt in continua sint proportione linea visa ad apparentem, vt apparens ad lineam distantiæ, ac distantiæ linea ad excessum, quo altitudo oculi lineam superat apparentem.

Data sit linea visa AE, cui in directum sit data distantiæ linea EB. ducanturq; EF BD ipsi AB perpendiculares. sitq; sectio EF. oportet in linea BD oculi situm inuenire, vt propositum est. Fiat super AB semicirculus AFB, qui sectionem EF secet in F. lineaq; ducatur AFD, quæ secet BD in D. iungaturq; DE. denique ducatur FC ipsi EB æquidistans. Quoniam igitur triangulum DAB triangulo DFC ſimile exiſtit; erit AB ad FC, vt BD ad CD, eſt autem EB æqualis FC (eſt enim BF parallelogrammum) ergo AB ad BE eſt, vt BD ad DC; & diuidendo AE ad EB, vt BC ad CD; permutandoq; AE ad BC, hoc eſt ad EF, ita EB ad CD. Cùm autem ſit AE ad EF, ita EF ad EB, & vt AE ad EF, ita EB ad CD; in continua erunt proportione quatuor lineæ, nempe AE EF EB CD. ex quibus ſequitur inuentum eſſe oculi punctum D, cuius altitudo eſt BD, ita vt ſicut ſe habet linea viſa AE ad lineam apparentem EF, ita ſit apparens EF ad diſtantiæ lineam EB, & hæc EB ad CD, nempe ad exceſſum, quo oculi altitudo BD lineam ſuperat apparentem EF. quod facere oportebat.



4. *ſexti.*

17. *quinti.*
16. *quinti.*

Ex 13. ſexti.

PROBLEMA PROPOITIO. XIX.

Data verò ſit oculi altitudo BD, dataq; ſit AB, quæ lineam viſam, diſtantiamq; contineat; inuenire punctum E, in quo ſit ſectio, ita vt ſimiliter quatuor lineæ in continua ſint proportione.

Duo deſcribantur ſemicirculi ſuper AB BD, nempe AFB, & BFD, & à puncto F, vbi ſcilicet ſe inuicē ſecant, ad AB perpendicularis ducatur FE. erit ſanè punctum E inuentum. erunt namque ſimiliter quatuor lineæ AE EF EB CD in continua proportione. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

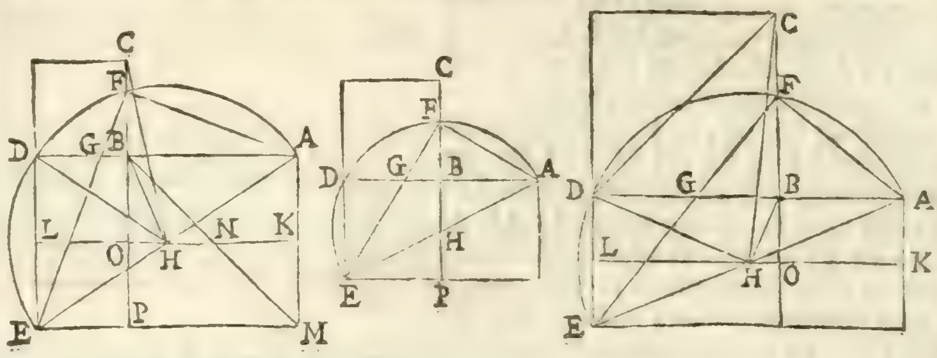
Hinc quomodo duæ datæ lineæ ſecari poſſint, vt quatuor partes in continua ſint proportione, manifeſtum eſt.

Datæ ſint enim lineæ AB BD, quæ inuicem ad rectos angulos conſtituantur. ductis eodem modo ſemicirculis, ac lineis FE FC ad AB BD perpendicularibus, perſpicuum eſt, cùm ſit BC æqualis EF, ita eſſe AE ad BC, vt BC ad EB, & EB ad CD.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

Duabus datis rectis lineis, alteram ita diuidere, vt ipſius partes vnà cum altera data in continua ſint proportione.

Datæ ſint lineæ AB BC, quæ ita interſeſe aptentur, vt angulum contineant rectum ABC. oporteatq; diuidere BC, vt propoſitum eſt. fiant



super AB BC quadrata AP CD nõn ad easdem partes. compleaturq; rectangulum BE; iungaturq; AE, quæ bifariam diuidatur in H; & centro H, interualloq; HA, circulus describatur AFE: Dico AB ad BF ita esse, vt BF ad FC. Primùm quidem circulum AFE lineam BC dispescere ostendendum est. Nam quoniam linea BC ipsa BA minor esse potest, vt in prima figura, vel ipsi BA æqualis, vt in secunda, vel maior, vt in tertia. tunc si BC minor est BA, iungantur in prima figura HB HD; & quoniam ADE rectus est angulus, circunferentia AFE per punctum D transibit; vnde HD circuli semidiameter existit. Ducatur deinde per H ipsi AD equidistans KHL; erit vtique KH æqualis HL, quandoquidem est AH ad HE, vt KH ad HL. sed quoniam AB maior est, quàm BC, ac per consequens quàm BD, erit KO ipsi AB æqualis, maior, quàm OL, quæ est æqualis BD. punctum ergo H medium lineæ KL in linea KO existit. Quoniam autem OBD est angulus rectus, erit HBD obtusus, quare in triangulo HBD linea HD, hoc est semidiameter circuli maior erit HB. præterea iungatur HC, ducaturq; in quadrato AP diameter BM, secetq; BM ipsam KO in N. Quoniam igitur KL transit per H, quod quidem est in medio rectanguli AE, atque KL est ipsi AD æquidistans, diuidet KL rectangulum AE in duo æqualia, nempe rectangulum KD ipsi LM erit æquale; ac per consequens KB ipsi KP æquale. quare BO ipsi OP æqualis existit. vt autem BO ad OP, ita est BN ad NM, atque vt BN ad NM, ita ON ad NK. vnde sequitur KN ipsi NO æqualem esse. Cùm autem maior sit KL, quàm KO, & horum dimidia, scilicet KH maior erit KN; ex quo perspicuum est punctum H inter puncta NO reperiri; lineamq; HB in triangulo NBO existere; & ob id angulum OBN maiorem esse angulo OBH. Cùm verò sit BM diameter quadrati AP, erit angulus ABM angulo OBM æqualis; quare ABN maior est OBH, ac propterea multò maior est ABH ipso HBO, quibus si addantur equales anguli ABC OBD (nempè recti) erit CBH maior HBD. Quoniam itaque duo latera HB BC duobus lateribus HB BD sunt equalia, erit basis CH maior HD circuli semidiametro. ac propterea, cùm sit circuli semidiameter minor HC, maior verò HB, necesse est circunferentiam AFDE inter puncta BC transire, lineamq; BC secare.

Ex 4. sexti.

19. primi.

24. primi.

In secunda figura quoniam AB est æqualis BC, hoc est BD, & AH est equalis HE, erit centrum H in linea BP. Cùm itaque sit angulus ABH rectus, erit in triangulo ABH linea HA, circuli nempè semidiameter maior HB. sed quoniam HA minor est quàm duæ simul HB BA, hoc est HC, circunferentia AFDE inter puncta BC transibit. lineam igitur BC secabit.

19. primi.
20. primi.

In tertia verò figura quoniam BC, hoc est BD maior est AB, ducta KHL ipsi AD equidistans, simili ratione, vt in prima figura ostendetur centrum H esse in linea OL. iuncta igitur HB, erit HBA angulus obtusus; ergo HA semidiameter circuli maior erit HB. Ductis deinde HD HC CD lineis,

19. primi.

quoniam

quoniam BC est ęqualis BD, erit angulus CDB angulo DCB æqualis, 5. primi.
sed CDH maior est CDB, DCH verò minor DCB; maior igitur erit CDH ipso DCH. & propterea in triangulo CDH linea HD semidiameter circuli minor est HC. ex quibus constat, circunferentiam AFDE 19. primi.
lineam BC dispescere.

Hoc itaque demonstrato secet circunferentia AFDE lineam BC in F. iunganturq; AF FE, secetq; FE lineam BD in G. Quoniam enim angulus AFG est rectus, & FB est perpendicularis ipsi AG, erit triangu- 31. tertii.
lum ABF triangulo FBG simile, & angulus AFB angulo FGB æqua- 8. sexti.
lis. sed FGB est ipsi DGE æqualis; angulus ergo AFB angulo DGE est 15. primi.
æqualis. Quoniam autem ABF rectus recto EDG est æqualis, atque latus DE ipsi AB æquale, cùm vtraque AB DE sint ipsi BP æqualia; erit triangulum EDG triangulo ABF æquale. quare latus BF erit lateri 26. primi.
DG æquale. cùm itaque BC sit æqualis DB, erit reliqua FC reliquæ BG æqualis. Quoniam igitur in triangulo rectangulo AFG ab angulo recto ad basim ducta est perpendicularis FB; erit AB ad BF, vt BF ad BG, cor. 8. sexti.
hoc est ad FC. Diuisa est igitur BC in puncto F, vt propositum fuit. quod facere oportebat.

In secundo casu diuidi etiam potest linea BC extrema, ac media ratione in F, & factum erit, quod proponebatur. nam cùm sit AB æqualis BC, erit BC ad BF, hoc est AB ad BF, vt BF ad FC.

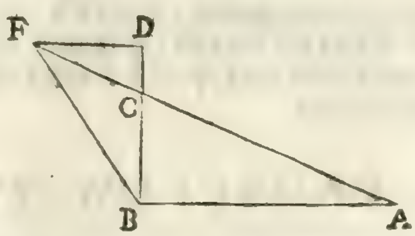
COROLLARIVM.

Vnde etiam colligi potest ex constructione huius secundi propositi, datam lineam extrema, ac media ratione secari posse.

Ex ea enim apparet esse AB ad BF, hoc est BC ad BF, vt BF ad FC.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

Data linea visa, cui adiaceat sectio erecta, dataq; sit oculi altitudo; oculi situm inuenire, ita vt linea visa ad apparentem sit, vt apparens ad excessum, quo altitudo oculi superat apparentem.



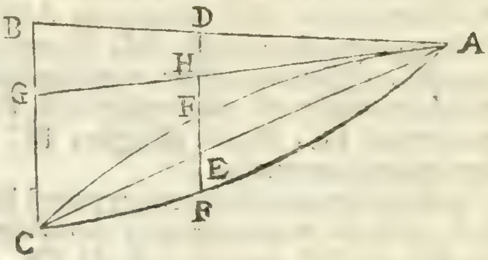
Data sit AB linea visa, sitq; erecta sectio BD; oculi verò altitudo data sit BD. Ducatur DF ipsi AB æquidistans. oportet oculi situm in DF inuenire, diuidereq; BD, vt propositum est. Diuidatur igitur BD in C, ita vt tres lineæ AB BC CD in continua sint proportione. ducaturq; ACF, iungaturq; FB; intelligaturq; oculus in F, sintq; radij AF BF. constat ita se habere lineam visam AB ad apparen- Ex præcedenti.

tem

tem BC, vt apparens BC ad excessum CD, quo scilicet oculi altitudo BD apparentem BC superat; oculiq; situm inuentum esse punctum F, quod facere oportebat.

PROPOSITIO. XXII.

Sit AB ad AD, vt BC ad DE; sintq; BC DE parallelæ; iunganturq; CE EA. Dico CEA rectam lineam esse.



Non sit quidem, sed si fieri potest, sit AFC recta linea, quę lineam DE secet in F. erit vtique triangulum ABC triangulo ADF simile. quare vt BA ad AD, ita BC ad DF. est autem BA ad AD, vt BC ad DE; ergo BC eandem habet proportionem ad DE, quam habet ad DF. quod fieri non potest. recta igitur est linea CEF. quod demonstrare oportebat.

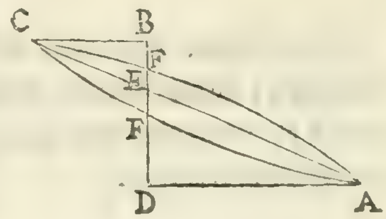
4. sexti.

11. quinti.

Item si fuerit BC ad BG, vt DE ad DH, lineæ BD GH CE in idem punctum A conuenient.

Quoniam erit BA ad AD, vt GA ad AH, & CA ad AE.

Itidem si fuerit AD ad BC, vt DE ad EB, fueritq; DEB recta linea, BC verò ipsi AD parallela. Dico similiter AEC rectam lineam esse.



Si enim non est recta, sit AFC recta linea, primùmq; sit F inter ED, vnde propter similitudinem triangulorum AFD BFC erit AD ad BC, vt DF ad FB, sed vt AD ad BC, ita est DE ad EB; ergo DF ad FB est, vt DE ad EB. & permutando DF ad DE, vt FB ad BE. quòd cùm sit DF minor DE, erit & FB minor BE, quod esse non potest. Pariq; ratione si F fuerit inter EB, similiter ostendetur ita esse DF ad FB, vt DE ad EB. permutandoq; DF ad DE, vt FB ad BE; sed est DF maior, quàm DE, erit igitur FB maior, quàm BE. quod fieri non potest. recta ergo est linea AEC. quod demonstrare oportebat.

4. sexti.

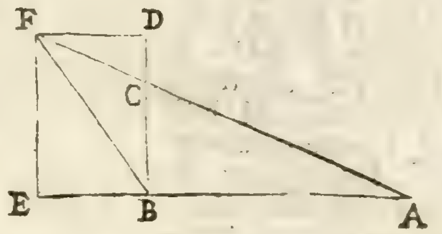
16. quinti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

Data linea visa, cui in directum sit linea distantiæ, & in

communi

communi termino ſit erecta ſectio, dataq; ſit oculi altitudo; diſtantiæ punctum terminare, ita vt diſtantia ſit lineæ apparenti æqualis.



Data ſit AB linea viſa, cui in directū ſit diſtantiæ linea BE, ſitq; ſectio erecta BD. oculi verò altitudo data, ſit ipſi BD ęqualis. Diſtantiæ punctum terminare oportet, ita vt diſtantiæ linea ſit apparenti lineæ ęqualis. Ducatur DF æquidiſtans AE. deinde ſecetur BD in C, ita vt ſit AB ad BC, ſicut BC ad CD. Fiatq; BE æqualis BC; ducaturq; EF æquidiſtans BD, nimirum erit EF æqualis BD; atque DF æqualis ipſi BE. quare erit DF ipſi BC ęqualis. Quoniam igitur eſt AB ad BC, vt BC ad CD, cùm ſit DF ipſi BC æqualis, erit AB ad DF, vt BC ad CD, eſt autem DF ipſi AB æquidiſtans; eſt igitur ducta linea ACF recta linea. Itaque iungatur BF, oculusq; intelligatur in F; erit vtique BC in ſectione linea apparens. ergo exiſtente linea viſa AB, oculiq; altitudine EF datæ altitudini æquali, inuenta eſt diſtantiæ linea BE, quę ęqualis eſt lineæ apparenti BC. quod facere oportebat.

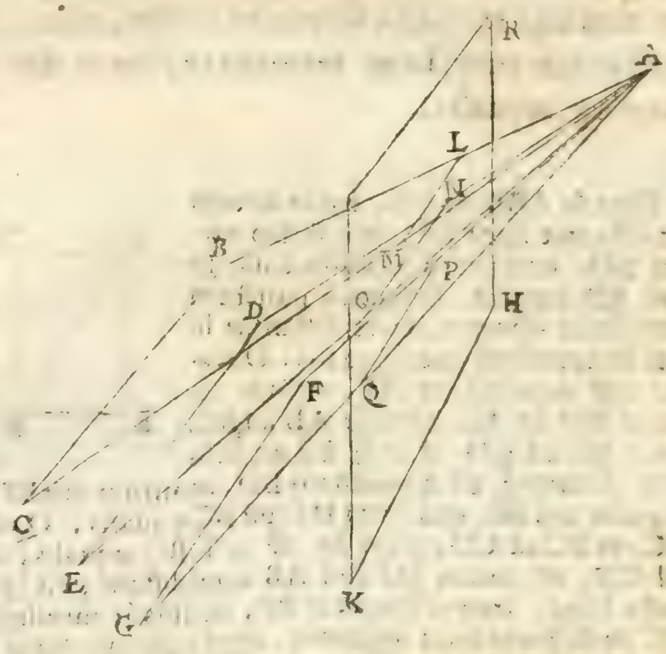
20. huius.
34. primi.
Ex præcedenti.

His ita prælibatis, iam quando datus eſt oculus, dataq; eſt linea, ſiue quælibet figura, dataq; eſt ſectio, quomodo in ipſa ſectione obiectum appareat, quomodoq; inuenienda, deſcribendaq; ſit apparens figura, eſt aggrediendum. hæc enim eſt præcipua noſtra intentio. Sed antequam ad has repræſentandas in ſectione figuras deueniamus, theoremata nonnulla priùs in medium afferemus; in quibus, quomodo nempè datæ lineæ, præcipuèq; parallelæ in ſectione apparent, demonſtrabimus. Quod quidem ad cognoſcendam multarum praxium rationem valde vtile, ac neceſſarium exiſtit; in quibus tota ſcenographices ratio conſtituta videtur.

THEOREMA PROPOSITIO. XXIIII.

Si oculus parallelas lineas videat, ſitq; ſectio parallelis lineis æquidiſtans; lineæ in ſectione apparentes erunt interſe parallelæ.

Sit oculus A, qui videat æquidiſtantes lineas BC DE FG, quomodocunque, & vbicunque ſitas, hoc eſt ſiue in vno, ſiue in pluribus exiſtant planis. ſitq; ſectio KR quomodocunque ſita, dummodo ſit ipſis BC DE FG parallela. ſint autem viſuales radij BA CA, DA EA, FA GA; qui sectionem in punctis LM NO PQ secent. iunganturq; LM NO PQ; quæ nimirum in sectione ostendunt, vbi BC DE FG in sectione apparent; ita scilicet vt BC in LM, DE verò in NO, & FG in PQ appareat. Dico lineas LM NO PQ interse parallelas esse. Intelligatur per BC planũ plano KR, hoc est sectioni æquidistans, nimirum lineæ AB AC à planis diuidentur parallelis; ac propterea erit AL ad LB, vt AM ad MC. quare linea LM est ipsi BC parallela. eodemq; modo si intelligatur planum per DE æquidistans plano KR, ostendetur NO ipsi DE parallelam esse. & ita in alijs. At verò lineæ BC DE FG interse sunt parallelę; ergo & LM NO PQ interse sunt parallelæ. quod demonstrare oportebat.



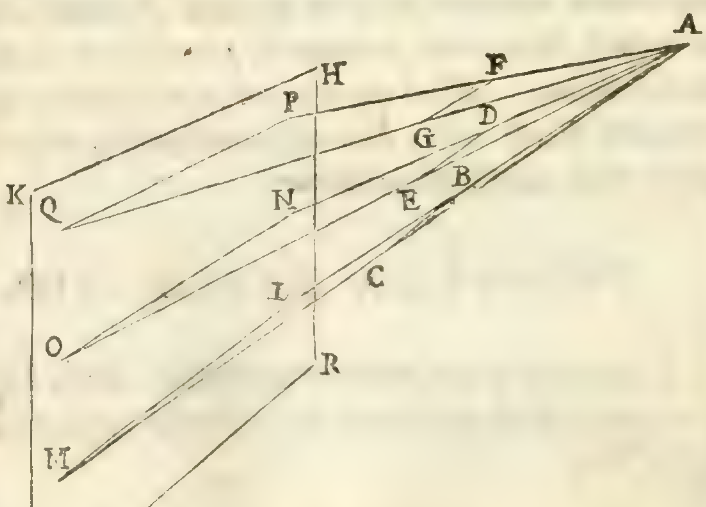
Ex 17. vndecimi. 2. sexti.

Ex 9. vndecimi.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet lineas LM NO PQ ipsis BC DE FG parallelas esse.

Euenire autẽ potest secundùm propositionem vniuersalem propositam, vt sectio KR non sit semper inter lineas BC DE FG, & oculum; at lineas BC DE FG esse inter sectionẽ, & oculum A; vt in hac secunda figura. quare ductis visualibus radijs BA DA FA CA EA GA, qui producãtur, donec similiter secent sectionem in LNP MOQ, eodẽ prorsus modo ostendetur lineas LM NO PQ interse, & ipsis BC DE FG parallelas esse. eruntq; lineæ PQ NO



LM sub subiecto plano; dummodo sectionis linea HK in subiecto plano existere intelligatur.

Vnde si parallelæ lineæ partim fuerint inter sectionem, & oculum; partim verò sectio inter lineas, & oculum; ex ijs, quæ demonstrata sunt constat, lineas, quæ in sectione apparent, interse, & ipsis æquidistantes esse.

Quòd si datarum parallelarum aliqua esset in ipsa sectione, liquet hanc in sectione se ipsam ostendere, cæterisque lineis parallelam esse. lineis enim, quæ hoc modo sunt in sectione, contingit, vt eędemmet sint, & quæ repręsentant, & quæ repræsentantur. quod idem omnibus alijs, siue sint puncta, siue lineæ, siue figuræ, dummodo existant in sectione, contingit: cùm eadem res, & pro obiecto, & pro figura in sectione apparente deseruiat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXV.

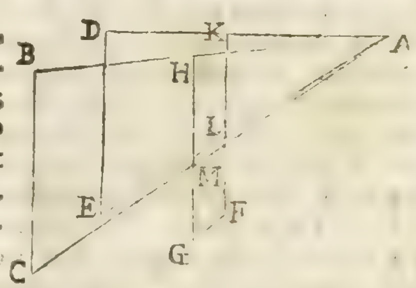
Si oculus parallelas lineas videat, quæ sectionis lineæ sint æquidistantes, lineæ in sectione apparentes erunt interse, & sectionis lineæ, & ipsis parallelæ.

In ijsdem enim figuris sit KH sectionis linea in subiecto plano; datæ verò vtcunque parallelæ lineæ sint BC DE FG, quæ sint ipsi KH æquidistantes; lineæ verò in sectione apparentes sint LM NO PQ. Dico lineas LM NO PQ & interse, ipsiq; HK, & ipsis BC DE FG ęquidistantes esse. Eodem enim modo, quoniam BC KH sunt parallelæ, si intelligatur per BC planum plano sectionis KR æquidistans, erit BL ad LA, vt CM ad MA. quare LM ipsi BC est parallela. & ita ostendetur NO ipsi DE, & PQ ipsi FG parallelam esse. Ex quibus colligitur LM NO PQ interse, ipsiq; HK, & ipsis BC DE FG parallelas esse. quod demonstrare oportebat. *Ex 17. vndecimi. 2. sexti. Ex 9. vndecimi.*

Quod idem ostendetur in alijs casibus, vt in præcedenti.

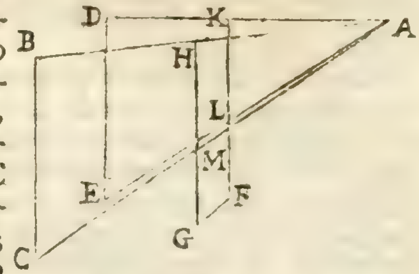
THEOREMA PROPOSITIO. XXVI.

Si oculus videat lineas subiecto plano perpendiculares, sitq; sectio eidem plano erecta, lineæ in sectione apparentes erunt & subiecto plano, & sectionis lineæ perpendiculares.



Sit oculus A, qui videat lineas BC DE, quæ sint subiecto plano perpendiculares. sitq; sectionis linea in subiecto plano FG; sectio autem intelligatur subiecto plano erecta, lineæq; in sectione apparentes sint HM KL. Dico HM KL & subiecto plano, & sectionis lineæ FG perpendiculares esse. Ducantur visuales radij BHA CMA, DKA ELA. Quoniam enim li-

18. *vndecimi.* nea BC est subiecto plano erecta, erit planum trianguli ABC eidem subiecto plano erectum. & quoniam HM est in triangulo ABC, eademq; HM est in sectione, erit HM sectionis, ac trianguli ABC communis sectio. sectio autem, & planũ ABC



19. *vndecimi.* sunt subiecto plano erecta; ergo linea quoque HM subiecto plano erecta erit. Eodẽq; modo ostendetur KL esse subiecto plano perpendicularem. At verò producantur HM KL, quæ cum linea FG conuenient; cùm sint omnes lineæ in plano sectionis, & non sint HM KL ipsi FG parallelæ; siquidem sunt subiecto plano erectæ. Quare producantur, occurrantq; ipsi FG in punctis GF. & quoniam FG est in subiecto plano. suntq, HG KF subiecto plano erectæ; erunt HG KF ipsi FG perpendiculates. quod demonstrare oportebat.

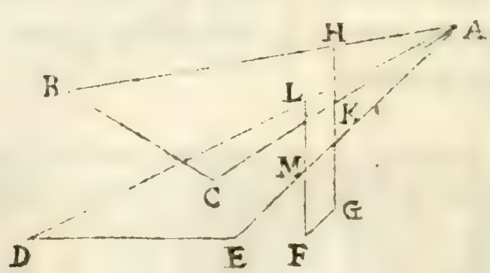
A L I T E R.

Ijsdem constructis, quoniam BC DE sunt subiecto plano perpendiculares; estq; sectio eidem plano erecta; erit vnaquæque BC DE sectioni
24. *huius.* æquidistans. quare HM KL & interse, & ipsis BC DE sunt parallelę.
8. *vndecimi.* sed BC DE sunt subiecto plano erectæ; ergo HMG KLF sunt subiecto plano perpendiculares. quæ propterea (vt dictum est) erunt & ipsi FG perpendiculares. quod demonstrare oportebat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXVII.

Si oculus videat datas lineas, quomodocunque sitas, quæ tamen existant in planis per ipsas, & oculum ductis subiecto plano erectis, sectio autem sit quoque subiecto plano erecta; lineæ in sectione apparentes erunt subieto plano, ac sectionis lineæ perpendiculares.

Sit oculus A. datæ autem vtcunque lineæ BC DE. sitq; sectionis linea FG in subiecto plano. sectioq; sit subiecto plano erecta. plana verò per BC & A, & DE & A ducta, sint subiecto plano erecta. lineæ autem in sectione apparentes sint HK LM. Dico has lineas HK LM subiecto plano, & ipsi FG perpendiculares esse. sint visuales radij BHA

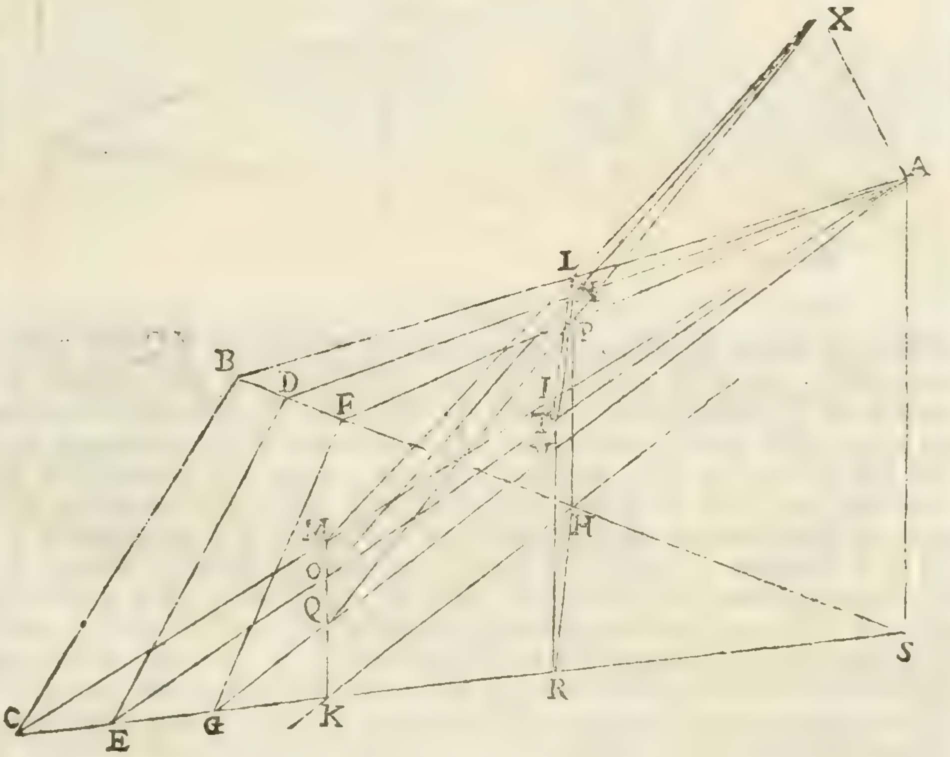


CKA, DLA EMA. Quoniam igitur sectio, planumq; ACB sunt subiecto plano erecta; lineaq; HK horum planorum est communis sectio; erit
19. *vndecimi.* HK subiecto plano, ac per consequens ipsi FG perpendicularis. similiterq;

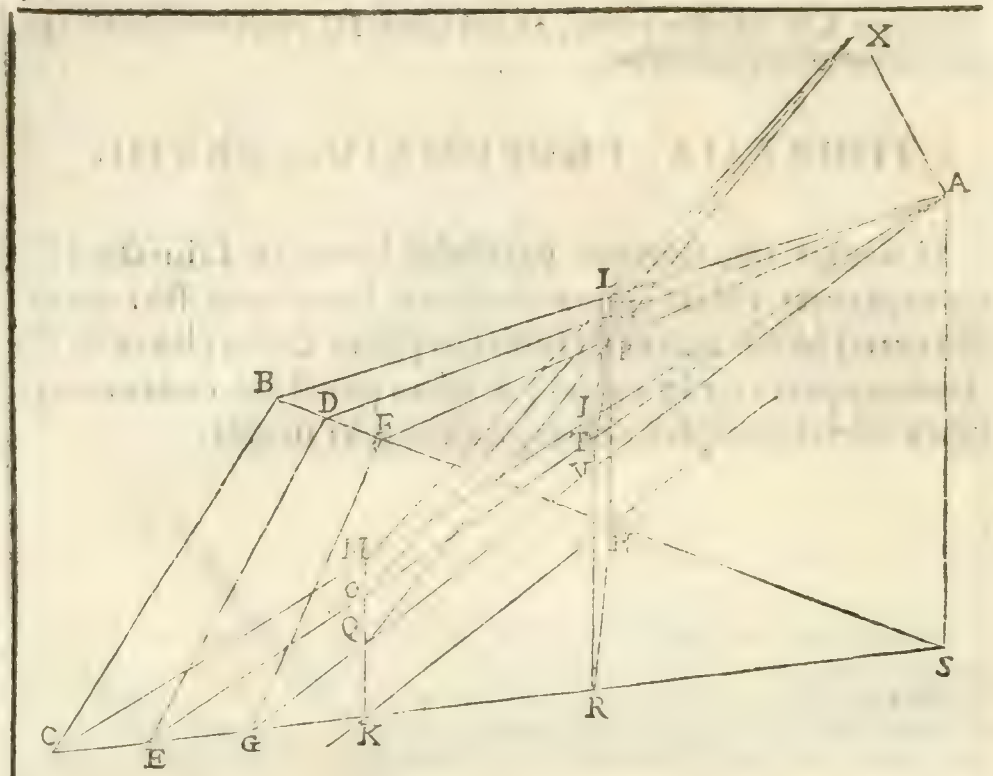
ostendetur LM subiecto plano, ac ipsi lineæ FG perpendicularem esse. quod demonstrare oportebat.

THOREMA PROPOSITIO. XXVIII.

Si oculus quotcunque parallelas lineas in subiecto plano existentes videat, quæ sectionis lineæ non sint æquidistantes; sectio autem sit subiecto plano erecta; lineæ in sectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent supra subiectum planum æquealtum, vt oculus.



Sit altitudo oculi A supra subiectum planum linea AS. sitq; in subiecto plano sectionis linea HK. æquidistantes verò lineæ in subiecto plano existentes sint BC DE FG, quæ ipsi HK non sint parallelæ. sitq; sectio HLMK subiecto plano erecta. In sectione autem lineæ apparentes sint LM NO PQ. Dico LM NO PQ in vnum, & idem punctum concurrere, quod quidem est æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. Duæ in subiecto plano ducantur à puncto S lineæ, quæ secent sectionis lineam, ac datas lineas, sintq; SHFDB, SKGEC. Sint visuales radij BLA, DNA, FPA. CMA, EOA, GQA. Junganturq; HP PN NL, KQ QO OM. Quoniam enim punctum B in sectione apparet, vbi L, D vbi N, F vbi P; punctum verò H est in sectione; linea igitur HFDB in sectione apparebit in HPNL. atqui recta est linea HFDB; ergo recta etiam est



HPNL; vt initio diximus, eademq; ratione oſtendetur KQOM rectam
18. *vndecimi*. lineam eſſe. At verò quoniam AS eſt ſubiecto plano SBC erecta, erit planum ASB ſubiecto plano erectum. ſed ſectio HLMK eſt eidem quo-
19. *vndecimi*. que plano SBC erecta, ergo linea LH communis ſectio planorum ASB HM ſubiecto plano SBC erecta erit. pariq; ratione oſtendetur KM eſſe
6 *vndecimi*. ſubiecto plano SBC erectam. vnde LH MK ſunt interſe parallelæ. Ducatur autem à puncto H linea HR ipſis BC DE FG parallela; ac per LH HR ducatur planum HLIR, quod quidem propter lineam LH
18. *vndecimi*. erit ſubiecto plano SBC erectum. ſitq; RI communis ſectio planorum ASC, & HI; quæ quidem plana ſunt ſubiecto plano SBC erecta; quare
19. *vndecimi*. IR plano SBC erecta exiſtit. ac propterea erit IR ipſis HL KM equidiſtans. ſecent autem viſuales radij CA EA GA lineam RI in punctis
6. *vndecimi*. ITV. ſecabunt enim, quoniam viſuales radij, & RI in eodem ſunt plano, trianguli ſcilicet ASC. ſi igitur HLIR intelligatur ſectio; linea vtique RI ipſam RC repręſentabit, Itaque iungantur LI NT; nimirum oſtendet LI in ſectione HI lineam BC; NT verò lineam DE. quoniam igitur
25. *huius*. BC DE ſunt ipſi HR parallelæ, erunt LI NT interſe, & ipſis BCDE parallelæ; ſed LN IT ſunt quoque parallelæ; erit igitur LNTI paralle-
34. *primi*. logrammum. quare IT ipſi NL æqualis exiſtit. Quoniam autem MO IT ſunt æquidiſtantes; ſiquidem MK IR oſtenſæ ſunt parallelæ; ob ſi-
4. *ſexti*. militudinem triangulorum AMO AIT, erit MA ad AI, vt MO ad IT; eſt autem MA maior, quàm AI; ergo MO maior eſt, quàm IT; ac per conſequens maior, quàm LN. quia verò lineæ MK LH ſunt ęquidiſtantes; & MO maior eſt LN; lineæ LM NO non erunt inter ſe parallelæ, ſed ex parte LN interſe conuenient. Itaque producantur, & concurrant in X. Præterea quoniam oſtenſum eſt IT LN interſe æquales
7. *quinti*. eſſe, habebit MO ad LN proportionem eandem, quam habet ad IT. ſed
11. *quinti*. MA ad AI eſt, vt MO ad IT; ergo MA ad AI eſt, vt MO ad LN. ob

ſimili-

similitudinem autem triangulorum XMO XLN, ita est MX ad XL, vt MO ad LN: & vt MO ad LN, ita est MA ad AI; erit igitur MX ad XL, vt MA ad AI. Eodemq; prorsus modo demonstrabitur MQ ad IV ita esse, vt MA ad AI; esseq; IV LP interse æquales; quod fiet, si iungeretur PV, quæ in sectione HI lineam FG ostenderet. quare sicut MQ ad LP, ita est MA ad AI. Cùm itaque sit MX ad XL, vt MA ad AI, erit MQ ad LP, vt MX ad XL. sunt verò MQ LP parallelæ; ergo ducta PX, erit QPX recta linea. si igitur producatur PQ ex P, lineis OX MX occurret in X. & ita si plures essent datæ lineæ parallelæ, omnes in X secundùm apparentiam concurrere ostendetur. At verò connectatur AX. quoniam igitur ita est MA ad AI, vt MX ad XL. erit diuidendo MI ad IA, vt ML ad LX: quare linea LI est ipsi AX parallela; sed LI ipsis BC DE FG equidistans ostensa est; erit igitur AX ipsis BC DE FG parallela; ac per consequens subiecto plano SBC æquidistans. ex quo patet punctum X æquealtum esse supra subiectum planum, vt oculus A. in punctumq; X apparentes lineas ML ON QP in sectione concurrere. quod demonstrare oportebat.

4. sexti. 11. quinti. 11. quinti. 22. huius. 17. quinti. 2. sexti.

Assumpsimus in demonstratione, punctum R esse inter puncta SK. quòd si acciderit punctum K esse inter puncta SR; tunc ducatur non à puncto H, sed à puncto K linea datis lineis BC DE FG æquidistans; cæteraq; eodem prorsus modo ad alteram partem euenient; eademq; demonstratione ostendentur.

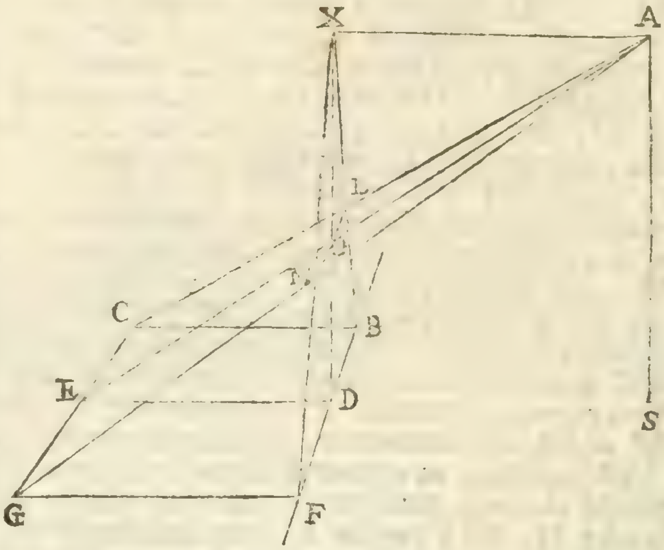
Quod autem hoc theoremate demonstrauimus, aliter quoque, faciliùsq; in sequenti, non solùm in sectione subiecto plano erecta, verùm etiam in sectione subiecto plano inclinata idem pariter contingere ostendemus.

THEOREMA PROPOSITIO. XXIX.

Si oculus quotcunque parallelas videat lineas in subiecto plano existentes, quæ non sint sectionis lineæ parallelæ; sectio autem sit quomodocunque sita; lineæ in sectione apparentes in vnum, & idem punctum conuenient, supra subiectum planum æquealtum, vt oculus.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. lineæ verò in subiecto plano parallelæ sint BC DE FG; quę quidem, cùm non sint sectionis lineæ (quæ sit BF) parallelæ, cum ipsa concurrent, vt in punctis BDF. sitq; sectio BFX. lineæ autem apparentes, quæ scilicet in sectione ostendunt lineas BC DE FG, sint BL DO FM. Dico primùm BL DO FM in vnum, & idem punctum concurrere. Fiant lineæ BC DE FG interse æquales; iunganturq; CE EG; erit vtique CE ipsi BD æqualis, & æquidistans; veluti EG ipsi DF. quòd cùm sit 33. primi.

BDF recta linea, erit & CEG recta linea. Sint visuales radij CLA EOA GMA, qui sectionem secent in punctis LOM; ita vt puncta LOM in sectione ostendant pũcta CEG. & quoniam puncta BDF in ipsa sunt sectione, in ijsdẽmet quoque punctis in sectione apparebũt. Iungantur LO OM. & quoniam punctnm L in sectione ostendit punctum C, O autem ipsum E, & M ipsum G; linea LO in sectione ipsam CE, & OM ipsam EG



ostendet. sed CEG est recta linea, & sectionis lineæ BF ęquidistans; er-
25. huius. go LOM est recta linea, & ipsis CG BF ęquidistans. Itaque quoniam LO est ipsi CE ęquidistans; erit ob similitudinem triangulorum ACE
4. sexti. ALO, vt CA ad AL, ita CE ad LO. est autem in hoc casu CA maior, quàm AL; ergo & CE maior est, quàm LO. Cùm autem sit BD ipsi CE ęqualis; erit BD maior, quàm LO. & quoniam BD LO sunt interse parallelæ, lineæ BL DO ex parte LO interse conuenient. itaque concurrant in X. At verò quoniam BD LO sunt paralle-
4. sexti. læ, erit ob similitudinem triangulorum BDX LOX vt BX ad XL, ita
7. quinti. BD ad LO. Cùmq; sit CE ipsi BD æqualis, eandem habebit proportionem CE ad LO, quam BD ad LO. vt verò CE ad LO, ita est
Ex 11. quinti. CA ad AL, & vt BD ad LO, ita BX ad XL; erit igitur BX ad XL, vt CA ad AL. eademq; ratione ostendetur ita esse CA ad AL, vt CG ad LM. est verò BF æqualis ipsi CG; erit igitur BF ad LM, vt CA ad AL. sed est CA ad AL, vt BX ad XL; ergo BF erit ad LM, vt BX ad
22. huius. XL; suntq; BF LM parallelæ; linea igitur FMX recta est. quare FM ex M producta ipsis BX DX in idem punctum X occurret. & ita similiter ostendetur, omnes alias si extiterint, in X concurrere. ex quibus primùm patet lineas BL DO FM in vnum, & idem punctum X concurrere.

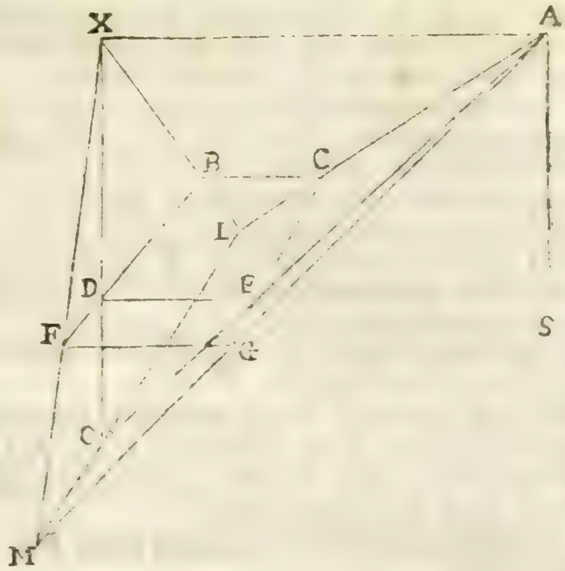
Dico autem insuper punctum X æquealtum esse supra subiectum planum, sicut punctum A. connectatur AX. Quoniam enim ita est CA ad
17. quinti. AL, vt BX ad XL; erit diuidendo CL ad LA, vt BL ad LX. permutan-
18. quinti. doq; CL ad LB, vt AL ad LX. angulus verò BLC est ipsi XLA ęqua-
15. primi. lis, cùm sint ad verticem; ergo triangulum BLC triangulo XLA est simi-
6. sexti. le. ac propterea angulus XBC angulo BXA est æqualis. quare linea AX est ipsi BC, & per consequens ipsis DE FG parallela; & ideo subiecto plano æquidistans. ergo punctum X supra subiectum planum est æquealtum, vt oculus A: quod demonstrare oportebat.

His demonstratis, quoniam secundùm positam propositionem varij possunt esse casus; vt omnia oculis subijciantur, primùm constat nos in demonstratione assumpsisse sectionem BXF inter parallelas lineas BC DE FG, & oculum existere; sicuti vt plurimùm fieri solet.

At verò si lineæ BC DE FG fuerint inter punctum S, & sectionem, li-

neas

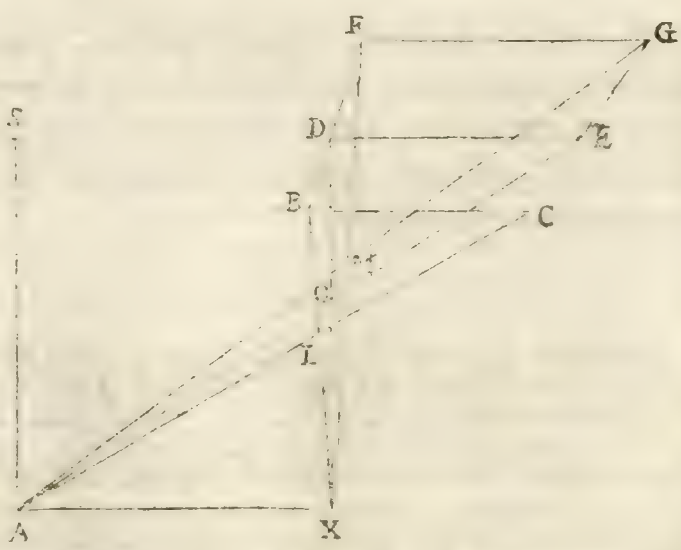
neas BL DO FM in sectione apparentes, infra verò subiectum planum per S, sectionisq; lineam BF transiens, existentes, ipsasq; BC DE FG repræsentantes, in idem punctum X concurrere similiter ostendetur. si enim eadem cõstruantur, primùm ostendetur LO in sectione ipsam CE ostendere, & OM ipsam EG, esseq; LOM ipsi CEG parallelam: quare ob similitudinem triangulorum LAO CAE erit LA ad AC, vt LO ad CE; est autem LA maior, quàm AC; erit igitur & LO maior, quàm CE, ac per consequens maior, quàm BD; est quippe BD ipsi CE æqualis; siquidem parallelogrammum est BCED; suntq; LO BD parallelæ; ergo lineæ LB OD interse conuenient, vt in X. At verò quoniam BD LO sunt parallelæ; erit ob similitudinem triangulorum LXO BXD, vt LX ad XB, ita LO ad BD. eandem autem habet proportionem LO ad CE, quam ad BD; vt autem LO ad CE, ita est LA ad AC; & vt LO ad BD, ita LX ad XB; erit igitur LA ad AC, vt LX ad XB. Eadem autem ratione ostendetur LM ad BF ita esse, vt LX ad XB. ergo iuncta MFX est recta linea. quare lineæ LB OD MF in punctum X concurrent. Quoniam autem ita est LA ad AC, vt LX ad XB; erit diuidendo LC ad CA, sicut LB ad BX; & ob id AX est ipsi CB, ac per consequens ipsis DE FG, nec non subiecto plano æquidistans. ex quo patet punctum X esse æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. lineæ igitur LB OD MF in idem punctum X concurrent supra subiectum planum æquealtum, vt oculus A. quod etiam demonstrare oportebat.



Ex 4. sexti.

7. quinti.
Ex 11. quinti.
22. huius.
2. sexti.

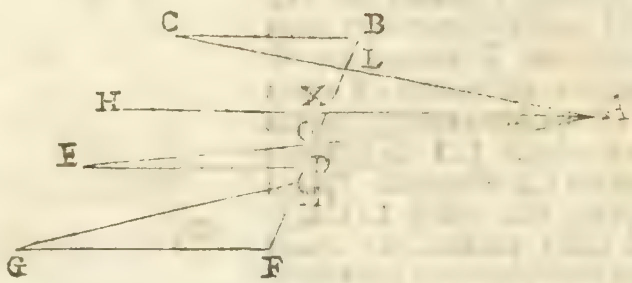
Cæterùm intelligere quoque possumus æquidistantes lineas BC DE FG in subiecto plano esse per S, & BF ducto; verùm oculum A infra subiectum planum existere altitudine AS. in hoc quoque casu exponantur eadẽ, eodemq; prorsus modo, vt in primo casu ostẽdetur lineas BL DO FM in sectione apparentes in punctum X con-



currere.

currere. quod erit æquealtum ſupra ſubiectum planum per S, & BF ductum, vt eſt A. figura enim eadem prorſus eſt, ſed inuerſa.

Quòd ſi lineæ BC DE FG fuerint inter ſectionem, & punctum S, idem vt in ſecundo caſu demonſtrabitur.



Porrò in omnibus caſibus ſupra poſitis, ſemper ſubiectum planum fuit, vel infra oculum, vel ſupra; quòd ſi neque infra, neque ſupra oculum, ſed vt oculus æquealtum conſtituatur, tūc oculus erit ī ſubiecto plano, in quo etiā ſectionis linea BF reperitur, in qua nimirum erit punctum X, in quod lineæ concurrunt. ductis enim viſualibus radijs CLA EOA GMA, qui lineam BF ſecabunt, vt in LOM; conſtat dici poſſe BL EO FM in idem punctum, putà X, concurrere.

Quòd ſi parallelæ lineæ fuerint inter BF, & punctum A, idem prorſus continget.

Si verò caſu euenerit, vt linearum aliqua ſitum habeat, vt HX, quæ quidem producta oculo A occurrat; id, quod in ſectione oſtendet lineam HX, erit punctum X. Cùm enim recta ſit linea HXA, à quolibet puncto in linea HX exiſtente ducatur viſualis radius, ſemper per idem punctum X tranſibit.

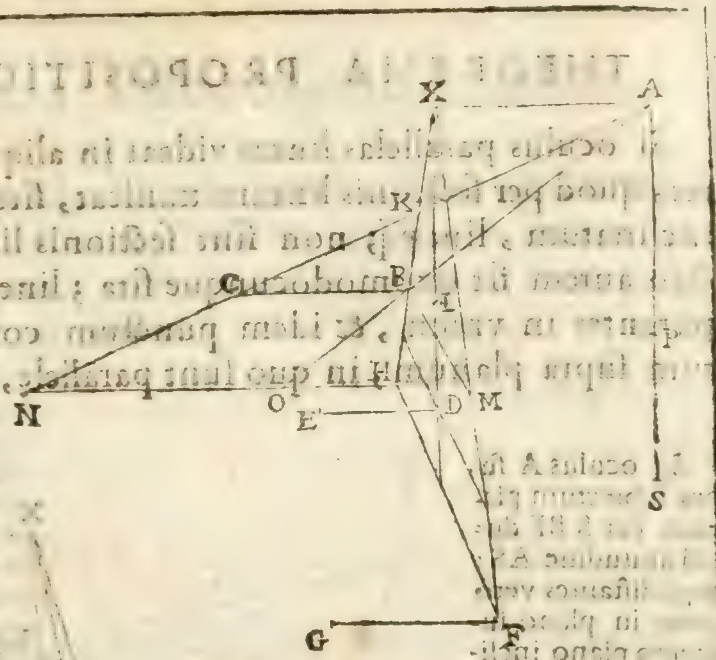
Ex quibus omnibus patet, ſi æquidiſtantes lineæ partim fuerint inter ſectionem, & oculum, partim verò fuerit ſectio inter lineas, & oculum; lineas in ſectione apparentes ſemper in vnum, & idem punctum concurrere ſupra ſubiectum planum æquealtum, vt eſt oculus.

THEOREMA PROPOSITIO. XXX.

Si oculus parellelas lineas videat, partim in ſubiecto plano, partim verò extra exiſtentes, quæ quidem non ſint ſectioni parallelæ; lineæ in ſectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent, ſupra ſubiectum planum æquealtum, vt oculus.

Sit oculus A, cuius ſupra ſubiectum planum altitudo ſit AS; in quo ſectionis linea ſit FH; ſectioq; ſit FXH: ſint æquidiſtantes lineæ BC DE FG partim in ſubiecto plano, vt FG, partim verò extra, vt BC DE. quæ quidem, cùm non ſint ſectioni FXH parallelæ, cum ipſa conueniant in punctis BDF. lineæ verò, quæ in ſectione apparent, ſint BK DL FM. Dico has in vnum, & idem punctum concurrere æquealtum ſupra ſubiectum planum, vt A. ſit primùm oculus A ſupra ſubiectum planum al-

tior,



tior, quàm lineæ BC DE; vndè visuales radij CKA BA producti subiecto plano, vt in pũctis ON, occurrent. Itaque iungatur NO, quæ producatur vsque ad sectionis lineam in H, connectaturque HB. Quoniam igitur BC est ipsi FG æquidistans, quæ quidem FG est in subiecto plano; erit & BC subiecto plano æquidistans. si igitur intelligatur planũ per BC ductum subiecto plano æquidistans; lineæ ACN ABO in easdem rationes secabuntur; ac propterea erit AC ad CN, vt AB ad BO. quare NO est ipsi BC æquidistans. Vnde sequitur NH ipsi FG æquidistantem esse; ambasq; in subiecto plano existere. Quoniam autem OBA NKA sunt visuales radij, punctum O in sectione apparebit, vbi B; N verò vbi K; sed punctum H est in ipsa sectione; ergo linea HON apparet in linea HBK. quòd cùm sit HON recta linea; erit & HBK recta linea, vt initio diximus. At verò quia lineæ HK FM in sectione ostendunt lineas HN FG in subiecto plano existentes, quæ nimirum interse se parallelæ sunt; concurrent HK FM in vnum punctum, putà X, æquealtum supra subiectum planum, vt A; atqui BK est pars lineæ HK; linea igitur BK, quæ in sectione ostendit ipsam BC, in idem punctum X concurret. similiter ostendetur DL in idem punctum X conuenire. Quapropter lineæ BK DL FM in vnum, & idem punctum X concurrunt; quod quidem est æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. quod demonstrare oportebat. *17. vndecimi.* *2. sexti.* *9. vndecimi.* *Ex præcedenti.*

Hic verò non est prætereundum, quòd si ducatur BM ipsi FH æquidistans, erunt BC BM ipsis FG FH æquidistantes; quare planum per BC BM ductum, erit subiecto plano per FG FH transeunti æquidistans; planum autem per BC BM ductum intelligatur productum, ita vt lineã AS secet in P; nunc intelligi poterit hoc planum per P & MB ductum, esse subiectum planum, in quo linea BM erit sectionis linea; punctum autem P erit punctum distantiæ; AP verò altitudo oculi supra hoc subiectum planum; eritq; punctum X (in quo lineæ concurrunt) supra hoc planum æquealtum, vt oculus A. Quod idem fieri potest puncto D, & alijs quibuscunque; ex quibus ostendi potest lineas BC DE FG in idem punctum X concurrere. *15. vndecimi.*

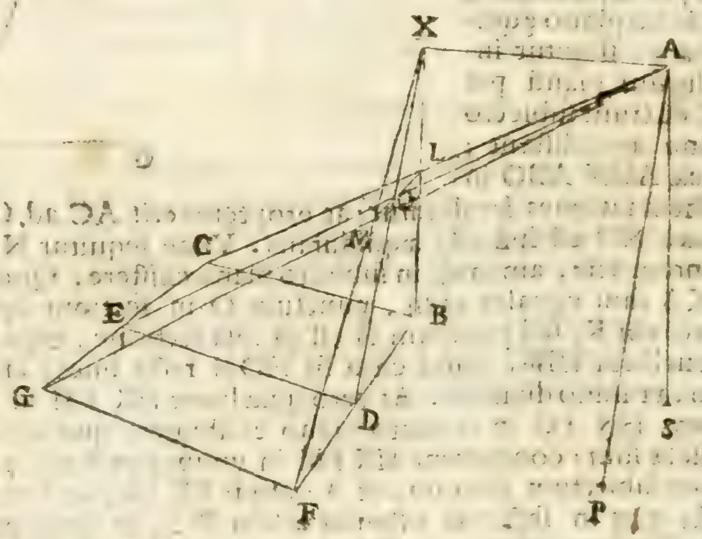
In demonstratione assumpsimus æquidistantes lineas omnes infra oculum existere; quòd si fuerint etiam supra oculum, vt in præcedenti in casu simili, intelligeretur subiectum planum esse supra oculum; eademq; ratione, vt dictum est, ostendetur lineas in punctum concurrere, quod est æquealtum, vt A.

Idē quoque ostēdetur accidere, si parallelæ lineæ fuerint inter sectionē, & oculum, ac partim supra, partimq; infra extiterint. & ita in alijs casibus.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXI.

Si oculus parallelas lineas videat in aliquo plano existentes, quod per sectionis lineam transeat, sitq; subiecto plano inclinatum, lineæq; non sint sectionis lineę parellelę, sectio autem sit quomodocunque sita; lineę in sectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent ęquealtum supra planum, in quo sunt parallelę, vt oculus.

Sit oculus A supra subiectum planum per S BF ductũ altitudine AS; æquidistantes verò lineæ in plano subiecto plano inclinato, ac per sectionis lineam ducto existentes sint BC DE FG, quæ quidem non sint sectionis lineæ BF æquidistantes; vnde cum ipsa conueniant in BDF. sitq; sectio BXF quomodocunque sita, in qua sint lineæ BL DO FM apparentes. Dico BL LO FM in vnum, & idem punctum concurrere æquealtum supra planum per BC DE FG ductum, veluti est punctum A. sint visuales radij CLA EOA GMA. Fiant autem BC DE FG æquales; iungaturq; CEG. Deinde intelligatur planum per BC DE FG ductum, cui ab A perpendicularis ducatur AP. si igitur intelligatur planum per P, & BF ductum, esse subiectum planum, in quo lineæ BC DE FG reperiuntur, porrò AP erit oculi A altitudo supra hoc planum. Quare ex vigesima octaua, & vigesima nona huius propositionibus manifestum est BL DO FM in idem punctum X concurrere, esseq; punctum X supra planum æquealtum, vt A. quod demonstrare oportebat.



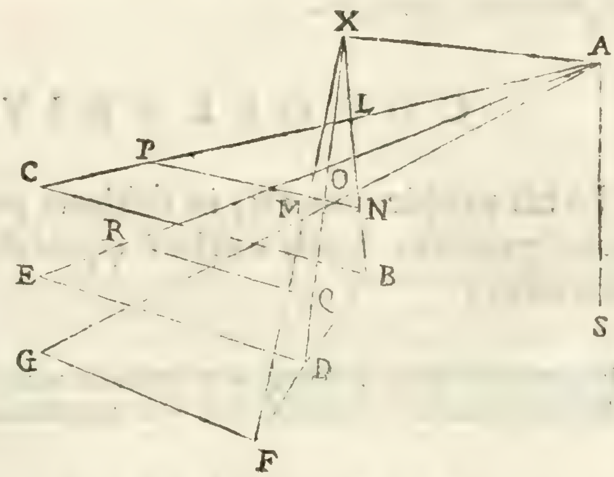
Quod idem in omnibus alijs casibus contingere ostendetur similiter.

Si verò (ijsdem positis) æquidistantes lineæ non fuerint in eodem plano; lineæ in sectione apparentes in idem punctum X concurrere, similiter vt in præcedenti ostendetur.

Cæterùm ea omnia, quæ in his quatuor proximis therorematibus demonstrata sunt, aliter, vnicaq; demonstratione perstringemus in hunc modum.

THOREMA PROPOSITIO. XXXII.

Si oculus ęquidiſtantes videat lineas, quæ cum ſectione conuenire poſſint, lineę in ſectionę apparentes in vnum punctum concurrent ęquealtum ſupra planum lineis parallelis ęquidiſtans, vt oculus.



Sit A oculus; cuius AS ſit altitudo ſupra planum lineis parallelis BC DE FG parallelum, quę quidem lineæ ſint primùm in eodem plano, quæ cum ſectione BXF conueniant in punctis BDF. Dico lineas in ſectione apparentes in vnum punctum concurrere æquealtum ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, vt oculus A. Ducatur à puncto A linea AX æquidiſtans ipſis BC DE FG. ſitq; punctum X in ſectione. connectanturq; BX DX FX, & AC AE AG. Quoniam enim AX BC ſunt parallelæ, erunt lineæ XB AC ipſas coniungentes in eodē plano, in quo ſunt AX BC, quare viſualis radius CA ſecat ipſam BX. itaque ſecet in L. ſimiliter oſtendetur EA ipſam DX diſpeſcere, vt in O, GA verò ipſam FX in M. Quoniam igitur puncta BX ſunt in ſectione, erit etiam linea BX in ſectione; vnde BC in ſectione apparebit in BL. pariq; ratione DE apparebit in DO, GF verò in FM. & quoniam BL DO FM ſunt in lineis BX DX FX; erunt BL DO FM in lineis, quæ in vnum punctum concurrunt. quia verò AX eſt ipſis BC DE FG parallela; erit AX plano per parallelas tranſeunti æquidiſtans. quare punctum X eſt ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, æquealtum, vt oculus A. lineæ igitur BL DO FM in vnum punctum concurrunt ęque altum ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, vt oculus A. quod demonſtrare oportebat. *7. vndecimi.*

Quòd ſi parallelæ lineæ ſint NP QR FG, quæ quidem non ſint omnes in eodem plano, lineas in ſectione apparentes in idem punctum X concurrere ſimiliter demonſtrabitur.

Apparentes enim lineæ ſunt NL QO FM, quæ in X concurrunt.
Eadem quoque omnibus alijs caſibus ſimiliter contingere oſtendetur.

Quoniam autem ſæpè in ſequentibus punctum nominare oportet, in quo lineæ in ſectione concurrunt, propterea huiuſmodi punctum *putà X, nuncupabitur punctum concursus. quod est quidem intelligendum esse punctum concursus linearum BC DE FG, & aliarum ipsis æquidistantium. Nam quamuis lineæ BL DO FM in X concurrant; parallelæ tamen lineæ BC DE FG sunt, quæ in sectione in X concurrere oculo apparent. Quod idem dicendum est de vna duntaxat linea. ita vt si data fuerit in figura sola linea, vt BC; erit vtique X punctum concursus lineæ BC. quia BC in sectione in X tendere videtur. Quòd si ipsi BC aliæ ducerentur lineæ parallelæ; idem punctum X erit similiter linearum omnium quoque punctum concursus.*

COROLLARIVM I.

Ex his perspicuum est, in sectione punctum, in quod ab oculo parallelis lineis ducitur æquidistans, esse punctum concursus.

In omnibus enim hucusq; demonstratis, nempe à vigesima octaua propositione, linea AX ipsis BC DE FG æquidistans existit.

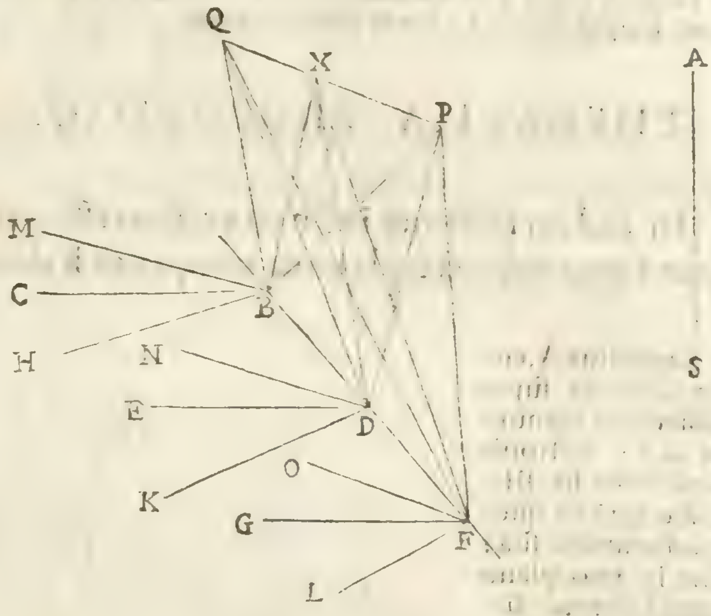
COROLLARIVM II.

Ex his quoque manifestum est, lineas, quæ in sectione parallelas, quæ cum sectione conuenire possint, repræsentant, omnes in vnum, & idem punctum concurrere.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXIII.

In eadem sectione infinita possunt esse puncta concursus supra subiectum planum æquealta.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. sit sectionis linea BF. sectio autem sit quomodocunque sita, hoc est siue subiecto plano erecta, siue minùs. sintq; in subiecto plano parallelæ lineæ BC DE FG; deinde in eodem plano aliæ BH DK FL; denique aliæ adhuc BM DN FO in eodem existant subiecto plano, quæ quidem omnes cum sectionis linea conueniant in BDF punctis. in sectione autem punctum concursus linearum BC DE FG sit X; itidemq; concursus linearum BH DK FL sit punctum P; linearum verò BM DN FO puuctum concursus sit Q. Iungantur BX DX FX, BP DP FP, BQ DQ FQ. ex dictis .n. BC DE FG in sectione apparent in lineis BX DX FX; lineæ verò BH DK FL in lineis apparent BP DP FP; atque lineæ BM DN FO in lineis apparent BQ DQ FQ. Cùmq; parallelæ lineæ sint omnes in subie



cto plano, erit vnumquodque punctũ P X Q punctum concursus supra subiectum planum ęquealtum, vt oculus, vt ex antea demonstratis perspicuum est. At verò quoniam infinitis modis esse possunt in subiecto plano lineæ parallelæ diuersimodè collocatę; ergo in eadem sectione infinita quoque possunt esse puncta concursus supra subiectum planum æquealta. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc patet, si iungantur puncta PXQ, primùm esse in recta linea, atque hanc sectionis lineę BF parallelam existere.

Cùm enim sint puncta PXQ supra subiectum planum æquealta, vt A, erunt puncta PXQ, & A in vno, & eodem plano, quod quidem erit subiecto plano æquidistans; vnde linea PXQ erit communis sectio plani per A, & PXQ transeuntis, & sectionis. ergo recta linea est PXQ. *3. vndecimi.*
Cùmq; sit BF sectionis, subiectiq; plani communis sectio, erit linea PXQ ipsi BF æquidistans. *16. vndecimi.*

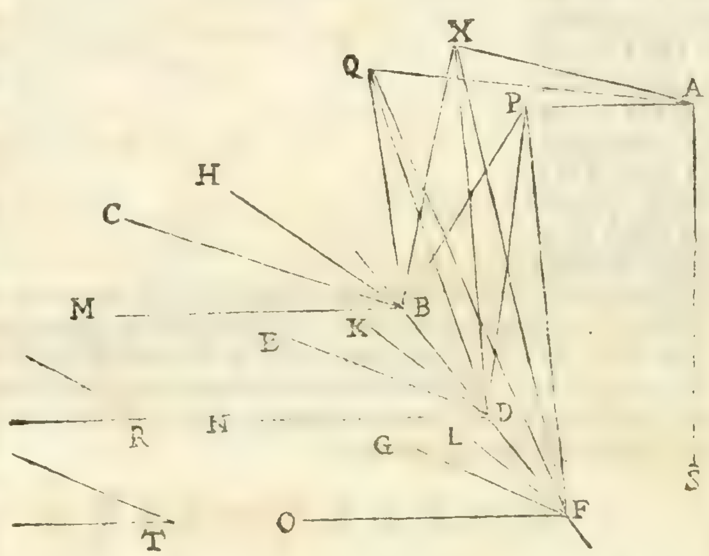
COROLLARIVM II.

Ex his quoque manifestum est, omnes parallelas lineas in subiecto plano existentes, & alias in subiecto plano non existentes, ipsisq; parallelas, habere punctum concursus in linea sectionis lineę parallela, & ab ipsa ita distante, vt oculi altitudo supra subiectum distat planum.

Omnia enim puncta concursus in linea PXQ existunt, producta scilicet, si opus fuerit, ex antea demonstratis.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXIIII.

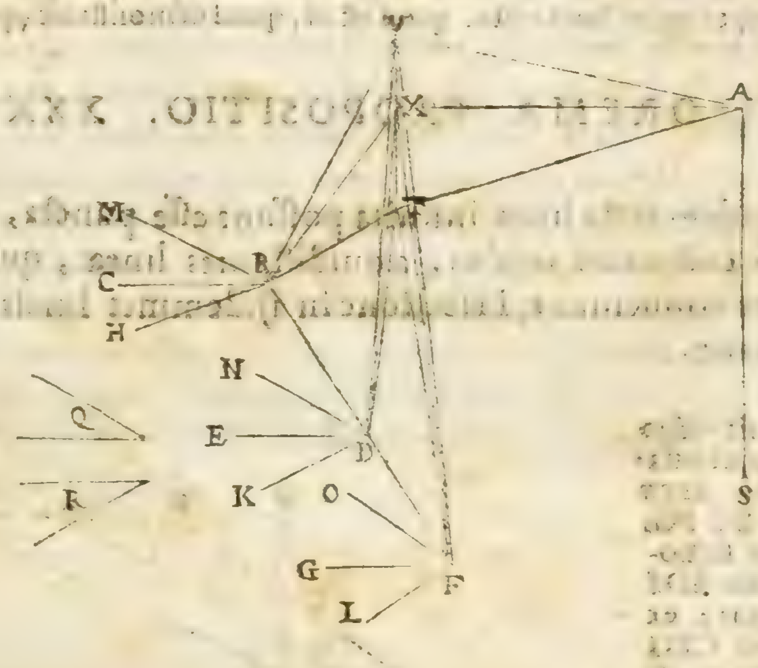
In eadem sectione infinita possunt esse puncta concursus, quæ supra subiectũ planum inæquales habeant altitudines.



Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS; sectionis verò linea sit BF; sectio autẽ sit quomodocunque sita; sint in vno plano æquidistantes lineę BC DE FG, quod quidem planum ad subiectum planum sit inclinatum in angulo R; similiter BH DK FL sint in altero plano æquidistantes, quod ad subiectum planum inclinationem habeat anguli T; parallelæ verò lineæ BM DN FO sint in subiecto plano; omnesq́; præfatę lineæ cum sectionis linea conueniant. Præterea BH BC BM non sint in vno, & eodem plano, veluti DK DE DN, & FL FG FO. in sectione autem sit punctum X concursus ipsarum BC DE FG; linearum verò BH DK FL punctum concursus sit Q; linearum autem BM DN FO sit punctum P. si igitur iungantur BX DX FX, BQ DQ FQ, BP DP FP, parallelæ lineæ BC DE FG in sectione apparebunt in BX DX FX; lineæ verò BH DK FL apparebunt in BQ DQ FQ; lineæ denique BM DN FO apparebunt in BP DP FP. Si igitur iungantur AX AQ AP, erit ex antea demonstratis AX ipsis BC DE FG æquidistans, AQ verò ipsis BH DK FL, & AP ipsis BM DN FO parallela. ęquidistantes verò lineæ in diuersis sunt planis diuersas subiecto plano inclinationes habentibus; ergo puncta XQP inęquales habebunt supra subiectum planum altitudines. At verò quoniam infinitis modis lineæ dari possunt parallelæ in planis diuersimodè collocatę, quæ quidem plana magis, minùsvè sint subiecto plano inclinata; infinita igitur possunt esse puncta concursus, quę supra subiectum planum inęquales habeant altitudines. quod demonstrare oportebat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXV.

In eadem ſectione infinita eſſe poſſunt puncta concurſus in eadem recta linea exiſtentia, quæ ſupra ſubiectum planum inæquales altitudines habeant.



Sit A oculus, cuius altitudo ſupra ſubiectum planum ſit AS; ſitq; ſectionis linea BF. Primùmq; ſint parallelæ lineæ in ſubiecto plano BC DE FG; aliæ deinde ſint lineæ parallelæ BH DK FL, quæ in vno ſint plano, quod tamen ſit ſub ſubiecto plano inclinatum in angulo R. præterea aliæ adhuc ſint parallelæ lineæ BM DN FO in vno plano exiſtentes, quod quidem planum ſit ſupra ſubiectum planum inclinatum in angulo Q. hæ autem omnes lineæ cum ſectionis linea conueniant in BDF punctis: ſint præterea BC BH BM in vno, & eodem plano; vnde & DE DK DN in vno, & FG FL FO in altero plano exiſtẽt; eruntq; tria hæc plana interſe parallela. *Ex 15. vndecimi.* Sit punctum X punctum concurſus, linearum ſcilicet BC DE FG, quæ ſanè in ſectione in BX DX FX appareant. Sit autem punctum T punctum concurſus linearum BH DK FL; atque punctum V ſit punctum concurſus linearum BM DN FO; ita vt BH DK FL in ſectione appareant in BT DT FT; lineæ verò BM DN FO in BV DV FV appareant. Si itaque iungantur AT AX AV, erit AT ipſis BH DK FL æquidiſtans; AX verò erit ipſis BC DE FG parallela, & AV ipſis BM DN FO æquidiſtans. *Ex 32. huius.* quare erunt AT AX AV ipſis BH BC BM æquidiſtantes; planum igitur per AT AX tranſiens eſt plano per BH BC tranſeunti æquidiſtans. *15. vndecimi.* ſimiliterq; planum per AX AV tranſiens erit plano per BC BM tranſeunti æquidiſtans; tres verò lineæ BH BC BM in vno ſunt plano; ergo & AT AX AV in vno plano exiſtunt.

Quoniam

Quoniam autem puncta TXV sunt in sectione, & sunt in plano ATV, erit ducta TXV communis sectio plani ATV, ac sectionis. ex quibus patet puncta XTV concursus in eadem esse recta linea TXV; eritq; T supra planum BH DK FL æquealtum, vt est oculus A; X verò erit supra subiectum planum æquealtum, vt A; eritq; V supra planum per BM DN FO ductum æquealtum; vt A. ex quibus sequitur puncta TXV supra subiectum planum diuersas habere altitudines. At verò quoniam in ijsdem planis per parallelas lineas BM BC BH, DN DE DK, FO FG FL transeuntibus infinitæ possunt duci lineæ parallelæ, quæ cum subiecto plano diuersas semper inclinationes efficiant; infinita ergo possunt esse quoque puncta concursus inequales altitudines habentia, quæ quidem in eadem semper erunt linea recta. quod est id, quod demonstrare oportebat.

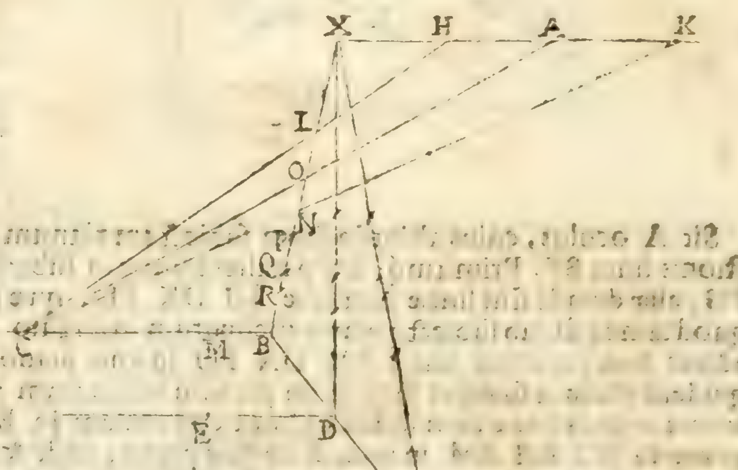
31. huius.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXVI.

In eadem recta linea infinita possunt esse puncta, in quibus, si collocetur oculus, æquidistantes lineæ, quæ cum sectione conueniant, in sectione in ijsdemmet lineis semper appareant.

Data sit sectio BXF; æquidistãtes verò lineæ sint BC DE FG, quæ cum sectione in pũctis BDF conueniant; ex parte verò CEG infinitę intelligãtur. Ponatur oculus vbicunque in A. in sectione autem sit X punctũ concursus, ita vt BC DE FG in sectione appareãt in BX DX FX. si igitur iungatur XA, erit AX ipsis BC DE FG æquidistans. producatur autem XA ex parte A in infinitum. Dico parallelas lineas BC DE FG, vbicunque ponatur oculus in linea XA, in sectione semper apparere in ijsdem lineis BX DX FX. quod quidem perspicuum est. Nam si oculus ponatur vt in H, idem punctum X erit punctum concursus, veluti si ponatur etiam oculus in K; linea enim ducta XHAK, semper est ipsis BC DE FG æquidistans (est enim semper eadem linea) quare siue oculus fuerit in H, siue in A, siue in K, lineæ BC DE FG in sectione semper in lineis BX DX FX apparebunt. Itaque quoniam in linea XK infinita

Ex 32. huius.

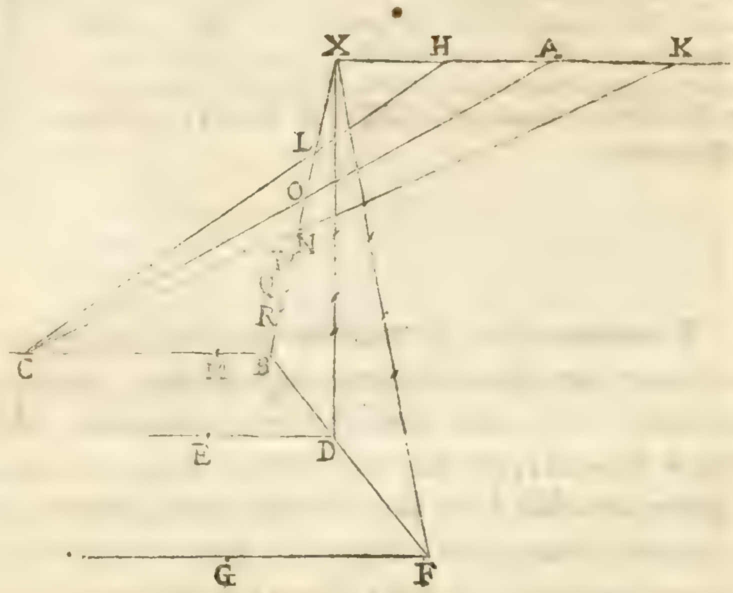


possunt esse puncta, in quibus oculus esse potest, ita vt ducta linea ab oculo ad X semper sit ipsis BC DE FG æquidistans; ergo in infinitis punctis lineæ XK potest collocari oculus, & idem punctum X in sectione punctum concursus semper existet. Quare infinita puncta in eadem linea existunt, in quibus oculus collocari potest, lineæq; BC DE FG in sectione in iisdemmet lineis BX DX FX semper apparent. quod demonstrare oportebat.

Paradoxum fortasse videbitur problema propositum, est tamen verissimum, & demonstratione confirmatum. quamuis fieri non posse videatur, vt oculus modò sectioni propinquiùs, modò à sectione non solùm remotiùs, verùm etiam remotissimus, collocatus sit, & tamen eædem parallelæ lineæ in iisdemmet lineis semper appareant. Nam si oculus situm mutat, id quoque, quod in sectione apparet, manente obiecto, manenteq; sectione, situm apparitionis in sectione mutare oportet. Attamen ex demonstratione perspicuum est lineam BC etiam infinitè productam, vbicunque fuerit oculus in linea XA, semper in BX apparere. Huiusmodi autem apparens repugnantia facilè hoc pacto conciliari poterit.

Iisdem namque positis, sumatur in linea BC quoduis punctum C. Ducanturque CH CA CK, quæ lineam XB secent in LON. secabunt enim, quia ostensum est, lineam BC in BX semper apparere. præterea quia XB coniungit parallelas lineas XK BC; erunt KX XB BC in vno, & eodem plano. quare CH CA CK lineam BX dispescent. Itaque existente oculo in H, linea BC apparebit in BL; existente verò oculo in A, apparebit BC in BO; oculo verò in K, BC apparebit in BN. Quare dum oculus situm mutat, id etiam, quod in sectione apparet, situm quoque mutat. cùm BC, modò in BL, modò in BO, modò in BN, prout oculus vel in H, vel in A, vel in K reperitur, appareat. Punctum autem B situm non mutat, quia in ipsa existit sectione. At verò problema quoque propositum verissimum est; nam BC (vt dictum est) vbicunque sit oculus in linea XK, semper apparet in linea BX. Quocirca ad apparentis repugnantiæ concilium, lineam BC, dum apparet in sectione, & situm mutare, & situm non mutare intelligi potest. primùm quidem si linea ex C infinita intelligatur, situm non mutet, ipsius verò partes mutent; etenim vt infinita semper apparet in BX, partes verò non semper apparent in eodem situ. Nam punctum C in sectione situm mutat, cùm modò in L, modò in O, modò in N appareat. quod idem accidet, sumpto quouis alio puncto, vt M, quod & in P, & in Q, & in R apparere potest; dum scilicet oculus vel in H, vel in A, vel in K extiterit. Vnde linea MC,

7. vndecimi.



quæ est portio lineæ, modò in LP, modò in OQ, modò in NR apparebit. & hoc non solùm cuilibet portioni contingit, verùm etiam cuilibet pũcto; quod quidem, dum oculus situm mutat, & ipsum quoque mutabit situm; cùm punctum C in LON, & M in PQR appareat. & ita in omnibus aliis, præter B, quod in sectione reperitur. Deinde dici quoque poterit, quòd terminata linea BC, quamuis dum oculus, vel in H, vel in A K reperitur, situm mutat, cùm modò appareat in BL, modò in BO BN, tamen verùm est quoque asserere terminatam lineam BC semper apparere in BX.

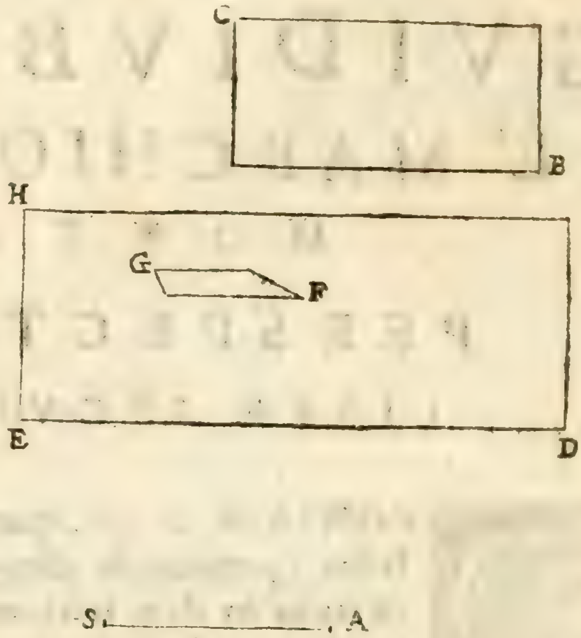
PRIMI LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS

PERSPECTIVAE LIBER SECVNDVS.

QVONIAM ex ijs, quæ dicta sunt, satis (ni fallor) perspicuum esse potest, quomodo datæ lineæ in data sectione appareant; iam ad praxim proximè accedere poterimus; cùm præsertim ex theorematibus propositis, tanquam ab exuberanti, & fæcunda propagine multæ, ac variæ spectabilium praxes germinare, ac prodire facilè possint. in quo negotio absoluendo, non mediocri opus est industria, dum in vno, eodemq; plano duæ occurrunt describendæ figuræ, quarum altera obiectum ostendat, altera verò in sectione obiectum repræsentet; ita vt, aliquando planum nobis pro subiecto plano; aliquando autem (vt continget) idem planum nobis pro sectione deseruiat. exempligratia.

Sit obiectum, siue figura visa BC, quæ intelligatur in subiecto plano; in quo sit sectionis linea DE; in eodemq; plano sit punctum S punctum distantiæ, in quod nempe cadit perpendicularis ab oculo in subiectum planum; oculi verò altitudo supra punctum S sit quantitas SA. Intelligatur autem super DE sectionem subiecto plano erectam esse debere. His ita constitutis, oportet in hoc eodem plano describere figuram, quæ sit æqualis ei (immo sit eadem) quæ in sectione apparet, veluti FG; ita scilicet, vt si sectio fuerit DH, eadem DH in subiecto plano prostrata, & in eodemmet subiecto plano esse intelligatur, in qua describenda est figura FG, quæ ipsam BC tali artificio repræ

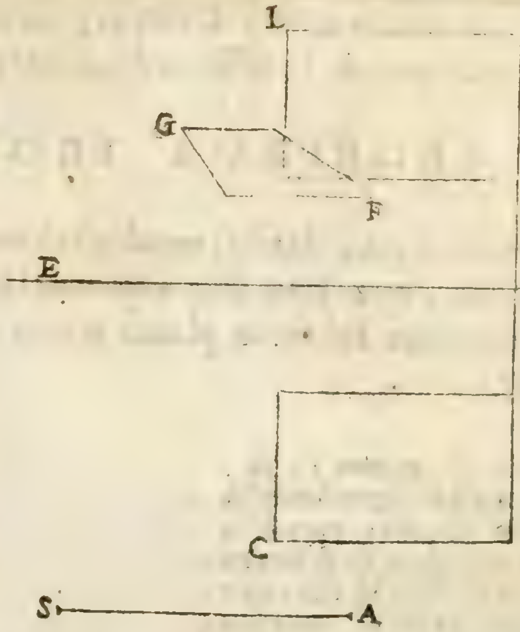


ſentet, ac ſi ſectio eſſet ſubiecto plano erecta. Vt nimirum, ſi manente DE, intelligatur DH vnà cum FG conuerti, donec fiat ſubiecto plano erecta; intelligaturque manente puncto S, linea SA ſimiliter ſubiecto plano erecta; & in A intelligatur oculus. tunc itaque oculus A aſpiciens figuram BC, ipſa BC figura in ſectione appareat, vt FG. atque ita in eodem plano, & obiectum, & figura in ſectione apparens deſcripta erit; vt in ſequentibus praxibus multis modis poſſe fieri perſpicuum erit.

Cæterùm hîc animaduertendum occurrit, quòd in praxibus conficiendis multas, ac penè infinitas quandoq; lineas ducere oportet, ita vt lineæ quodammodo interſe implicari videantur; vnde ad aliquas huiuſmodi tricas euitandas, praxes quandoq; altero modo conſtruere non erit inutile; nempe, vt obiectum, figuraque apparens in diuerſas partes deſcripta proueniant; veluti hoc modo; mutato ſcilicet ſitu obiecti, vt in altera figura, in qua ſit ſimiliter FG figura in ſectione apparens, obiectum verò ſit BC, ita vt ſectionis linea DE habeat obiectum ad vnam partem, figuram verò apparentem ad aliam. vbi conſiderandum eſt, quando ſectio vnà cum figura FG intelligitur ſubiecto plano erecta, veluti etiam AS eidem plano perpendicularis, quòd tunc figura FG non oſtendit, neque repręſentat obiectum BC oculo in A ſupra S exiſtenti, hoc enim efficere non poteſt, vt perſpicuum eſt. Quare, vt concipiamus, quomodo FG obiectum repræſentat, intelligendum eſt obiectum BC in altera ſectionis parte eſſe, vt in HL;

conuerſo

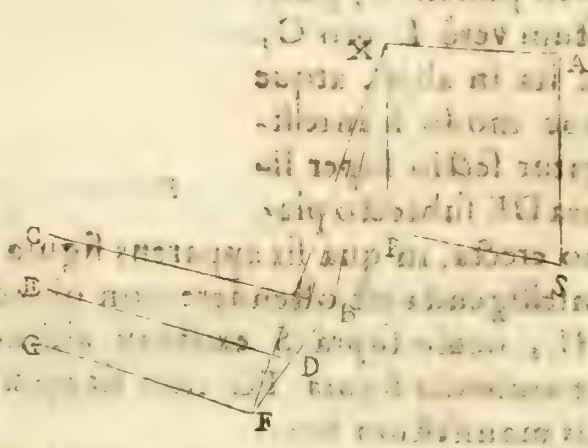
conuerſo tamen modo deſcriptum, quàm ſit BC; vt ſcilicet, iunctis punctis BH, ſit hæc linea BH ipſi DE perpendicularis, duæq; lineæ BD DH interſe ſint ęquales; ſitq; punctum H loco puncti B, punctum verò L pro C, & ita in alijs. atque hoc modo ſi intelligatur ſectio ſuper linea DE ſubiecto plano erecta, in qua ſit apparens figura FG, tunc figura FG intelligenda eſt oſtendere non obiectum BC, ſed ipſum HL, oculo ſupra S exiſtenti altitudine SA; quamuis in inuenienda figura FG non ſit opus figura HL; vt ſuis locis manifeſtum fiet.



Ex hac constructione hoc nobis commodi continget, quòd cùm in praxibus (vt inueniatur figura FG) multas oporteat ducere lineas à figura BC ad ſectionis lineam DE, deinde alias multas à ſectionis linea DE ad partem FG (eòq; magis, quò obiectum pluribus conſtaret angulis) exiſtente BC ad vnam, & FG ad alteram partem ipſius lineæ DE, præfatę lineę interſe minùs implicabuntur, quàm ſi obiectum fuerit in HL ad eandem partem FG. lineę enim, quas ab HL ad DE, & à DE ad FG ducere oportet, ſępè ſępiùs ſibi inuicem occurrent, apparensq; figura cum obiecto ſimiliter conuenire ſępe continget, vnde non ſine aliqua confuſione operari poteſt; niſi fortè, dum fit operatio, multę lineę ex vno in alium locum ad euitandam confuſionem transferantur, vt fieri ſępè ſolet. Quoniam autem varijs regulis obiectum in ſectione repręſentari poteſt, propterea in praxibus conficiendis (quamuis non in omnibus) vtroque modo vti quis poterit, prout vnicuique magis placuerit, oportunumque magis viſum fuerit. & quæ de ſectione subiecto plano erecta diximus, de inclinata quoque, ac de alijs sectionibus intelligendum est. vt in sequentibus patebit.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Oculo dato, datisq; parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ non sint sectionis lineæ parallelæ; in proposita sectione subiecto plano erecta punctum concursus inuenire.



Datus sit oculus in A; cuius altitudo supra subiectũ planum sit AS; parallelæ verò lineæ datæ in subiecto plano sint BC DE FG, quæ sectionis lineæ BF non sint parallelæ; sectio autem intelligatur subiecto plano erecta. oportet in sectione punctum concursus inuenire. Primùm enim cùm equidistantes datæ lineæ non sint sectionis lineæ parallelæ, cũ ipsa conuenient, vt in punctis BDF. si igitur à pũcto S ipsis BC DE FG ducatur in subiecto plano equidistans SP, hæc sectionis lineæ BF occurret quoque, vt in P; inuentoq; puncto P, ab ipso in sectione ipsi FP agatur perpendicularis PX, quæ fiat equalis ipsi AS. Dico punctum X esse punctum concursus, ita vt BC DE FG in sectione appareant in ductis lineis BX DX FX: iungatur AX. Quoniam igitur XP est in sectione, quæ est subiecto plano erecta, & FP est horum planorum sectio communis; cui perpendicularis est XP; erit XP subiecto plano erecta; sed & AS subiecto plano erecta existit; lineæ igitur AS XP sunt parallelæ, quæ, cùm sint etiam equales, sequetur, quòd AX ipsi SP, ac per consequens ipsis BC DE FG erit parallela. ergo X est punctum concursus: quod facere oportebat.

Ex 38. vndecimi.
6 vndecimi.
Ex 9. vndecimi.
1. cor 32. primi huius.

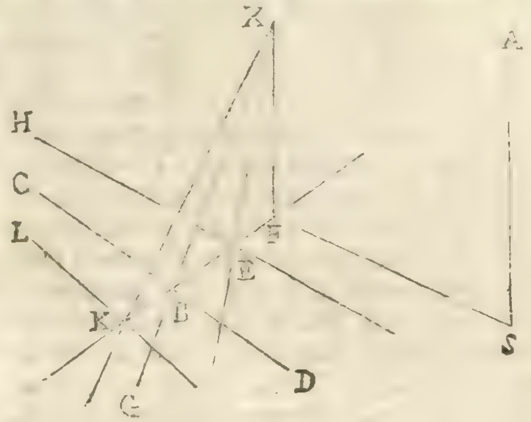
Idem quoque similiter inuenietur, si data tantùm fuerit linea, vt BC.

Eadem verò prorsus ratio est, si oculus fuerit infra subiectum planum; veluti si parallelæ datæ lineæ inter sectionem, & punctum S extiterint.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Oculo dato, dataq; linea in subiecto plano infinita, quę non sit sectionis lineę parallela, in proposita sectione subiecto plano erecta lineam apparentem describere.

Datus sit oculus in A; cuius altitudo supra subiectum planum sit AS; dataq; sit sectionis linea BF; sectio autem supra subiectum planum per S,



& BF transiens intelligatur erecta; sit in subiecto plano data linea infinita DC, quæ, cùm non sit ipsi BF parallela, ipsam secabit, vt in B, oportet in sectione lineam describere, quę ostendat lineam DBC, quemadmodum scilicet in sectione apparet. Inueniatur in sectione punctum X, quod sit punctum concursus lineę DBC, quod quidem fiet, si ducatur SF ipsi DC parallela; & in erecta sectione ducatur FX ipsi BF perdendicularis; fiatq; FX ipsi AS ęqualis. Cùm itaque punctum X sit punctum concursus, ducatur XBG, quæ ex parte G infinita intelligatur; linea vtique XBG in sectione lineam DBC repræsentabit, quemadmodum scilicet in sectione apparet. ita vt pars BX, quæ est supra subiectum planum, ostendat datam lineam ad partem BC; pars verò BG, quæ infra subiectum planum existit, lineam ad partem BD repręsentabit. & quamuis linea BC ex C intelligatur infinita, semper tamen in linea BX apparebit, non quòd oporteat producere lineam BX ex parte X; propterea quod si in infinita linea BC quodlibet sumatur punctum, apparebit hoc semper inter puncta BX, ita vt neque in ipso X apparere possit. punctum enim quod in X apparet, oportet, vt sit in recta linea per puncta AX ducta, quæ, quoniam esset ipsi DC ęquidistans, nullum punctum lineę BC cum ducta linea AX conuenire potest, ergo patet nullum punctum lineæ BC (etiam si in infinitum producta intelligatur) apparere posse in X, sed inter XB. quod facere oportebat.

Ex praecedenti.

Ex 29. 32. primi huius.

1. cor. 32. primi huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, si datæ fuerint parallelę lineę BC EH KL, ductis lineis XE XK, lineas KX BX EX ipsas KL BC EH in sectione ostendere.

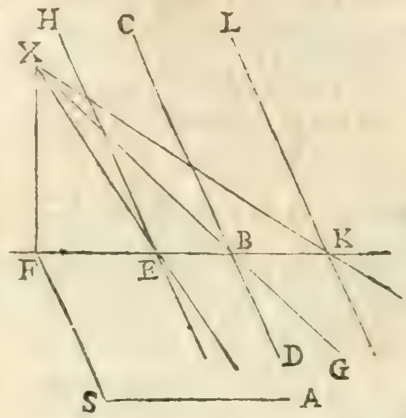
Lineę enim KX BX EX parallelas lineas ostendentes in idem punctum concursus, putà X concurrere necesse est. ex vigesima octaua, vigesima nona, & trigesima secunda propositionibus primi huius.

PRAXIS.

Sit punctum S, vbi ab oculo in subiectum planum cadit perpendicularis. hoc est sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur quantitas SA. Data sit sectionis linea BF. dataq; sit in subiecto plano linea DBC infinita, quæ lineam BF secet in B. planum itaque, in quo sunt lineę BF DBC, & punctum S, primùm accipiatur pro subiecto plano, in quo ducatur à puncto S ipsi DBC æquidistans SF. His ita constitutis, inuentisq; punctis BF, quæ in subiecto plano sunt, & in sectione; cùm sit

BF,

BF, & sectionis, & subiecti plani communis sectio. nunc accipiatur planum pro sectione. idem enim præstabit nobis subiectum planum, ac si esset sectio erecta; eodem namque modo in vtroque plano à punctis in linea BF existentibus, easdem ducere possumus lineas, & easdem absoluere praxes. quare in hoc eodem plano, tanquam in sectione à puncto F ducatur FX ipsi BF perpendicularis; fiatq; FX ęqualis datæ oculi altitudini SA; ducaturq; XBG: ostendet vtique linea XBG in sectione ipsam DBC, quemadmodum scilicet in sectione apparet. & pars BX ipsam BC, pars verò BG ipsam BD repręsentabit. quod sanè perspicuum fiet, si, manente BF, intelligatur sectio, in qua sunt lineæ XF XBG subiecto plano erecta, veluti quoque manente puncto S, erecta supra idem planum intelligatur AS; oculusq; sit in A collocatus; hoc namque modo linea XBG lineam DBC repræsentabit, quod facere oportebat.



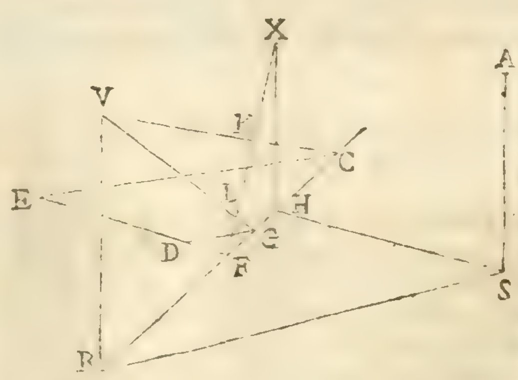
COROLLARIUM.

Ex dictis constat, si fuerint datæ parallelę lineę BC EH KL, iunctis XE XK, lineas KX BX EX lineas KL BC EH tanquam in sectione repręsentare.

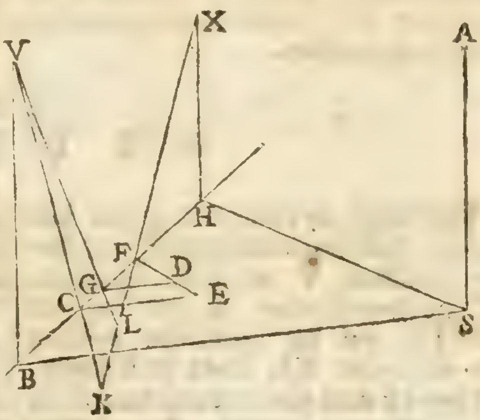
PROBLEMA PROPOSITIO. III.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano linea terminata, quę cum sectionis linea conuenire possit; in proposita sectione subiecto plano erecta lineam apparentem describere.

Oculus datus sit in A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS; sit sectionis linea BC; data verò linea terminata sit DE, quæ cum sectionis linea BC conuenire possit. oportet in sectione subiecto plano erecta lineam apparentem describere. Producatur DE vsque ad sectionis lineam in F; à punctisq; DE vbicunque ducantur lineæ DG EC inrerse parallelæ, dummodo sectionis lineæ occurrãt,



vt in punctis GC. Inueniatur deinde punctum X, quod sit punctum concursus ipsius FE. quod vtique fiet, ducta SH ipsi FE parallela, in sectioneq; ducta HX ipsi BC perpendiculari, & ipsi AS æquali. similiter inueniatur punctum V, quod sit punctum concursus linearum DG EC; ducta scilicet SB parallelis DG EC æquidistante; ductaq; BV in sectione ipsi BC perpendiculari, ipsiq; AS æquali. Deinde iungantur FX CV GV. Quoniam igitur ex præcedenti constat lineam FE in sectione apparere in FX; similiter lineam CE apparere in CV, lineam verò GD in GV; punctum igitur E, cùm sit in vtraque linea CE FE, apparebit in vtraque linea CV FX. quare vbi se inuicen secant, vt in K, punctum E apparebit. Ob eandemq; causam punctum D, cùm sit in lineis GD FD, apparebit, vbi lineæ GV FX sese dispescunt, vt in L. ex quibus sequitur terminatam lineam DE in sectione apparere in LK. quod facere oportebat. *Ex præcedentibus.*

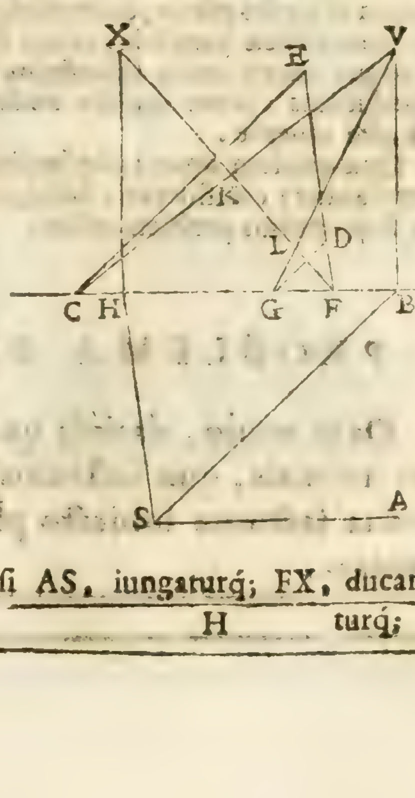


Quòd si data linea DE fuerit inter BC, & punctum S, eodem modo in sectione inuenietur apparens linea LK infra subiectum planum.

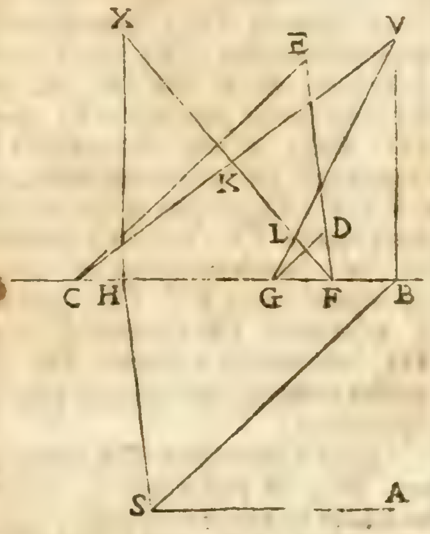
Ex quibus si data iinea partim ad vnam, partimq; ad alteram partem sectionis extiterit, similiter inuenietur apparens linea, quæ partim supra, partim infra subiectum planum existet.

Si verò altitudo oculi fuerit infra subiectum planum, tunc figuræ intelligantur inuersę, nempe voluantur, ita vt, quæ sunt supra, reperiãtur infra; omniaq; similiter inuenta erunt.

PRAXIS.



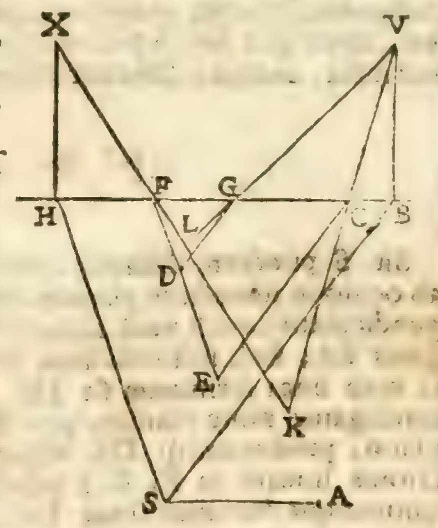
Sit S punctum distantię, vbi scilicet ab oculo in subiectum planum cadit perpendicularis; oculi verò altitudo intelligatur SA; sitq; sectionis linea BC. data verò linea terminata sit DE. Itaque intelligatur nunc planum pro subiecto plano, producaturq; DE vsque ad sectionis lineam in F, & à punctis DE quocunque ducantur lineæ DG EC interse parallelæ, quæ quidem, & ipsæ cum BC conueniant in punctis GC; à puncto autem S ipsis DG EC parallela ducatur SB, ipsi verò FE parallela ducatur SH. inuentisq; nunc punctis BFGHC, quæ quidem in subiecto plano, & in sectione existunt (vt in præcedenti quoque diximus) nunc accipiatur planum pro sectione, ducanturq; ipsi BC perpendiculares BV HX, quæ fiant æquales ipsi AS, iungaturq; FX, ducan-



turq; GV CV, quæ ipſam FX ſecent in LK. Quoniam igitur punctum V eſt punctum concurſus ipſarum DG EC, lineæ DG EC in GV CV apparebunt, vt in præcedenti dictum fuit. ſimiliter cùm ſit X punctum concurſus ipſius FE, linea vtique FE apparebit in FX: Vnde ſequitur punctum D in L, punctum verò E in K apparere, ac propterea erit LK linea in ſectione apparens. Quod quidem manifeſtum eſt, ſi intelligatur ſectio vnà cum lineis BV HX FX GV CV ſubiecto plano erecta, fueritque AS ſupra S ſubiecto plano itidem erecta. Deſcripta eſt igitur linea LK in ſectione apparens. quod facere oportebat.

ALITER.

Facilioris operationis gratia hoc quoque modo fieri poterit, nempe ijſdem poſitis, inuentoque puncto X, nunc primùm vbicunque ſumatur punctum V æquidiſtans à linea BC, vt X; vt ſcilicet ducta VB ad BC perpendiculari, ſit BV æqualis HX; iungaturque BS, ducanturq; DG EC ipſi BS parallelæ; eodemq; modo ducantur FX GLV CKV. erit nimirum KL linea in ſectione apparens. quod facere oportebat.



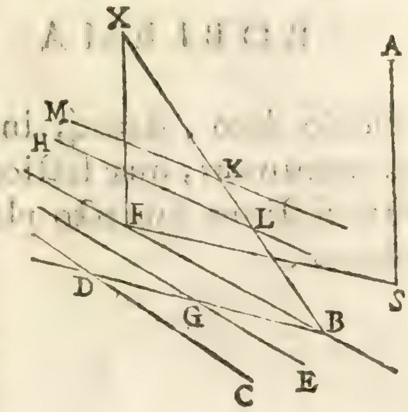
Quòd ſi data fuerit terminata linea DE inter ſectionis lineam, & punctum diſtantiæ, eodem modo in ſectione inuenietur apparens linea LK, quæ erit tanquam infra ſubiectum planum.

Ex quibus patet, quomodo inueniri poſſit linea in ſectione apparens in omnibus caſibus, vbicunque ſcilicet fuerit data linea in ſubiecto plano, dummodo non ſit ſectionis lineæ parallela, veluti ſi oculus quoque fuerit infra ſubiectum planum conſtitutus: erunt quippe eædem figuræ, ſed inuerſæ.

Quæ quidem omnia (ne ſæpiùs eadem repetantur) conſiderari, fieriq; poterunt in ſequentibus problematibus.

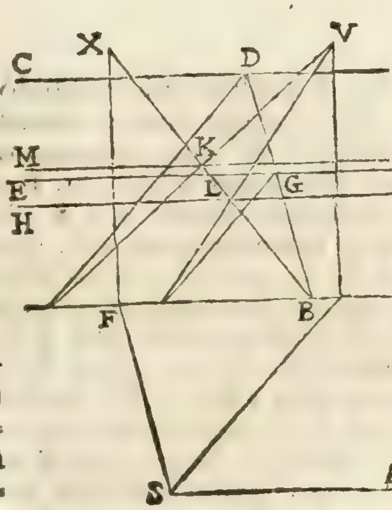
PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Dato oculo, datiſq; quotcunque lineis in ſubiecto plano infinitis, quæ ſectionis lineæ ſint æquidiſtantes; in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta lineas apparentes inuenire.



Sit rursus datus oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BF; datæ verò lineæ quotcunque indeterminatæ sectionis lineæ BF parallelæ sint CD EG. oportet in sectione subiecto plano erecta lineas inuenire, quæ parallelas lineas repræsentent. sumatur vtcunque in BF punctum B. ducaturq; vndecumq; BGD, quæ parallelas lineas secet in punctis GD. Deinde in sectione inueniatur ex præcedenti apparens linea LK, quæ ipsam GD ostendat. & quoniam lineæ CD EG sunt sectionis lineæ BF parallelæ, lineæ, quæ in sectione ipsas EG CD ostendent, erunt ipsis EG CD, & BF parallelæ. Quare à punctis LK ducantur LH KM ipsi BF parallelæ, & ex vtraque parte infinitę, lineę igitur LH KM in sectione ostendunt lineas EG CD, ipsa nempè LH ipsam EG, KM verò ipsam CD. quod facere oportebat. *25. primi huius.*

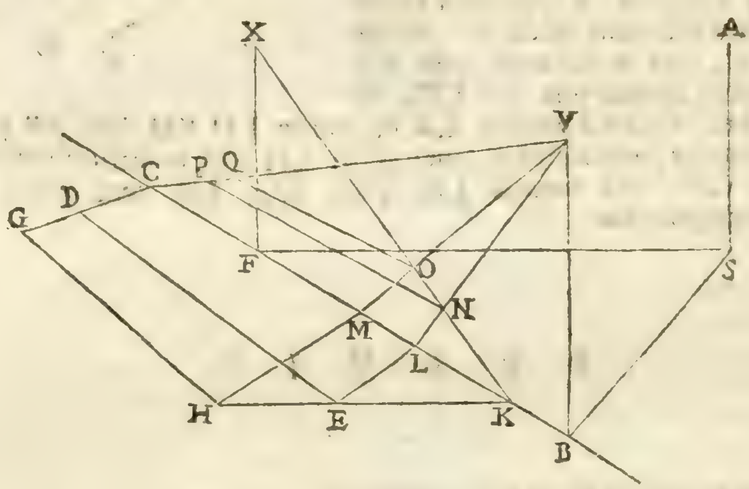
PRAXIS.



Primùm accipiatur planum pro subiecto plano, in quo sit punctum S, vbi cadit ab oculo in subiectum planum perpendicularis; hoc est sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo supra subiectum planum intelligatur AS; sintque in hoc plano quotcunque datæ lineæ ex vtraque parte infinitæ CD EG ipsi sectionis lineæ BF parallelæ. Sumatur in BF quoduis punctum B; ducaturq; vtcunque BGD, quę datas secet parallelas in punctis GD. Nunc verò intelligatur planum sectio, & ex præcedenti (inuentis punctis VX concursus) inueniatur in hoc plano, tanquam in sectione linea KL, quæ ostendat ipsam DG; à punctisq; KL ipsi BF parallelæ ducantur lineæ LH KM ex vtraque parte infinitæ: lineæ sanè KM LH in sectione ipsas CD EG repræsentabunt. lineaq; CD apparebit in KM; EG verò in LH. quod quidem perspicuum est, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, veluti quoque AS; oculusque intelligatur in A. hoc enim modo erunt KM LH lineæ in sectione apparentes. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. V.

Oculo dato, datisq; in subiecto plano quotcunque lineis terminatis, quæ sectionis lineæ sint parallelæ; in proposita sectione subiecto plano erecta lineas apparentes describere.



Sit A oculus, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BC; datæ verò sint primùm duæ in subiecto plano lineę DE GH parallelę, quæ sint etiam ipsi BC ęquidistantes. oportet in sectione subiecto plano erecta lineas apparentes describere. Iungantur GD HE, quæ producantur vsque ad sectionis lineam in CK. Deinceps inueniatur linea NO, quæ in sectione ostendat ipsam EH. quod fiet, si ducantur vtcunque EL HM, quę ipsi BC occurrant, sed ob lineandi facilitatem, fiant EL HM ipsi CG parallelæ, inueniantурque puncta VX concursus, X scilicet ipsius KH, V verò ipsarum CG MH LE, ductis nimirum SF FX, & SB BV, ducanturq; in sectione lineæ KNOX LNV MOV, ita vt LE in sectione appareat in LN, & MH in MO. Ducaturq; linea CV, quæ in sectione ipsam CG repræsentabit. At verò cùm lineæ DE GH sint sectionis lineę BC parallelæ; lineæ, quæ in sectione ostendunt DE GH, erunt ipsi BC parallelæ. Quare à punctis NO ipsi BC parallelæ ducantur NP OQ, quæ ipsi CV in punctis PQ occurrant. linea igitur DE in sectione apparebit in PN, & GH in QO. quare lineæ NP OQ sunt in sectione apparentes. quod facere oportebat.

3. huius.

Ex præcedenti.

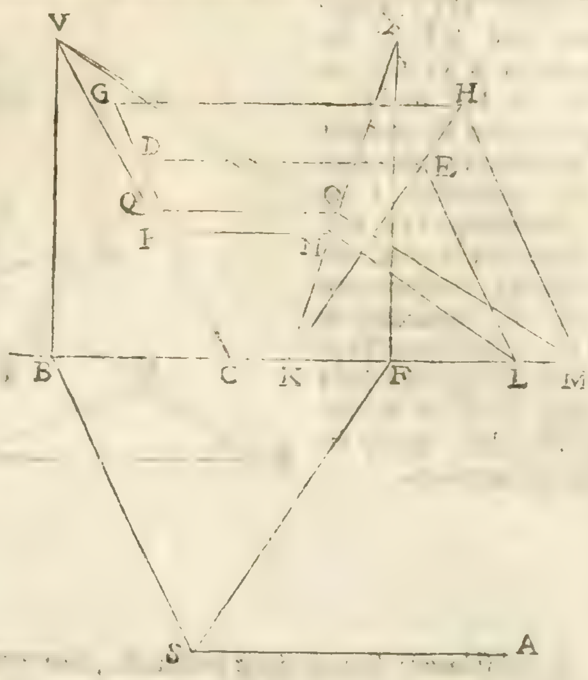
25. primi huius.

Si verò datæ lineæ plures fuerint, quàm duæ, eodem modo fiet.

PRAXIS.

In subiecto plano sit BC linea sectionis; sitq; S punctum distantiæ, supra quod oculi altitudo intelligatur SA. dateq; sint lineę parallelę DE

GH



GH terminatę, ipsiq; BC parallelæ. Iungantur GD HE, quæ producantur vsque ad sectionis lineam in CK, & vt in præcedẽtibus factum fuit, ducantur EL HM vtcunque, sed facilitatis gratia fiant EL HM ipsi CG parallelæ; ducaturq; SF ipsi KH æquidistans, & SB ipsis GC HM EL parallela. Itaque inuentis in sectionis linea pũctis BCKFLM, nunc habeatur planum pro sectione subiecto plano erecta; atque in plano, tanquam in sectione inueniantur cõcursus puncta XV, ductis nempe FX BV ipsi BF perpendicularibus, ipsiq; SA ęqualibus; ducanturq; KNOX LNV MOV. ex quibus constat MH apparere in MO, & LE in LN. Iungatur deinde CV, quæ in sectione ipsam CG ostendet. à punctis verò NO ipsi BC parallelæ ducantur NP OQ, quæ CV in punctis PQ occurrant; erunt vtique NP OQ in sectione lineæ apparentes. ita vt DE appareat in PN, & GH in QO. quod patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, oculusq; supra punctum S quantitate SA constitutus. hac enim ratione lineæ NP OQ in sectione lineas ED HG repręsentabunt. quare descriptæ sunt lineæ apparentes. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

PRIMVS MODVS,

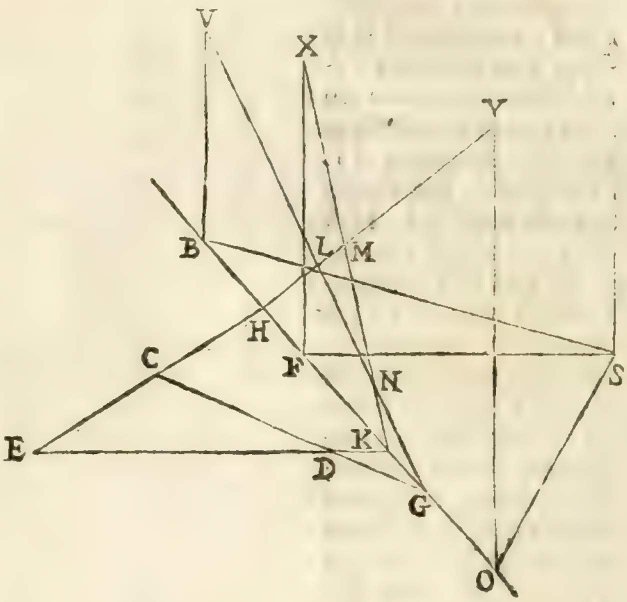
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò absoluere oporteat puncto distantię, & pluribus punctis concursus.

Datus sit oculus in A, cuius altitudo sit AS supra subiectum planum, in quo data sit figura CDE; sitq; sectionis linea BF. oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere. Producantur latera figuræ datę CDE, quæ quidem omnia primùm cum BF conueniant, vt CDG ECH EDK. Deinde inueniatur ipsius KE punctum concursus X (ductis, vt sæpè dictum est, SF FX) similiter lineę CG inueniatur punctum V concursus; ductis SB BV. lineę verò HE similiter punctum concursus inueniatur Y; ductis lineis SO OY. Iunctis igitur Ex 1. & 2. huius.

KX GV HY, apparebit sanè KE in sectione in KX, CG in GV, & HE in HY. Quare cùm sit punctū C in vtraque linea GC HE, apparebit C in L, vbi nempè GV HY se inuicem secant. ob eandemq; causam punctum E apparebit in M, ac punctum D in N. vnde figura LMN ipsam CED in sectione ostendet. quod facere oportebat.

Ex 2. huius.

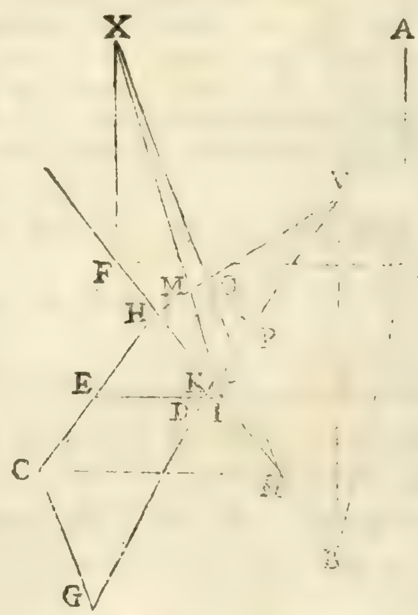


Quòd si latera figuræ datæ producta, non omnia cum BF conueniant; vt ijsdem positis, data sit in subiecto plano rectilinea figura DECG, in qua sit linea CG sectionis lineæ BF parallela, producatur CE vsque ad sectionis lineam in H, ED in I, GD in K. & quoniam CG producta non conuenit cum BF, cùm sit ipsi æquidistans, ducatur CN ipsi EI parallela. Itaque linearum HC IE KG similiter inueniantur in sectione pūcta cōcursus; quòd si casu etiam euenerit, vt HC sit ipsi KG æquidistans, sat erunt duo puncta X V, hoc est sit V punctum concursus linearum HC KG, X verò linearum IE NC. Itaque ductis KV HV, & IX; linea vtique HC apparebit in HV, KG in KV, & IE in IX. ac propterea pūcta DE ex dictis apparebunt in LM; D scilicet in L, & E in M. sed vt inueniatur, vbi apparet punctum C in linea HV, quoniam ducta est CN ipsi EI æquidistans, ducatur NX; nimirum linea NC apparebit in NX; secet autem NX ipsam HV in O, proculdubio punctum O in sectione ipsum C repræsentabit. at verò quoniam CG est ipsi BF æquidistans, ducatur OP ipsi BF æquidistans; linea vtique OP ipsam CG ostendet. Quocirca cùm D in L, E in M, & C in O appareant; figura LMOP in sectione ipsam DECG repræsentabit. Descripta est igitur figura LMOP in sectione apparens. quod facere oportebat.

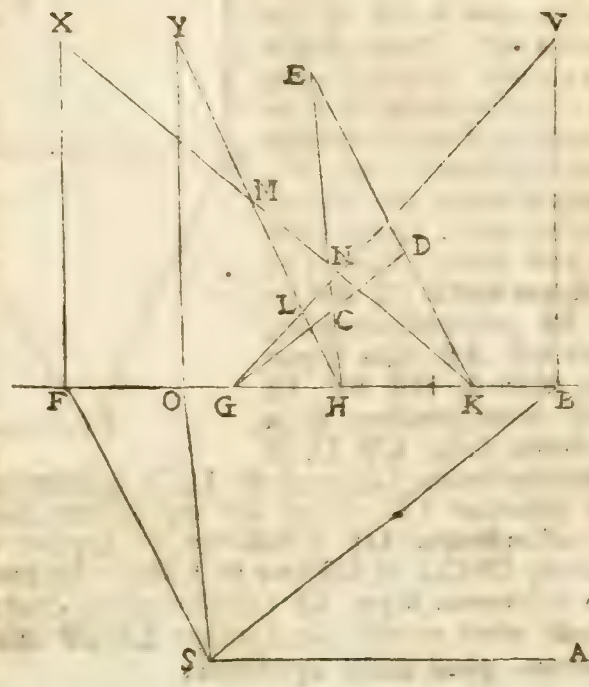
Ex 1. & 2. huius.

Ex 2. huius.

Ex 5. huius.



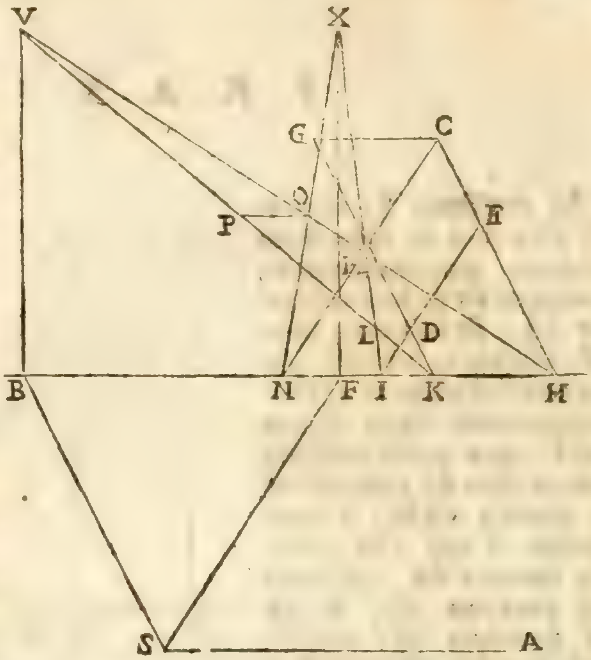
PRAXIS.



Sit punctum S, vbi cadit ab oculo in subiectum planum perpendicularis; oculique altitudo intelligatur SA: sit sectionis linea BF. Dataq; in subiecto plano rectilinea figura CDE: producantur latera figuræ CDE, quæ quidē primùm omnia cum BF conueniant in punctis GHK, à punctoque S ipsi GD parallela ducatur SB, ipsi verò HE parallela SO, & ipsi KE parallela SF. Inuentisq; punctis BKHGOF in sectionis linea existentibus, quæ non solùm in subiecto plano, verùm etiam in sectione reperiuntur, propterea nunc planum pro sectione deseruire potest. Quapropter in hoc plano tanquam in sectione subiecto plano erecta ducantur primùm BV OY FX ipsi BF perpendiculares, quæ fiant & interse, & ipsi AS æquales. deinde connectantur GV HY KX. Cùm itaque GD appareat in GV, HE verò in HY, & KE in KX, punctum C apparebit in L. siquidem C in vtraque linea GD HE reperitur, quæ in sectione apparent in GV HY, quæ se inuicem secant in L. ob eandemque causam D apparebit in N, & E in M. ex quibus sequitur figuram CDE in LNM apparere. vt constat intelligendo sectionem, in qua sunt lineæ BV OY FX GV HY KX, subiecto plano erectam, sitque oculus supra S perpendiculariter altitudine SA. hac vtique ratione manifestè apparet figuram LNM esse figuram in sectione apparentem; quę quidem inuenta est mediantibus punctis S VYX, hoc est puncto distantiæ, ac pluribus punctis concursus. quod facere oportebat.

Quòd si datæ figuræ latera producta non omnia cum sectionis linea conueniunt; eadem constituantur; nempe sit punctum S vbi cadit in subiectum planum ab oculo perpendicularis; oculiq; altitudo intelligatur SA: sit sectionis linea BF, data verò in subiecto plano sit figura rectilinea DECG; cuius quidem latus CG sit ipsi BF parallela; producantur CE ED GD vsque ad sectionis lineam in HKI, & à puncto S ipsis HC IE KG parallelæ ducantur; quòd si HC KG casu sunt paral-

lelæ,



lelæ, ſat erunt SB SF, hoc eſt ſit SB ipſis HC KG æquidiſtans, & SF ſit ipſi EI parallela. & quoniam CG producta cum BF non conuenit, cùm ſit ipſi ęqui diſtans; ducatur à puncto C linea CN ipſi EI parallela, quæ & ipſi SF parallela erit. Itaque inuentis punctis BNFIKH, quę in ſubiecto plano, & in ſectione exiſtunt, ſi quidem ſunt in ſectionis linea BF; nunc planum pro ſectione accipi poteſt: Quapropter in hoc plano tanquam in ſectione ductis FX BV ipſi BF perpendicularibus, quæ ipſi AS fiant æquales; ductisq; HV KV, IX NX; patet punctum D in ſectione (vbi KV IX ſe inuicem ſecant) apparere in L, E quidem in M, & C in O. At verò quoniam CG eſt ipſi BF æquidiſtans, ducatur OP ipſi BF parallela, oſtendetque OP in ſectione, vbi apparet CG. ex quibus ſequitur figuram DECG in ſectione in LMOP apparere. quod liquet intelligendo ſectionem ſuper BF ſubiecto plano erectam, veluti SA. hoc enim modo clarè conſpicitur figuram LMOP eſſe figuram in ſectione apparentem. quod facere oportebat.

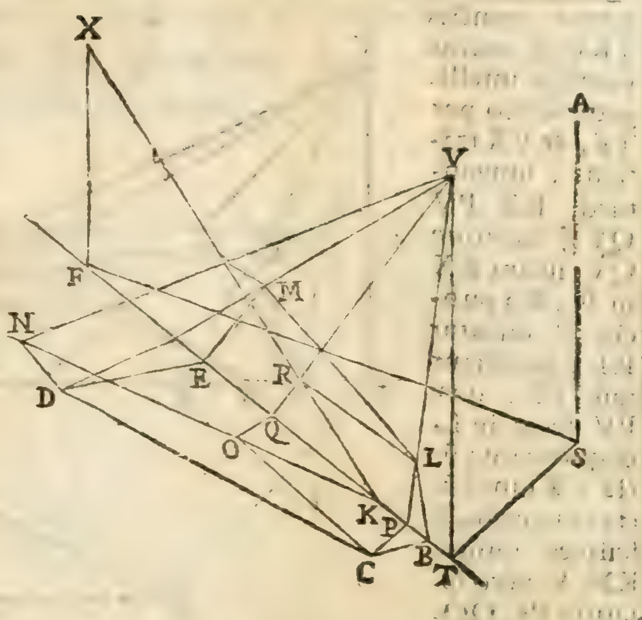
PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

SECVNDVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura; in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteat autem problema abſoluere tribus punctis, nempe puncto diſtantię, ac duobus punctis vbicunque in ſectione poſitis ęquealtis ſupra ſubiectum planum, vt oculus.

Sit oculus in A, cuius altitudo AS; ſitque ſectionis linea BF; in ſectione autem duo vtcunque ſumantur puncta VX ſupra ſubiectum planum ęquealta, vt oculus A. vt ſcilicet perpendiculares VT XF ipſi TF ſint ipſi AS æquales. data verò figura in ſubiecto plano ſit BCDE, oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere; tribusq; tantùm punctis SVX vti. Iungantur SF ST, deinceps in sectionis linea BF vtcunque sumatur punctum K, & à puncto K alteri ipsarum SF ST æquidistans ducatur KN, quæ sanè sit ipsi SF parallela. Iũgaturq; KX. Verùm à puncto C ipsi BF equidistans ducatur CO, quę ipsi KN occurrat in O; à punctisque CO vsque ad sectionis lineam ipsi TS agantur parallelæ CP OQ; iunganturque PV QV; secetque QV ipsam KX in R; & à puncto R ipsi BF agatur parallela RL, quæ ipsi PV occurrat in L. Dico primùm punctum L in sectione ostendere punctum C. Quoniam enim SF ęquidistat KN, & FX in sectione ipsi BF perpendicularis existit, quæ etiam est ipsi SA æqualis, apparebit KN in KX. est enim X punctum concursus. similiter cùm sit ST ipsis CP OQ ęquidistans, sitque TV perpendicularis TF, & ipsi SA æqualis, erit punctum V punctum concursus ipsarum CP OQ. quare OQ apparebit in QV, & CP in PV. Cùm itaque sit punctum O in vtraque linea KO QO; apparebit punctum O in R; vbi scilicet se inuicem secant KX QV. At verò quoniam OC est ipsi BF parallela, & RL est quoque ipsi BF æquidistans, linea OC apparebit in RL. quia verò punctum C est in lineis PC OC, apparebit punctum C in L, vbi nempe se inuicem secant PV RL. eodemque prorsus modo inuenietur punctum M, in quo appareat punctum D. vnde iuncta LM, linea LM in sectione ipsam CD repræsentabit. & quoniam puncta BE sunt in sectione, iunctis LB ME, figura BLME in sectione ipsam BCDE repræsentabit. ac propterea erit apparens figura. quod facere oportebat.

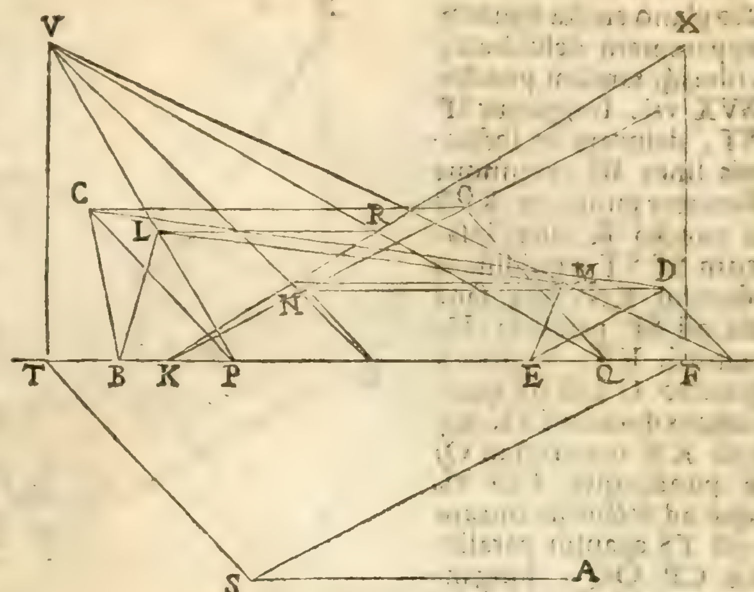


Ex 1. & 2. huius.

Ex 5. huius.

PRAXIS.

Sit in subiecto plano punctum S punctum distantię, supra quod oculi altitudo intelligatur SA; sitque sectionis linea BF; figura verò in subiecto plano sit BCDE. Accipiatur autem planum pro sectione; & vbicunque duo sumantur puncta VX, ita tamen, vt ductis VT XF ipsi BF perpendicularibus, sit vnaquęque ipsi SA ęqualis. Rursum autem habeatur planum pro subiecto plano. iunganturq; ST SF; & in sectionis linea BF quoduis sumatur punctum K, à quo alteri ipsarum ST SF equidistans ducatur KN; quæ quidem sit ipsi SF ęquidistans. Deinde à puncto C ipsi BF æquidistans ducatur CO, quæ ipsi KN occurrat in O. deinde à punctis CO ipsi TS parallelæ ducantur CP OQ. Itaque inuentis punctis TKPQF rursus planum intelligatur sectio per TF, & VX trãsiens; iunganturq; KX PV QV; secetque QV ipsam KX in R; & à puncto R ducatur RL equidistans ipsi BF, quæ PV secet in L. & quoniam pũcta VX sunt pũcta concursus, X scilicet ipsius KN. V verò ipsarum PC QO, estq; punctum



O in lineis KO QO. apparebit punctum O in R, vbi KX QV se dispescunt. & quoniam RL est ipsi BF, ac per consequens ipsi CO equidistans, apparebit CO in LR. quia verò punctum C est in vtraque linea OC PC; apparebit punctum C in L, vbi scilicet se inuicem secant RL PV. eademque prorsus ratione inuenietur punctum M, quod in sectione punctum D repræsentet. vnde ducta LM, ostendet hæc ipsam CD. Cùm verò puncta BE in ipsa sint sectione, ductis LB ME, apparebit figura BCDE in BLME. Vt patet, si intelligatur sectio subiecto plano eleuata, & erecta, veluti SA, sitq; in A oculus. quapropter figura BLME in sectione est figura apparens. quod fieri oportebat.

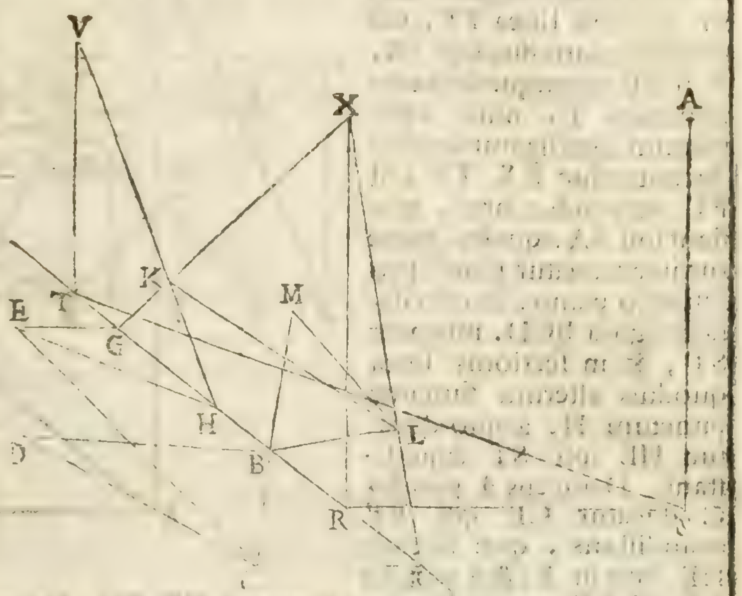
Quoniam autem in ipsa praxi linearum perpendicularium vsus multam affert facilitatem; ideo vt eandem praxim absoluere possimus, ducendo à punctis OC ad sectionis lineam perpendiculares lineas, fiet sequenti modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

TERTIVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta, figuram apparentem describere.

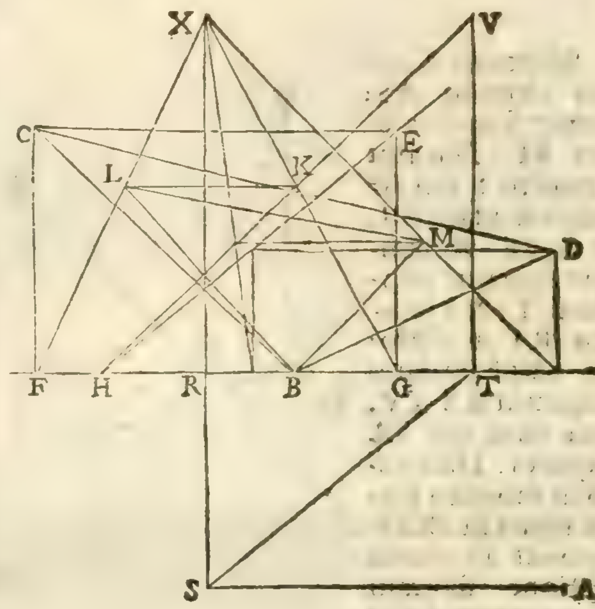
Conficere autem problema oporteat tribus punctis, puncto nempè distantiæ, ac duobus punctis in sectione positis, vt oculus, æquealtis; ita tamen vt perpendicularis ducta ab altero dictorum punctorum ad sectionis lineam in illud punctum cadat, vbi à puncto distantiæ eidem sectionis lineæ perpendicularis occurrit.



Sit oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BF. Ducatur à puncto S ipsi BF perpēdicularis SR, & in BF vbicunque sumatur punctum T; & à punctis RT in sectione perpēdiculares erigantur RX TV, quæ fiant ipsi SA æquales. Data verò in subiecto plano figura sit BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere; tribusq; punctis S V X vti. iungatur ST, & in sectionis linea alterum quoduis sumatur punctum H; à quo ipsi ST æquidistans ducatur HE; iungaturq; HV. Deinde à puncto C ipsi FT parallela ducatur CE, quæ ipsam HE secet in E; à punctisq; CE ad FT perpendiculares ducantur EG CF; iungaturq; GX, quæ lineam HV secet in K. Deinceps à puncto K ipsi FT parallela ducatur KL; iungaturq; FX, quæ lineam KL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in sectione in L. Quoniam enim ST est ipsi HE parallela, atque VT perpendicularis ipsi FT, est ipsi SA æqualis; erit punctum V punctum concursus ipsius HE; vnde HE apparet in HV. simili modo quoniam SR ipsis CF EG æquidistat, cùm omnes sint ipsi FT perpendiculares; atque RX ipsi FT perpendicularis, est ipsi SA æqualis; erit punctum X punctum concursus ipsarum CF EG: quare GE in GX, & FC in FX apparet. quia verò punctum E est in vtraque linea GE HE; apparebit in sectione punctum E, vbi GX HV se inuicem secant; vt in K. at verò quoniam CE ipsi æquidistat FT, & KL similiter æquidistat FT, propterea CE, in qua est punctum C, apparet in KL. sed punctum C est quoque in linea FC, quæ apparet in FX; punctum ergo C in sectione apparet in L, vbi KL FX se inuicem dispescunt. eodemq; prorsus modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. cùmque punctum B sit in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM figura apparens. quod facere oportebat.

1. *huius.*

PRAXIS.



Sit in ſubiecto plano S punctum diſtantiæ, oculi autẽ altitudo intelligatur AS: ſit ſectionis linea FT, cui perpẽdicularis ducatur SR, & in FT vtcunque ſumatur punctum T. nunc verò planum intelligatur ſectio; ducanturque RX TV ipſi FT perpendiculares, quæ fiant ipſi SA æquales. nunc rurſus accipiatur planũ pro ſubiecto plano, in quo data ſit figura BCD. iungatur ST, & in ſectionis linea quoduis alterum ſumatur punctum H, à quo ducatur HE ipſi ST æquidiſtans. Deinceps à puncto C ducatur CE ipſi FT æquidiſtans, quæ lineam HE ſecet in E; & à punctis CE ad FT perpendiculares ducantur CF EG. Inuentisque punctis FG planum intelligatur ſectio per FT, & per puncta XV tranſiens. itaque iungatur HV, deinde ducatur GX, quæ ipſam HV ſecet in K; & à puncto K ducatur KL ipſi FT ęquidiſtans; iungaturq; FX, quæ ipſam KL ſecet in L; erit ſanè in ſectione punctum L punctum apparens, in quo ſcilicet apparet punctum C. ſimiliq; modo inuenietur punctum M ipſum D repręſentans: cùmque ſit B in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura. quod quidem liquet, ſi intelligatur ſectio erecta ſubiecto plano, vt etiam SA, fueritq; oculus in A conſtitutus: quod facere oportebat.

Vt verò pluribus adhuc vti perpendicularibus poſsimus, vt in ſequenti fieri poterit.

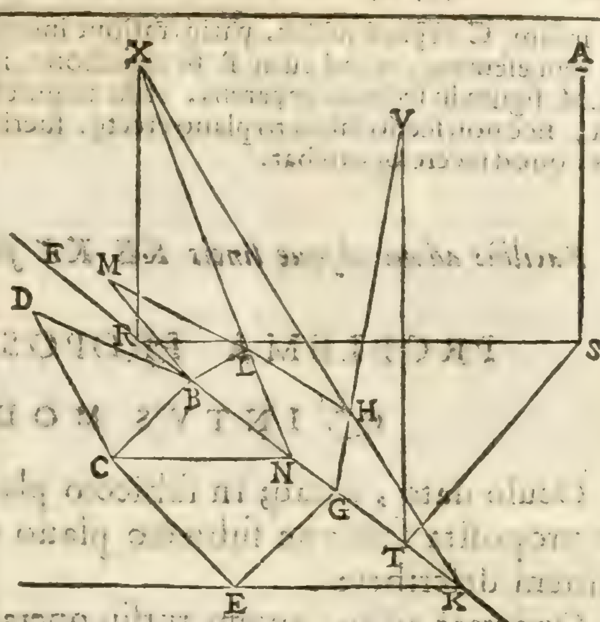
PROBLEMA PROPOITIO. VIIII.

QVARTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteatq; problema perficere ijſdemmet tribus punctis, vt in præcedenti.

Sit rursus oculus A, eiusq; altitudo AS, & à puncto S ad sectionis lineam BT sit perpendicularis SR; & in BT vbicunque sumatur punctum T, & ab RT in sectione erigantur perpēdiculares RX TV æquales ipsi SA. Dataq; sit figura BCD. præterea in sectionis linea alterum quoduis sumatur punctum K, à quo ipsi TF perpendicularis ducatur KE; ducaturq; CE ipsi TF, & EG ipsi ST parallela; iungaturq; GV, quæ KX secet in H; & ab H ducatur HL ipsi TF æquidistans. Rursus à puncto C ad TF perpēdicularis ducatur CN; iungaturq; NX, quæ secet HL in L. Dico primùm punctum C apparere in L. eodem enim modo, cùm sint ST GE parallelæ, ostendetur punctum V esse punctum concursus ipsius GE. similiter quoniam SR KE sunt ipsi TF perpendiculares, ac propterea interse parallelæ, erit punctum X punctum concursus ipsarum KE NC; vnde KE in KX apparet, & NC in NX. cùm igitur GE in GV, & KE in KX appareant, punctum E apparebit in H. & quoniam HL EC sunt ipsi TF parallelæ, linea EC in HL apparebit. sed CN apparet in NX; ergo punctum C in L apparebit. eademq; ratione inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B autem in sectione existit; iunctis igitur punctis BLM; erit BLM figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

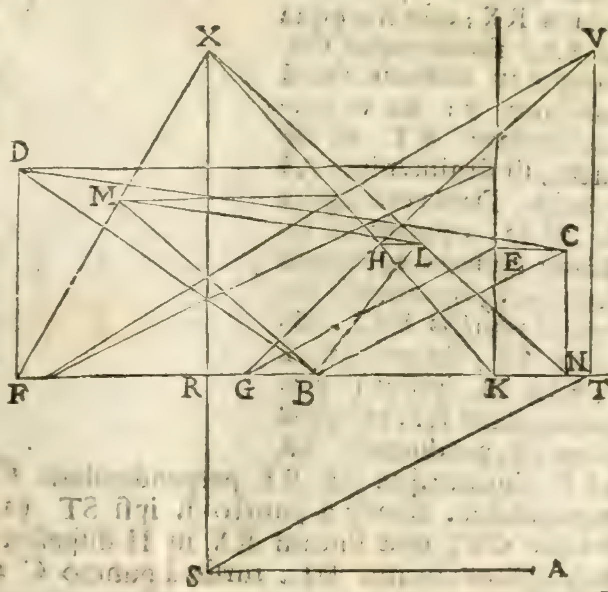


1. *huius.*

1. *huius.*

PRAXIS.

In praxi eadem, vt in præcedenti exponantur. deinde in sectionis linea vtcunque sumatur punctū K; ducaturq; KE ipsi TF perpendicularis; & à puncto C ad KE perpendicularis ducatur CE; ad TF verò perpendicularis ducatur CN; ducaturque EG ipsi TS æquidistans. His inuentis nunc planum accipiatur pro sectione; iunganturque KX GV, quæ se dispescant in H; ducaturque HL ipsi TF æquidistans, iunctaq; NX ipsam HL secet in L, ex demonstratis punctum



L ipſum C repræſentabit. pariq; ratione inuenietur punctum M ipſum D repræſentans. quòd cùm B ſit in ſectione, iunctis BLM punctis, erit BLM figura in ſectione apparens. vt ſit manifeſtum, ſi intelligantur linea SA, necnon ſectio ſubiecto plano erectę, fueritq; oculus in A conſtitutus, quod facere oportebat.

Faciliùs adhuc abſque lineis KE KX fiet, vt in ſequenti.

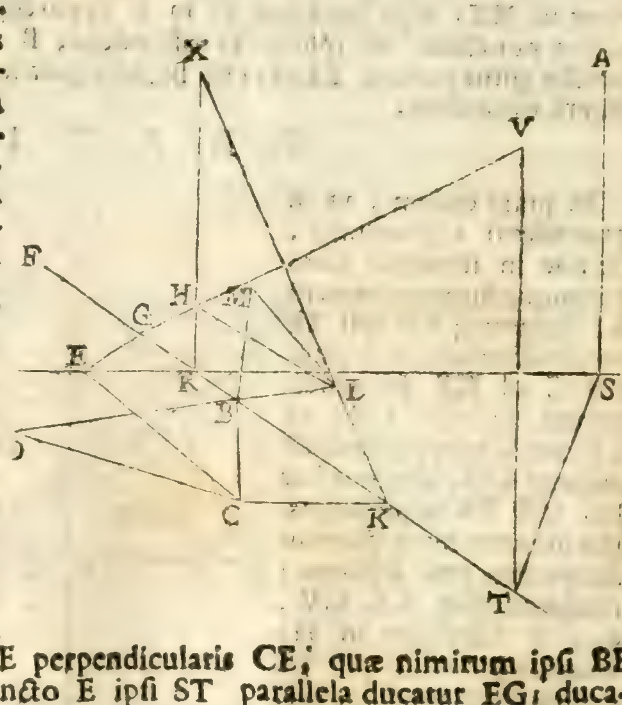
PROBLEMA PROPOSITIO. X.

QVINTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteat adhuc autem rurſus operari ijſdem tribus punctis; puncto nempè diſtantię, ac duobus punctis, vt oculus ęquealtis; ita tamen vt perpendicularis ducta ab altero dictorum punctorum ad ſectionis lineam in illud cadat punctum, vbi à puncto diſtantię eidem ſectionis lineę perpendicularis occurrit.

Sit oculus A, cuius altitudo AS: ſit ſectionis linea BF, cui perpendicularis ducatur SR; & à puncto R in ſectione erigatur ipſi BF perpendicularis RX; quæ fiat ęqualis SA. ſumaturque vbicunque in ſectione alterũ punctum V; ita vt perpendicularis VT ad BF ducta, ſit ſimiliter ipſi AS equalis. Data verò figura ſit BCD. oportet in ſectione figuram apparentẽ deſcribere; oporteatq; tribus vti punctis SVX. iũgatur ST, ducaturque à puncto R ipſi RT perpendicularis RE, vel quod idem eſt, producatur SR ad E; ducaturque ipſi RE perpendicularis CE, quæ nimirum ipſi BF æquidiſtabit. deinde à puncto E ipſi ST parallela ducatur EG; ducaturque GV, quæ lineam RX in H diſpeſcat, & à puncto H ipſi BF æquidiſtans ducatur HL. rurſus à puncto C ad TF perpendicularis du-



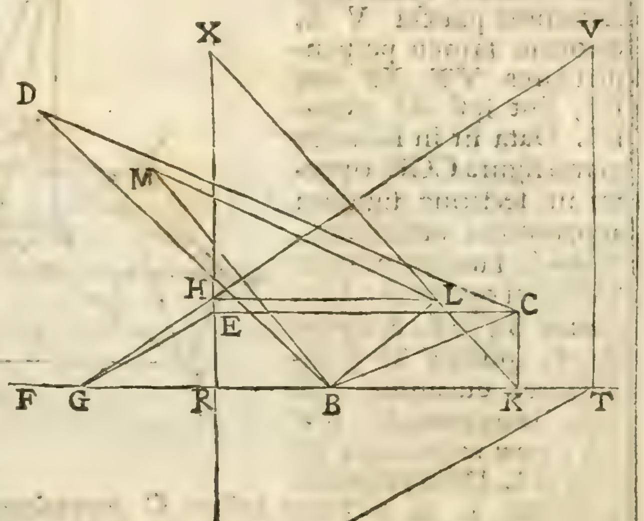
catur CK; iunctaque KX ipsam HL secet in L. Dico primùm punctum L in sectione ipsum C repræsentare. Quoniam enim ST est ipsi EG æquidistans, & in sectione linea TV est ipsi TF perpendicularis, & ipsi AS æqualis; erit punctum V punctum concursus ipsius GE. vnde GE apparebit in GV. similiter quoniam SR ipsi KC æquidistat, & RX in sectione est ipsi TF perpendicularis, & ipsi AS æqualis; erit punctum X punctum concursus ipsius KC; & aliarum ipsi KC æquidistantium; vt ipsius NE. sunt enim RE KC parallelæ, cùm sint ipsi TF perpendiculares. quare KC in KX, & RE in RX apparebit. Quocirca cùm sit punctum E in vtraque linea GE RE, apparebit punctum E in H, vbi scilicet GV RX se inuicem secant. & quoniam HL EC sunt ipsi TF parallelæ, nimirum linea EC apparebit in HL. & quoniam KC apparet in KX, punctum C apparebit in L. eodemq; modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; B verò est in sectione; iunctis igitur BL LM MB, erit BLM figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

1. *huius.*

1. *huius.*

Ex 5. *huius.*

P R A X I S.



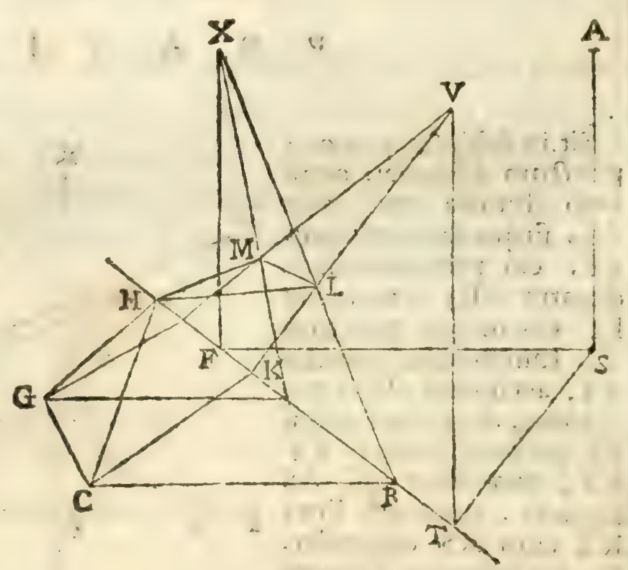
Sit in subiecto plano S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS. sitque sectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR; sumatur in FT vbicunque punctum T. Inuentisque punctis RT, accipiatur planũ pro sectione; ducanturque ipsi TF perpendiculares TV RX, quæ fiant ipsi AS æquales. nimirum linea RX cum RS coincidet. Rursus habeatur planum pro subiecto plano; dataq; in eo sit figura BCD. Iungatur ST. & à puncto R ipsi TF perpendicularis ducatur RE, quæ quidem eadem est cum RX; deseruietque REX pro duabus lineis. & à puncto C ad RE (quæ in subiecto plano esse intelligenda est) perpendicularis ducatur CE; & ad TF perpendicularis ducatur CK. deinde ab E ipsi ST æquidistans ducatur EG. Nunc verò planum sumatur pro sectione, in qua sint TV RX; iungaturque GV, quæ ipsam RX secet in H; à quo ipsi TR æquidistans ducatur HL. Denique iungatur KX, quæ lineam HL secet in L; ex dictis punctum L repræsentabit ipsum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; quòd cùm sit B in sectione, iunctis igitur BL LM MB, erit BLM apparens figura. vt patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam linea SA, oculusque fuerit in A. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. XI.

SEXTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

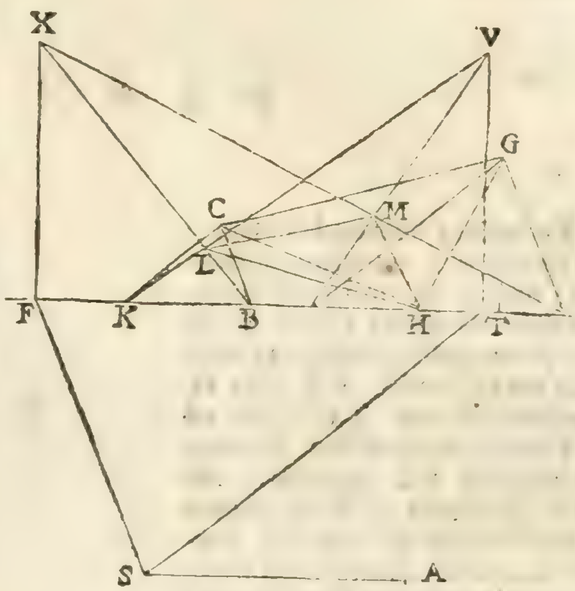
Problema verò absoluere oporteat puncto distantię, atque alijs duobus tantùm punctis vbicunque in sectione positis supra subiectum planum, vt oculus, ęquealtis.



Sit oculus A, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS; sitq; sectionis linea BF. in sectione autem vbicunque sumantur puncta V X, quorum tamen perpendiculares VT XF ipsi BF, sint ipsi AS ęquales. Data sit in subiecto plano figura CGH. oportet in sectione figuram apparentem describere, tribusq; tantùm punctis SVX vti oporteat. Iungantur ST SF. & à puncto C ipsis ST SF ęquidistantes ducantur CK CB. Iunganturq; KV BX, quæ se inuicem secent in L. Dico primùm punctum L in sectione ipsum C repræsentare. Quoniam enim ST æquidistat ipsi KC, estque TV in sectione ipsi BF perpendicularis, & ipsi AS æqualis; erit punctum V punctum concursus lineæ CK. similiterque ostendetur punctum X esse punctum concursus ipsius CB. Quare linea KV in sectione ostendet lineam KC, ipsa verò BX ipsam BC. At verò punctum C est in vtraque linea CK CB, ergo punctum L, vbi KV BX se inuicem secant, in sectione punctum C repræsentabit. Hacque ratione inueniemus quęlibet alia puncta, vt M, in quo punctum G appareat. Vnde iuncta LM ipsam CG repræsentabit. & quoniam punctum H est in ipsa sectione, iunctis LH HM, apparebit CH in HL, & GH in HM. Quare figura CGH in sectione in LMH apparebit. est igitur LMH in sectione apparens figura. quod inuenire oportebat.

1. huius.

PRAXIS.



In subiecto plano datum sit punctum S, quod intelligatur punctum distantiæ. dataque sit sectionis linea BF. figura verò rectilinea in subiecto plano data sit CGH. Nunc accipiatur planum pro sectione; in quo duo vbicunque sumantur puncta VX, ita vt ambæ perpendiculares VT XF ipsi sectionis lineæ BF ductæ, sint equales ipsi SA; quæ intelligatur altitudo oculi supra subiectum planum. Nunc verò rursus accipiatur planum pro subiecto plano, & connectantur ST SF; & à puncto C ducantur CB CK ipsis SF ST parallelæ. Inuentis itaque punctis BK, nunc planum intelligatur sectio per BF, & per puncta VX transiens; in qua iungantur KV BX, quæ se secent in L. ex quibus sequitur punctum C in sectione in L apparere. Hacque prorsus ratione inuenietur punctum M. quod in sectione ipsum G repræsentet. vnde ducta LM ipsam CG ostendet. & quoniam punctum H est in ipsa sectione, iungantur LH HM, nimirum apparebit CH in HL, & GH in HM: atque ideo figura CGH in sectione apparebit in LMH. quod manifestum est, si intelligatur sectio, lineaq; SA subiecto plano erectę. vnde figura LMH erit in sectione figura apparens. quod fieri oportebat.

Vt possimus loco alterius ipsarum CB CK vti perpendiculari, eadem praxis fiet in hunc modum.

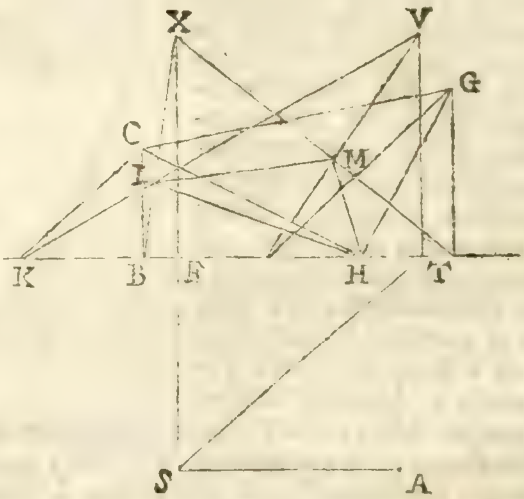
PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

SEPTIMVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat autem hoc absoluere puncto distantiæ, ac duobus punctis supra subiectum planum, vt oculus, æquealtis, dummodo altera perpendicularis in eo puncto cadat, vbi à puncto distantiæ eidem sectionis lineæ perpendicularis occurrit.

PRAXIS.



Ex eadem demonstratione, sit similiter S punctum distantiæ; sitque BT sectionis linea; dataque sit figura CGH. & in plano tanquam in sectione duo sumantur puncta VX, ita vt perpendiculares TV XF ad sectionis lineam ductæ, sint oculi altitudini SA æquales. At verò punctum F sit id, in quo similiter cadit SF ipsi BT perpendicularis. Nunc verò accipiatur planum pro subiecto plano; à punctoq; C ad BT perpendicularis ducatur CB. Deinde ducatur CK ipsi TS parallela, ducanturque BX KV, quæ se inuicem secent in L. ostendet vtique ob eãdem causam punctum L, vbi punctum C apparet in sectione: eademque ratione inuenietur punctum M ipsum G repræsentans. vnde iunctis HML, erit sanè HML apparens figura. quod facere oportebat.

Vt verò inueniatur punctum F, primùm ducatur SF ad BT perpendicularis, deinde ducatur perpendicularis FX æqualis SA. vel quod idem est, protrahatur SF in X: quod idem in nonnullis sequentibus fieri poterit.

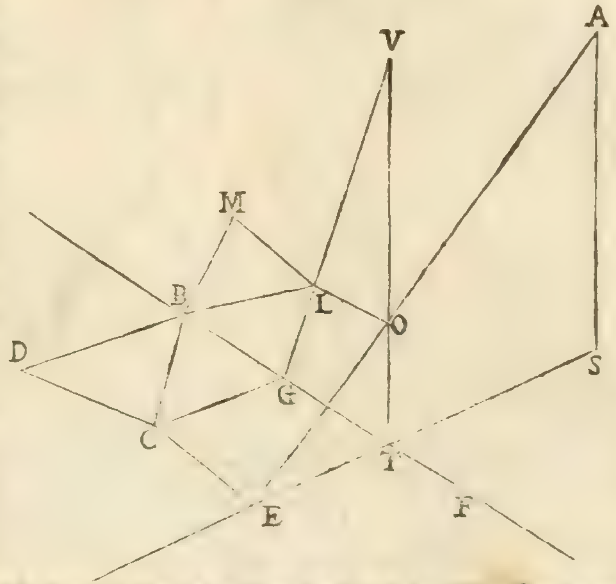
PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

OCTAVVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Quod opus conficiendum sit tribus punctis, puncto nempe diſtantię, punctoq; oculi, ac puncto in ſectione vbicunque poſito, & ipſi oculo ęquealto.

Sit A oculus; AS oculi altitudo; ſit ſectionis linea TF; & in ſectione vtcunque ſumatur punctum V æquealtum ipſi oculo; hoc eſt ducta VT ipſi TF perpendiculari, ſit VT æqualis AS. Data verò ſit figura BCD. oportet in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere. Ducatur STE; & à puncto C ipſi TF æquidiſtans ducatnr CE. iungaturq; EA, quæ lineam TV ſecet in O. ſecabit enim, quoniam VT AS ſunt ęquidiſtãtes, in quarum plano eſt EOA. deinde ducatur OL ipſi TF æquidiſtans. à puncto autem C rurſus ducatur CG ipſi SE parallela; iungaturq; GV, quæ ipſam OL ſecet in L. Dico primùm punctum C apparere in L.



Iam enim conſtat, ſi intelligatur EA viſualis radius, punctum E apparere in O. & quoniam OL EC ſunt ipſi TF parallelæ, linea EC in OL apparebit. At verò quoniam ST eſt ipſi GC parallela, & VT ipſi TF perpendicularis, & ipſi AS æqualis, erit punctum V punctum concurſus ipſius GC. quare GC apparet in GV. ex quibus ſequitur punctum C apparere in L. eademque ratione inuenietur punctum M ipſum D repræſentans; B verò eſt in ſectione; ergo ductis BL LM MB, erit BLM figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

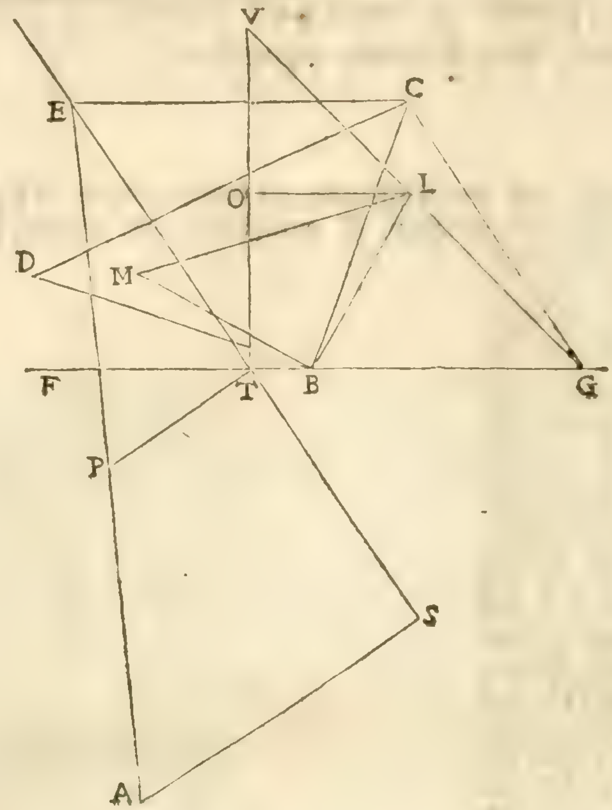
7. vndecimi.

25. primi huius.

1. huius.

PRAXIS.

In ſubiecto plano ſit S punctum diſtantiæ; ſitque ſectionis linea BF. nunc planum intelligatur ſectio, in quo vtcunque ſumatur punctum V, ita vt ducta VT ipſi BF perpendicularis, ſit altitudini oculi æqualis. rurſus planum accipiatur pro ſubiecto plano. dataque ſit figura BCD. Ducatur STE, cui perpendicularis ducatur SA, quæ ſit oculi altitudini æqualis. à puncto autem T ducatur TP ipſi ES perpendicularis; ducaturque CE ipſi BF æquidiſtans. iungaturque EA, quæ ipſam TP



ſecet in P. Nunc verò planum pro ſectione deſeruire intelligatur. & in linea TV fiat TO æqualis TP; ducaturque OL ipſi BF æquidiſtans. rurſus à puncto C agatur ipſi ES parallela CG; iungaturque GV, quæ ipſam OL ſecet in L. ex dictis punctum L ipſum C repræſentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens, B verò eſt in ſectione, ergo iunctis BLM punctis, erit BLM figura in ſectione apparens. vt patet, ſi intelligatur ſectio ſubiecto plano erecta, manenteque SE, triangulum AES cum TP ſubiecto quoque plano erectum. oculusque intelligatur in A. tunc enim puncta PO in vnum punctum conuenient. perſpicuèque apparet BLM eſſe figuram apparentem, quod facere oportebat.

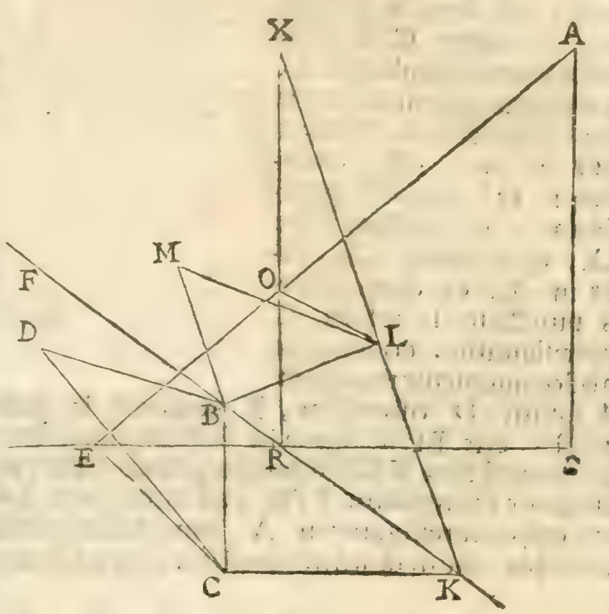
Alter etiam modus huic ſimilis perpendicularium vſu faciliùs abſolui poterit, iuxta formam proximè ſequentem.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

NONVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Sit autem construendum problema duobus tantùm punctis, puncto scilicet oculi, ac puncto in sectione, vt oculus, æquealto; ita tamen, vt ab hoc puncto in sectionis lineam perpendicularis ducta, in eo puncto cadat, vbi eidem occurrit perpendicularis à puncto distantiæ.



Sit oculus A, cuius altitudo AS. sit sectionis linea BF. & in sectione sumatur punctum X supra subiectum planum, vt oculus, æquealtum, à quo si à puncto S ad BF ducatur perpēdicularis XR, fit punctum R, vbi occurrit perpendicularis SR eidem BF. Data verò in subiecto plano figura sit BCD. oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere, duobusq; tantùm pūctis AX vti. Ducatur à puncto R ad BF perpendicularis RE, cui perpendicularis agatur CE, quæ quidem erit ipsi BF æquidistans. Iungaturque EA, quæ ipsam XR secet in O. secabit enim, quoniam AS XR sunt parallelæ, in quarum plano est EOA. ducaturque OL ipsi BF æquidistans. deinde à puncto C ipsi BF perpendicularis agatur CK; iungaturque KX, quæ OL secet in L. Dico primùm punctum L ipsum C repræsentare. Iam enim constat, si intelligatur EA visualis radius, punctum E apparere in O; sunt autem OL CE ipsi KF parallelæ, apparebit igitur CE in OL. & quoniam (vt sæpè ostensum est) punctum X est punctum concursus ipsius KC, siquidem sunt SR KC parallelæ, itidemque AS XR æquales, & parallelæ, itaque apparebit KC in KX; vnde punctum C in L apparebit, vbi OL KX se inuicem secant. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione, iunctis igitur punctis BLM, erit BLM figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

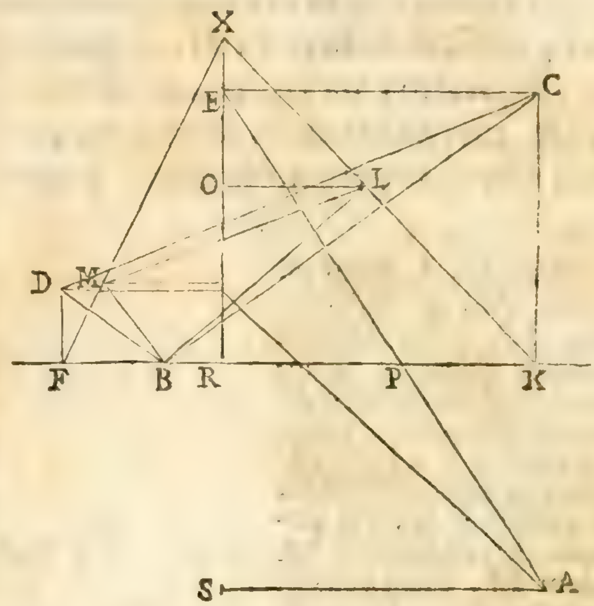
Ex 7. vndecimi.

25. primi huius.

1. huius.

PRAXIS.

Sit in subiecto plano S punctum distantiæ, sitque BF sectionis linea, oculi verò altitudo intelligatur AS. oportet in hac operatione lineam AS ipsi BF parallelam existere. fit punctum R, vbi cadit à puncto S perpendicularis ad BF, accipiatur nunc planum pro sectione. fiatq; RX ipsi KF perpendicularis, & ipsi AS æqualis. Nunc rursus planum ac-



cipiatur pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. Ducatur à puncto R ipsi BF perpendicularis RE, linea vtique REX pro duabus lineis deseruiet, ipsique RE à puncto C perpendicularis ducatur CE; iungaturque EA, quæ lineam BF secet in P. rursum à puncto C ducatur ipsi BF perpēdicularis CK. Accipiatur autem nunc planum pro sectione. fiatque RO æqualis RP; ducaturque OL ipsi KF equidistans. connectaturque KX, quæ ipsam OL secet in L. ex demonstratis punctum L ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione, iunctis igitur BLM punctis, erit BLM figura in sectione apparens. vt perspicuum est, si intelligatur sectio KXF subiecto plano erecta; manenteque linea RE, intelligatur triangulum EPR vnà cum linea SA subiecto plano erectum; oculusque intelligatur in A. tunc enim punctum P cum O coincidet. eruntque vnum tantùm punctum. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. XV.

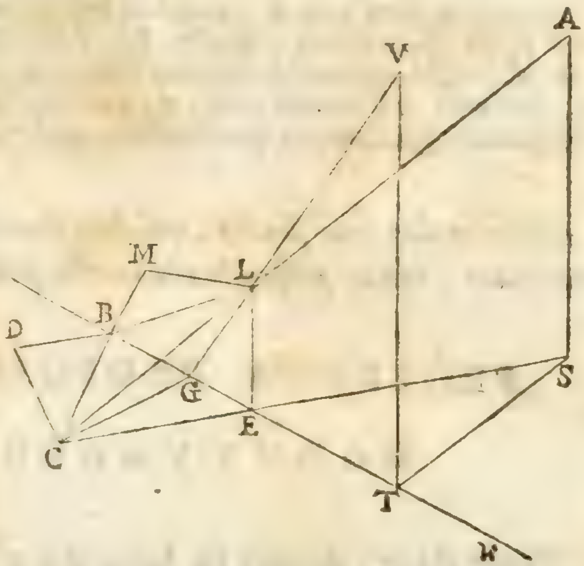
MODVS DECIMVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano figura rectilinea, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

In problemate autem conficiendo vti oporteat puncto distantiæ, ac puncto in sectione vtcunque posito æquealto, vt oculus.

Sit oculus in A; cuius altitudo AS. sit sectionis linea BF; & in erecta sectione vtcunque sumatur punctum V æquealtum, vt oculus. vt scilicet ducta VT perpendiculari ipsi BF, sit TV æqualis AS. sit figura in subiecto plano BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere, duobusque tantùm punctis vti SV. iungantur ST SC, quæ sectionis lineam secet in E. & à puncto E in sectione perpendicularis agatur EL. deinde ducatur CG ipsi ST equidistans; iungaturque GV, quæ lineam EL secet in L. Dico primùm punctum L in sectione ostendere ipsum C. ex sæpè dictis punctum V est punctum concursus ipsius 1. huius.

CG,



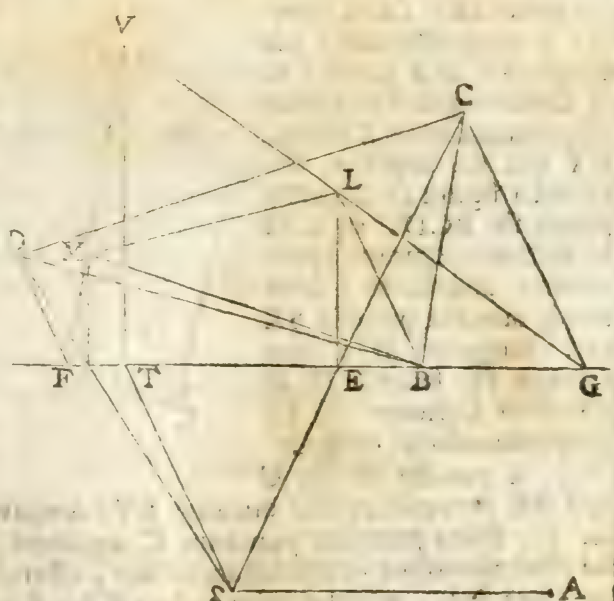
CG, quare GC in sectione apparebit in GV. vnde punctum C apparebit in aliquo puncto ipsius GV. Quoniam autem sectio est subiecto plano erecta, & est punctum L in sectione, ipsiq; BF est perpendicularis LE, & est EF ipsius sectionis, & subiecti plani communis sectio; erit LE subiecto plano erecta. verùm subiecto plano est etiam erecta AS; lineæ igitur AS LE sunt parallelæ, quas quidem coniungit SEC; ac propterea AS SC LE in vno sunt plano. quare ducatur visualis radius CA; proculdubio secabit CA lineam EL. ex quo sequitur punctum C in sectione apparere in aliquo puncto lineæ EL. atqui apparet etiam in linea GV; ergo vbi se inuicem secant, vt in L, punctum C apparebit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione, iunctis igitur BL LM MB, figura BCD apparebit in BLM. eritque idcirco BLM figura apparens. quod facere oportebat.

38. vndecimi.

6. vndecimi.

7. vndecimi.

P R A X I S.



In subiecto plano sit pũctum S punctum distantiæ; oculi verò altitudo AS. sit sectionis linea BF. figura verò in subiecto plano data sit BCD. nunc autem accipiatur planum pro sectione. & vbicunque sumatur punctum V; ita tamen, vt ducta VT ipsi BF perpendiculari, sit hæc ipsi AS æqualis. Nunc rursus intelligatur planũ pro subiecto plano. iunganturque ST SC; secetque SC sectionis lineam in E. deinde ducatur CG ipsi ST æquidistans. Itaque inuentis punctis TEG nunc planum intelligatur sectio per BF, & punctum V transiens. Iungaturque GV, & ab E ipsi BF perpendicularis agatur EL, quæ

GV secet in L. ex demonstratis punctum C apparebit in L. simili modo inuenietur punctum M; quod in sectione ostendat ipsum D. & quoniam B est in sectione, iunctis BL LM MB, figura BCD apparebit in BLM. quod erit perspicuum, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, nec non AS eidem plano erecta. vnde apparebit, figuram BLM esse figuram apparentem, quod facere oportebat.

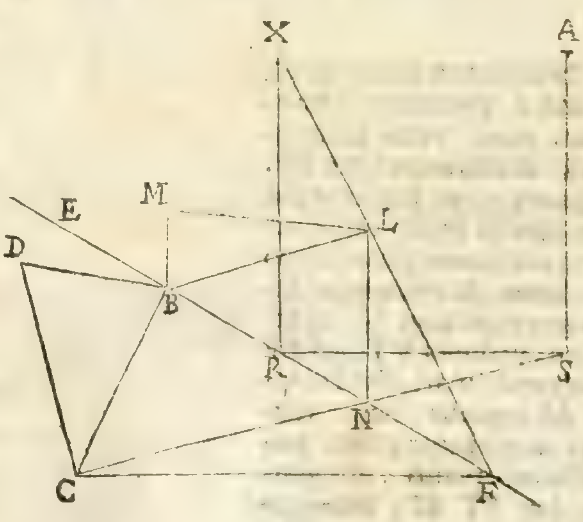
Alter modus huic similis, qui loco ducendi lineam CG ipsi ST parallelam, vtitur perpendiculari, erit proximè sequens.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVI.

MODVS VNDECIMVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Conficere autem problema opus sit duobus punctis, puncto scilicet distantiæ, ac puncto in sectione, vt oculus, æquealto; ita verò posito, vt ab vtroque puncto perpendiculares ad sectionis lineam ductæ, in vnum punctum cadant.

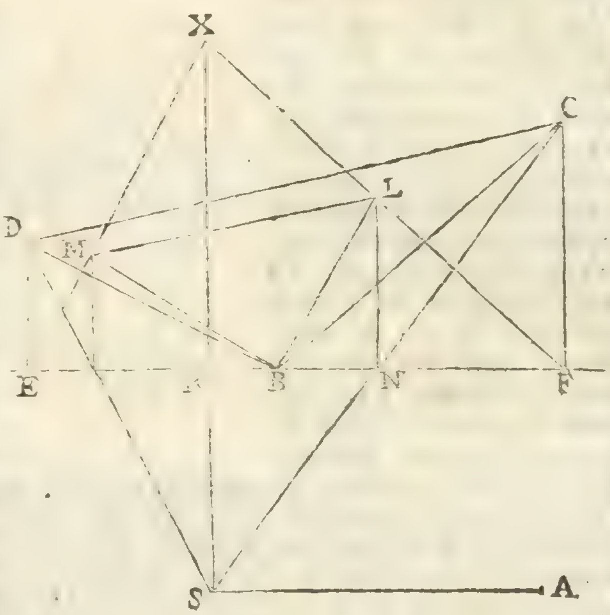


Sit oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea FE, cui à puncto S perpendicularis cadat in R. & à puncto R in sectione ipsi FE agatur perpendicularis RX; fiatq; RX ipsi AS æqualis. data verò figura in subiecto plano sit BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere; duobusq; tantùm punctis SX vti. iungatur SC, quæ lineam FE secet in N; & ab N in sectione ipsi FE perpendicularis erigatur NL, à puncto autem C ipsi FE perpendicularis ducatur CF; iungaturque FX, quæ NL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in L. Primùm quidem, vt in præcedentibus demonstratum fuit, ostendetur punctum C apparere in linea NL. visualis enim radius CA, si duceretur, necessariò secaret NL, cùm sint NL AS parallelæ, vt demonstratum est. Quoniam autem SR FC sunt ipsi FE perpendiculares, erit SR ipsi FC æquidistans.

à puncto

à puncto autem R in sectione acta est RX ipsi FE perpendicularis, & est RX ipsi SA æqualis; erit igitur punctum X punctum concursus ipsius FC. quare FC apparet in sectione in FX. ergo punctum C apparet, vbi FX NL se inuicem secant; vt in L. eodemque modo inuenietur punctum M ostendens ipsum D, B verò est in sectione, ductis igitur BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat. *1. huius.*

PRAXIS.



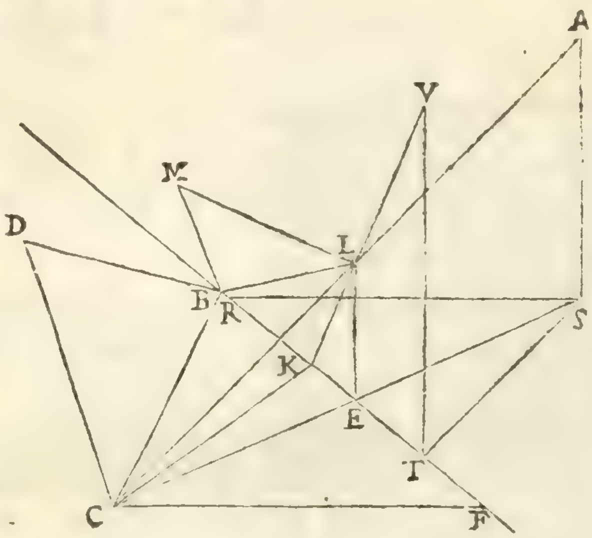
Sit in subiecto plano punctum S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS; lineaq; sectionis sit FE; cui perpendicularis ducatur SR. intelligaturq; nunc planum sectio. ipsique FE perpendicularis rursus ducatur RX, quæ fiat æqualis AS. porrò perpendicularis RX coincidet cum perpendiculari SR, quoniam ambo sunt ipsi FE perpẽdiculares. Rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD, ducaturque SC, quæ ipsam FE in N dispescat. & à puncto C ipsi FE perpendicularis ducatur CF. Iunctisq; punctis FN, nunc habeatur planum pro sectione; & ab N ipsi FE perpendicularis ducatur NL. Iungaturque FX, quæ ipsam NL secet in L. patet punctum C in sectione apparere in L. eodemque modo inuenietur punctum M, quod ostendat in sectione punctum D. & quoniam punctum B in sectione reperitur, iungantur BL LM MB; apparebit figura BCD in BLM. vt perspicuum est, si sectio FXE subiecto plano erecta intelligatur, veluti AS; fueritque oculus in A. Vnde erit BLM apparens figura. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

MODVS DVODECIMVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò ſit abſoluendum puncto diſtantiæ, ac puncto in ſectione ſumpto, vt oculus, æquealto; ita vt ductis à duobus punctis ipſi ſectionis lineæ perpendicularibus, pars, quæ inter perpendiculares interijcitur, ſit æqualis perpendiculari à puncto diſtantiæ ad ſectionis lineam ductæ.



Sit A oculus, cuius altitudo AS. & ab S ſectionis lineæ BF perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS. & in ſectione ipſi BF perpendicularis agatur TV, quæ fiat æqualis AS. data verò ſit figura in ſubiecto plano BCD. oportet in erecta ſectione figuram apparentē deſcribere; duobusq; tantùm punctis VS vti. Iungatur SC, quæ BF ſecet in E; & in ſectione ipſi BF ducatur perpendicularis EL. deinde ducatur CF ipſi BF perpendicularis. Fiatque FK ipſi FC æqualis, iungaturque KV, quæ ipſam EL ſecet in L: Dico primùm punctum C apparere in L. primùm enim ſicut in præcedentibus oſtendetur punctum C apparere in aliquo puncto ipſius EL propter viſualem radium CLA. At verò quoniam in triangulo SRT rectus eſt angulus SRT, erunt reliqui anguli RST STR ſimul ſumpti vni

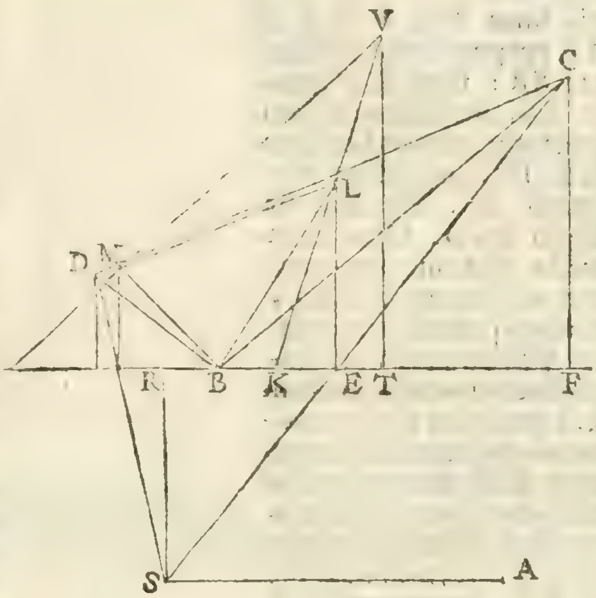
32. primi. recto æquales, cùm tres anguli trianguli ſint duobus rectis æquales. quia ve-

5. primi. rò RS RT ſunt æquales, erunt anguli RST RTS inter ſe æquales. quare angulus RTS recti dimidius exiſtit. ſimiliquer ratione ducta CK, quoniam in triangulo CFK rectus eſt angulus CFK, erunt reliqui FCK FKC vni recto æquales; ſunt verò anguli FKC FCK æquales, propter lineas FK FC æquales; ergo FKC recti dimidius exiſtit. ac propterea

27. primi. angulus KTS angulo TKC eſt æqualis, & ob id linea ST ipſi KC æquidiſtat. & quoniam in ſectione linea TV eſt ipſi BF perpendicula-

1. huius. ris, & ipſi AS æqualis, erit punctum V punctum concurſus ipſius KC. quare linea KC in ſectione apparet in KV, vnde punctum C in aliquo puncto lineæ KV apparebit, ſed apparet etiam in linea EL; ergo vbi KV EL ſe inuicem ſecant, vt in L, apparet punctum C. pariquе ratione inuenietur punctum M ipſum D repræſentans; punctum vero B eſt in ſectione; ergo iunctis BL LM MB, figura BCD in BLM apparebit. quare BLM in ſectione figura exiſtit apparens. quod facere oportebat.

PRAXIS.



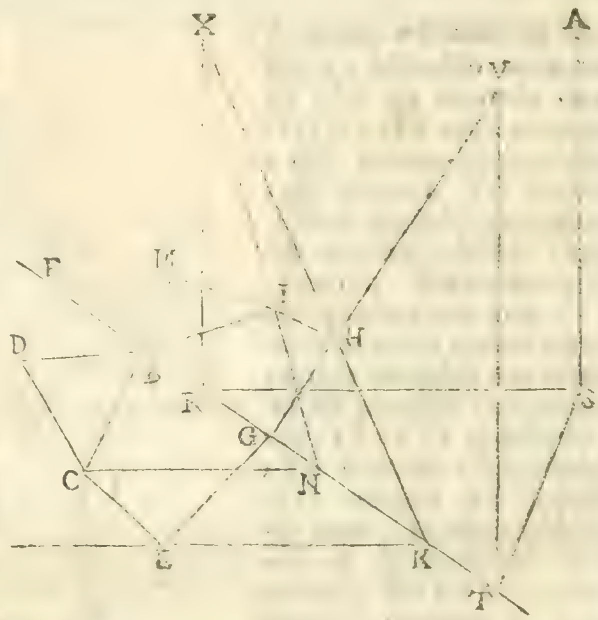
Sit in ſubiecto plano S punctum diſtantiæ; oculi verò altitudo ſit AS; ſit ſectionis linea BF, cui perpendicularis agatur SR; fiatque RT æqualis SR. nunc verò planum intelligatur ſectio, ipſique BF perpendicularis ducatur TV, quæ fiat ęqualis AS. rurſus autem planum accipiatur pro ſubiecto plano, in quo data ſit figura BCD. à punctoq; C ad BF perpendicularis ducatur CF; fiatque FK æqualis FC. iungaturque SC, quæ ipſam BF ſecet in E. inuentisque FTEK punctis, nunc intelligatur planum ſectio, & in plano, tanquam in ſectione iungatur KV, & ab E ipſi BF perpendicularis agatur EL, quæ KV ſecet in L. ex dictis patet punctum C in ſectione apparere in L. parique ratione inuenietur punctum M, quod oſtendat ipſum D; B verò eſt in ſectione, iunctis igitur BL LM MB, apparebit BCD in BLM. vt conſtat, ſi intelligatur ſectio ſubiecto plano erecta, vt etiam SA, oculusque fuerit in A conſtitutus. vnde perſpicuè apparet, BLM eſſe in ſectione figuram apparentem. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

DECIMVSTERTIVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Problema verò abſoluere oporteat duobus punctis in ſectione poſitis, vt oculus, æquealtis; ita verò conſtitutis, vt ductis perpendicularibus ad ſectionis lineam, pars ſectionis lineæ intercepta, ſit æqualis lineæ perpendiculari à puncto distantiæ ad sectionis lineam ductæ, in quo puncto cadat etiam altera dictarum perpendicularium.



Sit oculus A, eiusque altitudo AS; sitq; sectionis linea TF; & ab S ad TF perpendicularis ducatur SR; fiatq; RT æqualis RS; in sectione autem erigantur perpendiculares RX TV, quæ fiant æquales ipsi AS. Dataque sit figura BCD. Oportet in erecta sectione apparentem describere figuram, duobusq; tantùm vti punctis VX. sumatur in sectionis linea quoduis punctum K, à quo ipsi TF perpendicularis ducatur KE; iungaturq; KX; deinde ducatur CE ipsi KE perpẽdicularis, quæ ipsi TF erit æquidistans. fiat deinde KG æqualis KE. sintque puncta K G taliter posita, vt linea GV lineam KX secare possit, vt in H. postea ducatur HL ipsi TF æquidistans. rursus à puncto C ad TF perpendicularis ducatur CN; iungaturque NX, quæ HL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in L. simili enim modo iunctis ST EG, erit ST ipsi EG æquidistans, cùm sint triangula RST KGE similia, cùm sit angulus rectus SRT recto GKE æqualis, lateraque SR RT ipsis GK KE proportionalia, cùm sint æqualia. Quare, vt sæpè dictum est, ostendetur punctum V esse punctum concursus ipsius GE. vnde GE apparet in GV. parique ratione quoniam SR KE sunt ipsi KF perpendiculares, ac propterea parallelæ, erit X punctum concursus ipsarum KE NC. quare KE in KX, NC verò in NX apparebit. vnde punctum E in H apparebit. & quoniam HL CE ipsi TF parallelæ sunt; apparebit EC in HL; NC verò apparet in NX, punctum ergo C in L apparebit. eodemque modo inuenietur punctum M, quod ostendat ipsum D. B verò est in sectione, iunctis igitur punctis BLM, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.

6. sexti.

Ex 1. huius.

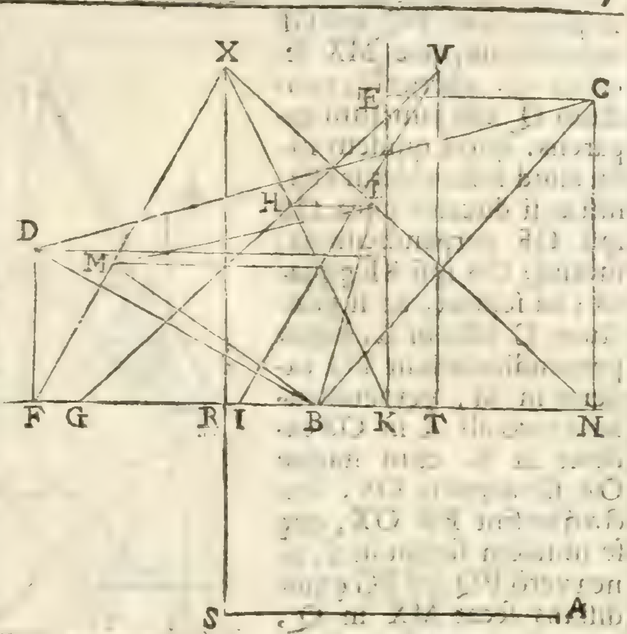
1. huius.

25. primi huius.

P R A X I S.

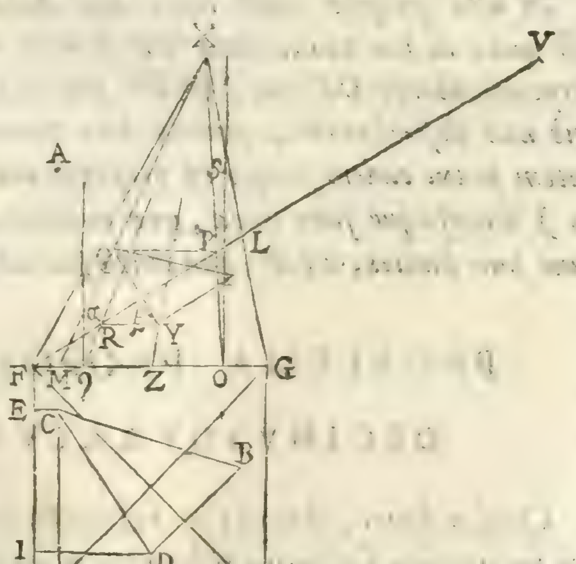
Sit in subiecto plano distantiæ punctum S; altitudoque oculi intelligatur SA; sit sectionis linea TF, à punctoque S ad TF perpendicularis ducatur SR; fiatque RT æqualis RS. & nunc accipiatur planum pro sectione; perpendicularesque ducantur TV RX ad sectionis lineam TF, quæ fiant æquales SA. Nunc autem rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. Deinde in sectionis linea

quoduis

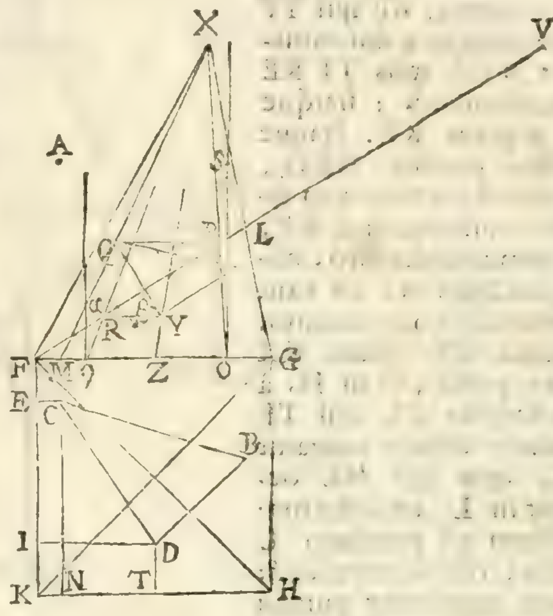


quoduis sumatur punctũ K; ducaturq; KE ipsi TF perpendicularis; ducanturque CN CE ipsis TF KE perpendiculares; fiatque KG æqualis KE. Itaque inuentis punctis NKG, accipiatur planum pro sectione. iungaturque KX; hoc tamen obseruato, nẽpe punctum G ad eam partem esse collocandum, vt linea GV ipsam KX secare possit, vt in H; à quo ducatur HL ipsi TF parallela. deinde iungatur NX, quæ ipsi HL occurrat in L. ex dictis manifestum est punctum L ipsum C ostendere. eodẽq; modo inuenietur punctũ M, quod repræsentet ipsum D; B verò est in sectione, si igitur iungantur puncta BLM, erit BLM figura in sectione apparens. vt perspicuè constat, si intelligatur sectio, lineaque AS subiecto plano erecta, oculusque fuerit in A. quod facere oportebat.

Absque lineis KE KX alter modus huic similis expeditiùs absoluetur, vt in sequenti. priùs autem quomodo alij pluribus lineis hoc vtuntur modo, explicabimus.



Nonnulli ponunt obiectum BCD intra quadratum FGHK; cuius ducunt diametros FH GK; à puncto autem C ducunt CN CE ad KH KF perpendiculares, deinde transferunt KN in FM, & loco sectionis lineæ, quæ esse deberet HK, vtuntur linea FG, ita vt KH FG pro vna linea deseruiant. ponuntque punctum X, ducuntque lineam FL, ac si FL tenderet in V. ducunt deinde MX, in qua sanè apparet punctum C. deinde transferunt KE in FO, ducuntque OX, quæ lineam FL secet in P. de-



nique ducunt PQ ipsi GF æquidistans, quæ MX secet in Q. asseruntq; punctum Q esse punctum apparens. quod quidem nihil aliud mihi videtur esse, nisi ac si ducatur linea OS ipsi GF perpendicularis, fueritq; OS ipsi KE ęqualis; ita scilicet, ac si punctum C esset in A, à quo perpendicularis in FG caderet in M, perpendicularis verò ab A in OS caderet in S. cùm itaque OF sit æqualis OS, ductæque sint FV OX, quę se inuicem secant in P, linea verò PQ ipsi FG ęquidistans secat MX in Q, erit vtique punctum Q id, quod ostendit in sectione punctum C, ac si esset in A (quæ quidem praxis eadem est prorsus cum proximè allata) similiter à puncto D, ductis DT DI ipsis KH KF perpendicularibus, fiatque FZ æqualis KT, ducaturque ZX; deinde fiat F9 æqualis KI, ducaturque 9X, quæ secet FV in R, ducaturq; RY ipsi FG parallela, quæ secet ZX in Y. nimirum punctum D apparebit in Y. quod quidem idem est, ac si ducta esset 9α ipsi FG perpendicularis, fueritque obiectum in subiecto plano punctum β; à quo, ductis ad FG 9α perpendicularibus, caderent hæ in punctis Zα, estque 9α ipsi 9F æqualis. & ita in alijs.

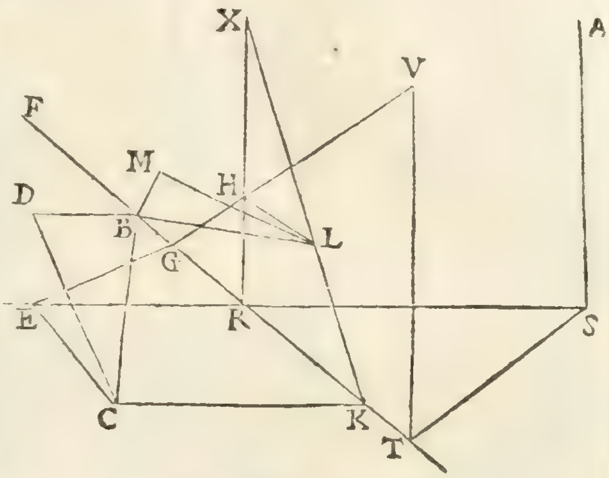
Nulla propriè inest inter has duas operationes differentia, nisi quòd in hac praxi linea FV semper est eadem, diuersæq; sunt perpendiculares OS 9α, & his similes; quamuis hæ in praxi propriè non describantur; quarum loco vtuntur KE KI. In superiori autem praxi eadem semper est perpendicularis KE (vt in ea figura) diuersæque sunt lineæ, quæ tendunt ad V, vt GV, & quæ sunt huic similes, vt IV; quæ ducta fuit ad inueniendum punctum M.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

DECIMVSQVARTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat rurſus problema abſoluere ijſdemmet duobus punctis, vt in præcedenti.



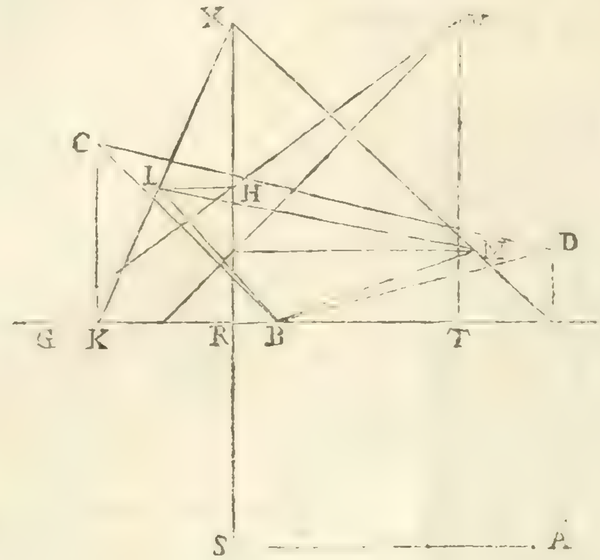
Sit oculus A, cuius altitudo AS; ſitque ſectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS, & in ſectione à punctis RT perpendiculares erigantur RX TV, quæ fiant ęquales ipſi AS. Dataque ſit figura BCD. Oportet in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere, duobusque tantùm vti punctis VX. Ducatur RE ipſi TF perpendicularis, vel quod idem eſt, producatur SR ad E, & à puncto C ipſis RE TF perpendiculares ducantur CE CK. erit vtique CE ipſi TF æquidiſtans. Deinde fiat RG æqualis RE, ac per conſequens ipſi CK. ſunt enim CK RE æquales, & parallelæ; quæ quidem RG fiat ad eam partem, vt ducta GV, ipſam RX ſecare poſſit, vt in H. & ab H ipſi TF æquidiſtans ducatur HL, quæ ipſam KX ſeçet in L; Dico primùm punctum C apparere in L. Iungantur ST EG. Quoniam igitur in triangulis SRT ERG, angulus SRT eſt æqualis angulo ERG, & vt SR ad RT, ita ER ad RG, cùm hæc latera ſint ęqualia; erit triangulum SRT triangulo ERG ſimile. quare angulus RST angulo REG eſt æqualis. ac propterea ST ipſi EG æquidiſtat. quod cùm ſit TV ipſi AS ęqualis, & ipſi TF perpendicularis, erit igitur punctum V punctum concurſus ipſius GE. vnde GE apparet in GV. quia verò SR eſt ipſi KC æquidiſtans, cùm ſint ipſi TF perpendiculares, & eſt RX ipſi AS ęqualis, & ipſi TF perpendicularis, erit X punctum concurſus ipſius KC, & omnium ipſi KC ęquidiſtantium, vt ipſius RE. quare KC in KX, & RE in RX apparet. & quoniam GE apparet in GV, punctum E apparebit in H. at verò quoniam HL CE ſunt ipſi TF ęquidiſtantes, linea EC apparebit in HL. Quoniam autem KC apparet in KX, ergo punctum C apparebit in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens. quòd cùm B ſit in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura. quod facere oportebat.

15. primi.
6. ſexti.
5. ſexti.
27. primi.
1. huius.
1. huius.

PRAXIS.

In ſubiecto plano ſit S punctum diſtantiæ; oculi verò altitudo intelligatur SA. ſitque ſectionis linea KT, cui perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS. atque tunc accipiatur planum pro ſectione. ducanturque TV RX ipſi TK perpendiculares, quæ fiant æquales ipſi AS.

rurſus



rurſus accipiatur planum pro ſubiecto plano, in quo data ſit figura BCD. & à puncto C ipſi KT perpendicularis ducatur CK. iungaturque KX. Deinde fiat RG equalis CK, & ad eam partem, ita vt ducta GV ſecet RX in H; ducaturque HL æquidiſtans KT, quæ ſecet KX in L. ex demonſtratis punctum L ipſum C repræſentabit. Pariq́ue ratione inuenietur punctum M oſtendens ipſum D. & exiſtente B in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM figura apparens. vt perſpicuum eſt, ſi intelligatur ſectio ſubiecto plano erecta, veluti AS, fueritq́ue oculus in A. quod facere oportebat.

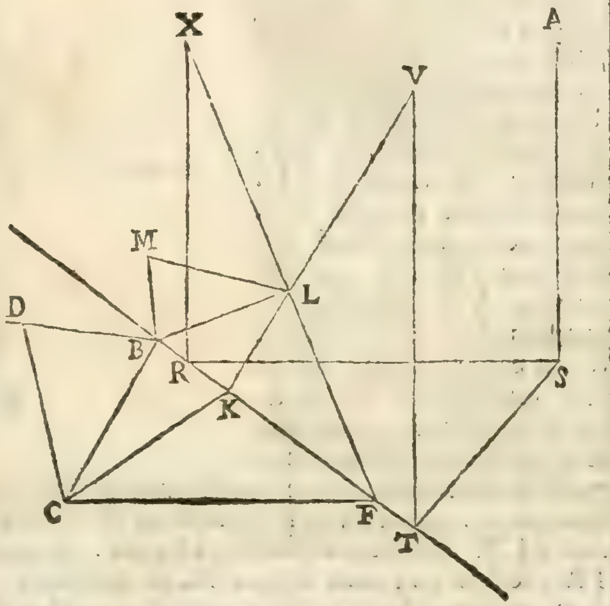
Alii quoque hanc praxim innuunt, ſed ſecundo modo, vt initio diximus. vt ſcilicet obiectum ad vnam, viſaque figura ad alteram ſectionis lineæ partem deſcribatur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

DECIMVSQVINTVS MODVS.

Oculo dato, dataq́; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteatq́; rurſus problema perficere duobus punctis in ſectione poſitis, vt oculus, equealtis, ac ita conſtitutis, vt ductis perpendicularibus ad ſectionis lineam, pars ſectionis lineæ intercepta, ſit æqualis lineæ perpendiculari à puncto distantiæ ad sectionis lineam ductæ, & vbi hęc perpendicularis sectionis lineę occurrit, altera quoque perpendicularium eidem puncto occurrat.

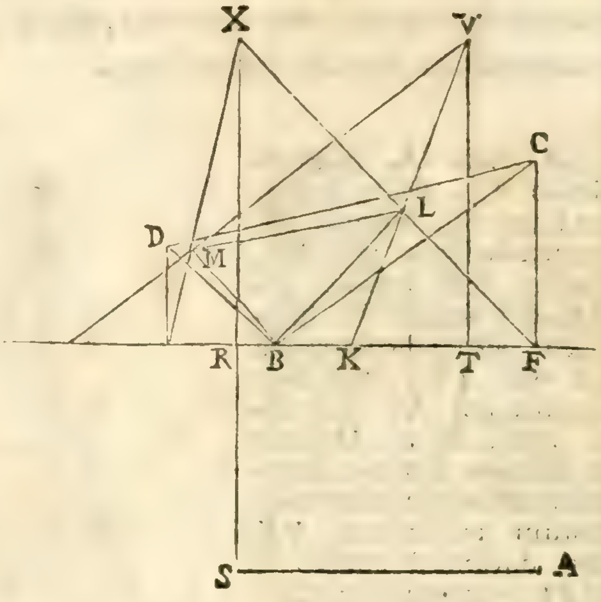


Sit oculus A, cuius altitudo AS. sitque sectionis linea BF: ducatur SR perpendicularis ipsi BF; fiatque RT æqualis ipsi RS; & à punctis RT in sectione perpendiculares agã tur RX TV, quæ fiant æquales ipsi AS. sitq; data figura BCD. Oportet in sectione figuram apparentẽ describere, duorumq; tantùm punctorum VX vsu. ducatur à puncto C ad BT perpendicularis CF. fiatque FK æqualis FC: oportet autem punctum K ad eam partem collocare, ita vt ductis KV FX se inuicem secare possint, vt in L. Dico primùm punctum C apparere in L. iunctis enim ST CK. quoniam in triangulo SRT latera RS RT sunt æqualia, erunt anguli RST RTS interse æquales. & quoniam tres anguli trianguli duobus sunt rectis æquales, & angulus SRT est rectus, erit vnusquisque angulus RST RTS recti dimidius. similiter trianguli CFK angulus CFK est rectus, & latera KF FC interse sunt ęqualia; vnde ęquales sunt anguli FCK FKC, & vnusquisque est recti dimidius; ergo angulus KTS est angulo TKC æqualis. ac propterea linea ST est ipsi KC parallela. quia verò in sectione linea TV est ipsi TB perpendicularis, & ipsi AS æqualis, erit punctum V punctum concursus ipsius KC. Quare linea KC in KV apparet. Cùm autem SR CF sint ipsi TB perpendiculares, erunt interse parallelæ. quod cùm SR ipsi CF æquidistet, & in sectione linea RX sit ipsi TB perpendicularis, & ipsi AS æqualis, erit punctum X punctum concursus ipsius FC. quare CF apparet in sectione in FX. & est punctum C in vtraque linea KC FC, ergo apparebit punctum C in L: vbi nempe KV FX se inuicem secant. parique ratione inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. & quoniam punctum B est in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.

5. *primi.* 32. *primi.* 5. *primi.* 27. *primi.* 1. *huius.* 1. *huius.*

P R A X I S.

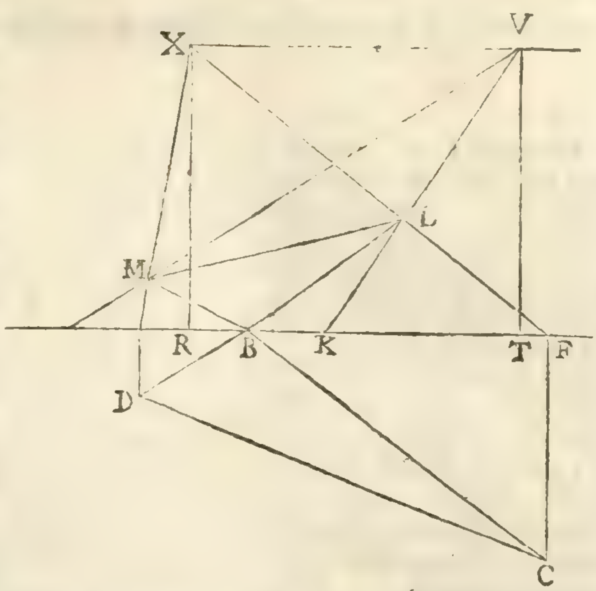
Sit punctum S in subiecto plano punctum distantiæ, vbi nempè cadit perpendicularis ab oculo in subiectum planum; cuius quidem oculi altitudo intelligatur AS. sitque sectionis linea BF, cui perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis SR. Nunc verò planum intelligatur sectio; à punctisque TR ipsi BF perpendiculares agantur RX TV, quæ fiant æquales ipsi SA. Nũc autem rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo sit data figura BCD. Ducatur à puncto C ad BT perpendicularis CF, fiatque FK æqualis FC. Inuentisque punctis FK, nunc accipiatur planũ pro sectione per TR, & per puncta VX transeunte. iungaturque FX; sitque K ad eam partem, ita vt KV ipsam secet FX in L. ex demonstratis punctum L in sectione ipsum C repræsentabit. eodemque prorsus modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. quòd cùm sit punctum B in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM apparens in sectione figura. vt patet, si intelligatur (manente TR) sectio vnà cum figura BLM subiecto plano erecta, veluti SA eidem quoque plano erecta, fueritque oculus in A. quod facere oportebat.



Quamuis modus hic paucis absoluatur lineis; si adhuc magis linearum confusionem euitare placuerit (vt nonnulli fecere, quamuis quibusdam diagonalibus lineis vtantur, quæ praxim longiorem efficiunt) possumus obiectum BCD collocare in alio situ vnà cum linea BF, cui similiter ducatur CF perpendicularis; & fiat FK æqualis FC, quæ quidem puncta deinde in alteram sectionis lineam reportentur, à quibus ad XV lineæ similiter ducantur: eodemque modo erit punctum L inuentum. & ita in reliquis. quod sanè alijs, qui dicti sunt, modis, & qui dicendi sunt, aptari poterit, ita vt seorsum fiat delineatio quousque sumitur planum pro subiecto plano; & postquam inuenta sunt puncta in sectionis linea, tunc quia planum deinde pro sectione accipitur, possunt inuenta puncta in aliam transferri lineam, quæ pro sectionis linea, planumque pro sectione deseruiet, quibus puncta, apparentesque figuræ in sectione absque confusione describi poterunt. vel hoc quoque modo;

Sit similiter obiectum BCD ad vnam, puncta verò X V ad alteram partem sectionis lineæ, ita scilicet, vt perpendiculares XR VT sint similiter æquales oculi altitudini. sitque punctum R, vbi cadit à puncto distantiæ ad sectionis lineam perpendicularis. Deinde sit RT æqualis dictæ perpendiculari. Ducatur CF ipsi KT perpendicularis, fiatque FK æqualis FC, ita vt ductæ lineæ FX KV se inuicem secent in L. Porrò punctum L ostendet in sectione ipsum C. Parique ratione inuenietur

punctum



punctum M ipsum D ostendens. Quare ductis lineis BL LM LB, erit BLM figura in sectione apparens. ea tamen habita consideratione, vt initio huius libri iuxta formam secundi modi monuimus.

In hac praxi, veluti etiam in alijs nonnullis, absque lineis etiam RX TV patet nos posse vbicunque cõstituere punctum X, cuius linea perpendicularis ad sectionis lineam ducta intelligatur esse æqualis altitudini oculi supra subiectum planum, quæ quidem perpendicularis sectionis lineæ occurrat, vbi à puncto distantiæ ad sectionis lineam perpendicularem cadere concipimus. siue intelligamus punctum X esse id, vbi ab oculo in sectionem perpendicularis cadit. deinde constituere possumus punctum V in ducta linea XV sectionis lineæ parallela; ita vt distantia XV intelligatur esse æqualis perpendiculari, quæ à puncto distantiæ ad sectionis lineam ducta fuerit. His namque modis puncta XV semper concursus puncta existent. Quare in hac praxi non semper indigemus lineis RX TV, neque perpendiculari, quæ à puncto distantiæ ad sectionis lineam ducitur.

Hæc autem, & in iis, quæ antea dicta sunt, & quæ dicenda sunt, similiter considerari quandoque possunt. quæ tamen breuitatis studio prætermittimus.

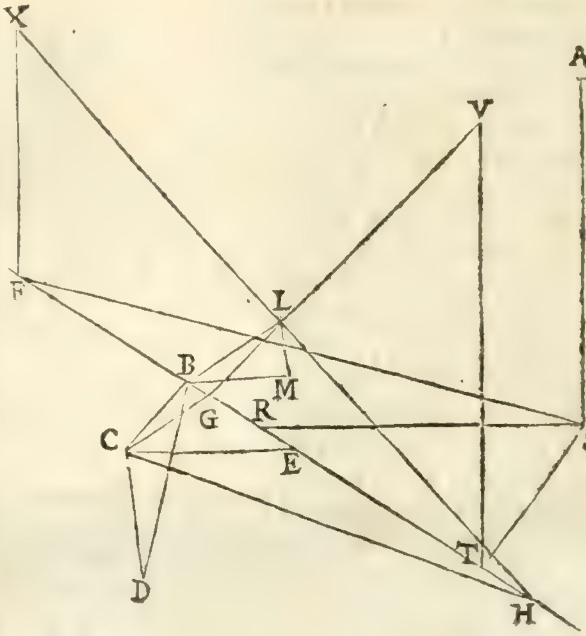
PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

DECIMVS SEXTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Ad perficiendum verò problema vti oporteat duobus punctis in sectione, vt oculus, æquealtis, ita collocatis, vt tribus ductis perpendicularibus, ab his scilicet punctis, &

à puncto distantiæ ad sectionis lineam, partes vtrinque perpendiculari à puncto distãtię; ductæ sint ęquales.



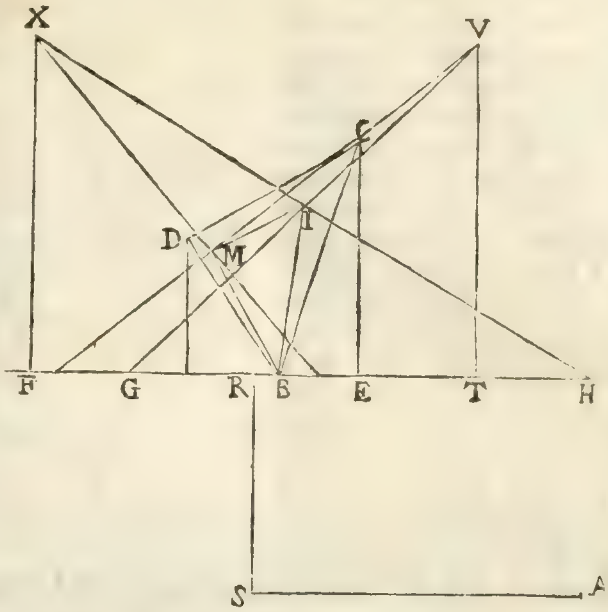
Sit oculus A, cuius altitudo AS; sit sectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR. & ex vtraque parte fiant RF RT ipsi SR æquales. & in erecta sectione ipsi TF perpendiculares erigantur FX TV, quæ ipsi AS ęquales existant. in subiecto autem plano data sit figura BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere, duobusq; tantùm punctis vti VX. Ducatur CE ipsi TF perpendicularis, & à puncto E ex vtraque parte fiant EG EH ipsi CE æquales. ducanturq; HX GV, quæ se secent in L. Dico primùm punctum C apparere in L. Iungantur SF ST, CG CH, & (vt in præcedenti) quoniam triangulum SRT habet rectum angulum SRT, & habet latera RS RT æqualia; erit vnusquisque angulus RST RTS recti dimidius. eademque ratione triangulum CEG habet rectum angulum ad E, latera verò EC EG æqualia; ergo & vnusquisque angulus ECG EGC recti dimidio est æqualis. quare angulus GTS est æqualis angulo TGC. & ob id ST est ipsi CG parallela. & quia in sectione linea TV perpendicularis est ipsi TF, & est TV æqualis SA; erit punctum V punctum concursus ipsius CG. Quocirca linea CG in GV apparebit. simili modo ostendetur in triangulo æquicrure RSF angulum RFS recti dimidium esse, & in trangulo ęquicrure ECH angulum EHC recti dimidium esse. quare anguli HFS FHC sunt interse æquales, lineæque SF HC ęquidistant. Vnde existente FX ipsi HF perpendiculari, ipsiq; AS ęquali, erit punctum X punctum concursus ipsius HC. quare linea HC apparebit in HX, vnde sequitur punctum C apparere, vbi GV HX se inuicem secant, vt in L. eademque ratione inuenietur punctum M ostendens ipsum D. cùmque sit B in sectione, ductis BL LM MB; apparebit BCD in BLM, eritque propterea LBM figura apparens, quod facere oportebat.

1. huius.

P R A X I S.

In subiecto plano sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS. sit sectionis linea TF, & à puncto S ipsi TF perpendicu-

laris



laris ducatur SR, & ex vtraque parte fiant RF RT ipsi RS ęquales. Inuentisque punctis TRF, intelligatur nunc planum sectio. & à punctis FT ipsi TF perpendiculares agantur FX TV, quæ ipsi SA fiant æquales. Rursus autem accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. & à puncto C ipsi TF perpendicularis ducatur CE; & ex vtraque parte fiant EG EH ipsi CE ęquales. inuentisque punctis GH, nunc habeatur planum pro sectione, quæ per HF, & per puncta VX transeat. Iunganturq; HX GV, quæ se secent in L. ex demonstratis punctum C in sectione apparebit in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. cùmque sit B in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens. quod apertè conspicitur, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam SA; oculusque in A existat. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

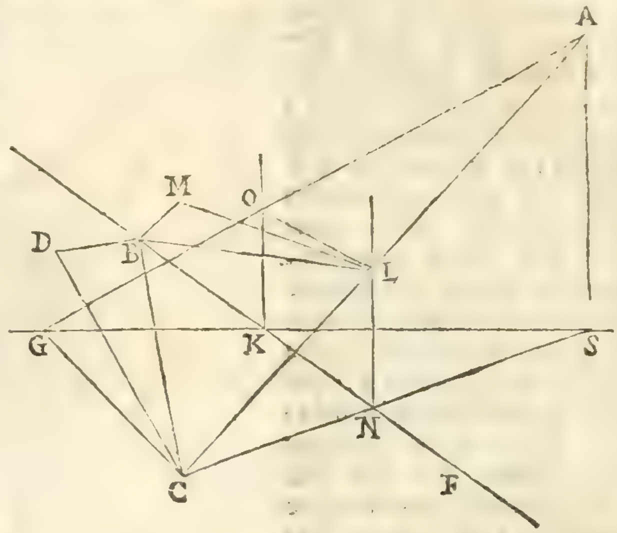
DECIMVSSEPTIMVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò conficere oporteat duobus punctis, puncto scilicet distantiæ, ac puncto oculi.

Sit oculus A, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS. sit sectionis linea BF. data verò sit figura in subiecto plano BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere; oporteatque duobus tantùm punctis AS vti. Ducatur SKG ipsi BF perpendicularis, quæ ipsam BF in K dispescat; & à puncto C ipsi SG perpendicularis ducatur CG, quæ nimirum ipsi BF erit ęquidistans. ducaturque SNC. deinde à puncto K in sectione ipsi BF perpendicularis ducatur KO. iunctaque GA

ipsam



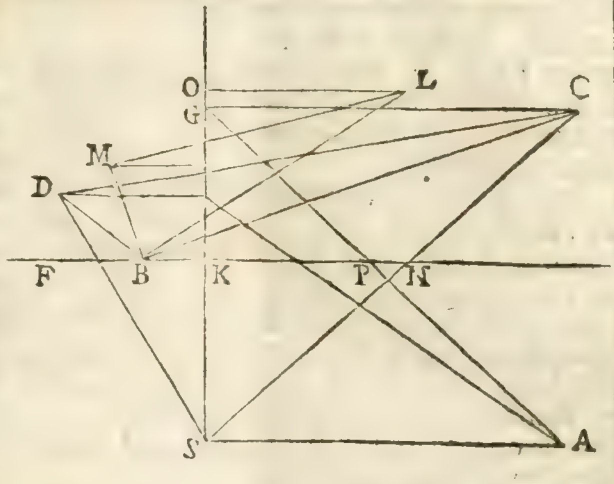
ipſam OK ſecet in O. ſecabit enim, quoniam cùm ſit ſectio ſubiecto plano erecta, & in ipſa eſt OK ipſi BF (quæ ipſius ſectionis, & ſubiecti plani eſt communis ſectio) perpendicularis, erit OK ſubiecto plano erecta. ac propterea ipſi AS æquidiſtans, quandoquidem AS ſemper eſt ſubiecto plano erecta. ſuntque propterea SA KO GA in vno, & eodem plano. quare linea GA ipſam KO ſecabit, vt in O. à puncto autem O ipſi KO perpendicularis ducatur OL, vel, quod idem eſt, ab O ipſi BF æquidiſtans ducatur OL, quæ fiat æqualis KN. Dico primùm punctum C apparere in ſectione in L. Iungatur LN. Quoniam enim OL eſt ipſi KN æqualis, & æquidiſtans, erit LN ipſi quoque OK & æqualis, & æquidiſtans; eſt autem OK ſubiecto plano erecta, erit igitur & LN ſubiecto plano erecta. quare LN ipſi AS æquidiſtat. ducto igitur viſuali radio CA, ſecabit CA ipſam NL. & quoniam punctum N eſt in ſectione; apparebit NC in linea NL. At verò ſi accipiamus lineam GA pro viſuali radio, apparebit punctum G in O. & quoniam OL CG ſunt ipſi BF parallelæ, linea GC apparebit in OL. quoniam autem punctum C in vtraque linea NC GC reperitur, apparebit punctum C in L; vbi ſcilicet NL OL ſeſe diſpeſcunt. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D repræſentans. B verò eſt in ſectione; ergò iunctis BL LM MB, erit BLM figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

38. vndecimi. *6. vndecimi.* *33. primi.* *8. vndecimi.* *6. vndecimi.* *Ex 4. & 5. huius.*

Inueniemus quoque punctum L in linea NL ipſi BF perpendiculari, facta ſcilicet NL æquali KO. vt ex demonſtratione patet.

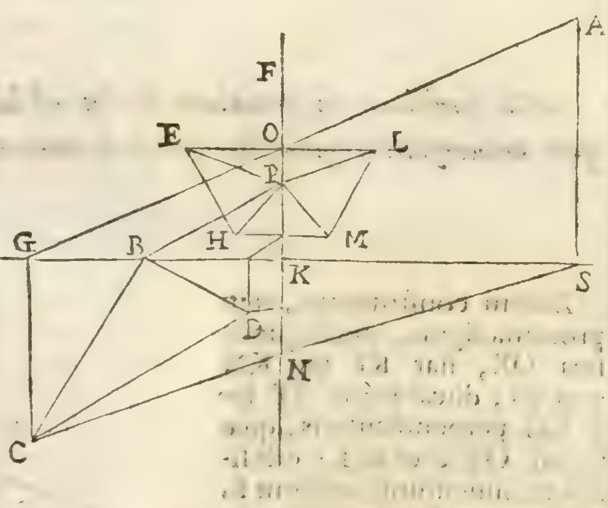
PRAXIS.

Sit in ſubiecto plano punctum S punctum diſtantiæ; oculi verò altitudo ſit SA; ſitque ſectionis linea FN. In hoc operandi modo oportet, vt SA ſit ipſi FN æquidiſtans, figura verò in ſubiecto plano ſit BCD. Ducatur à puncto S ipſi FN perpendicularis SKG; ducaturque CG ipſi SG perpendicularis. deinde iungantur SC AG, quæ ſectionis lineam in NP diſpeſcant. Inuentis itaque punctis NKP, nunc accipiatur planum pro ſectione; ducaturque KO ipſi FN perpendicularis; quæ, quoniam cum KG coincidit, fiat KO ipsi KP æqualis, à punctoq; O ipsi FN æquidistans ducatur OL, quæ fiat æqualis KN. ex dictis punctum L in sectione ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. quòd cùm sit B in sectione, ductis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens. vt patet, si intelligatur sectio vnà cum BLM, & linea OL subiecto plano erecta. veluti si intelligatur eidem quoque plano erecta linea AS; sitque simul manente SG triangulum ASG vnà cum linea KP subiecto plano erectum. hoc enim modo punctum P cum O coincidet, perspicuèque apparet figuram BLM esse in sectione figuram apparentem. quod fieri oportebat. 1. *huius*.

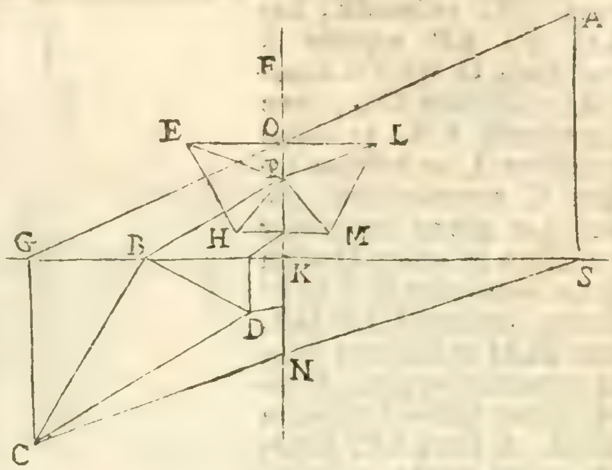


ALITER.

Alio quoque modo hãc operationẽ absoluere possumus, vt fit à nonnullis. fit enim eodem modo S punctum distantiæ; AS verò oculi altitudo. sectionis autem linea sit FN, figuraque data BCD. quę quidem omnia in subiecto plano iacere intelligendũ est, lineamque AS ipsi FN æquidistantem esse. Ducatur similiter SKG ipsi FN perpendicularis, cui perpendicularis ducatur CG. Ducanturq; SNC AOG. inuentisq; punctis NKO, nunc planum intelligatur sectio; ducaturque OL ipsi KO perpendicularis, fiatque OL æqualis KN. ex demonstratis punctum L repræsentabit in sectione ipsum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. Quoniam autem punctum B est in linea SG, ducta ex B linea ad A, quæ KF secet in P, perspicuum est punctum B apparere in P. Ductis igitur lineis LP PM ML, erit LPM apparens figura. vt patet, si intelligantur SG KN, ac figuram BCD in subiecto plano manere, lineæ verò KF SA vnà cum OL, & figura LPM in-



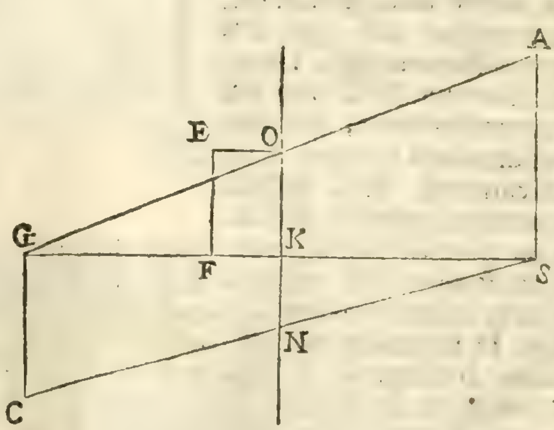
telligantur ſubiecto plano erectæ: planum verò figuræ PLM in plano per KN ducto, ſubiectoque plano erecto exiſtat. quod facere oportebat.



His autem ita conſtitutis, obſeruandum occurrit, figuram LMP (quæ ab ipſis deſcribitur) non eſſe eã, quæ propriè ab oculo A ſpectatur. Nam LMP dum eſt ſupra KN collocata, vt diximus, ad eam partem vergit, quę eſt verſus BCD, & non verſus oculum, ideo vt propriè deſcribatur figura, quam oculus cernit, meliùs erit fortaſsè ad alteram partem ipſius KF figuram EPH eadem conſtructione inuenire. nempè ducendo OE ad KF perpendiculari, quæ ſimiliter fiat æqualis KN. deinde eodem modo inueniatur punctum H, iunganturque EHP: & quando concipimus AS KF eſſe plano SGC erectas, tunc intelligatur planum EHP ita eſſe conſtitutum, vt productum tranſeat per lineam KN, quæ in ſubiecto plano eſſe intelligi debet, ſicuti diximus. atque hoc modo apparens figura EHP erit propriè ea, quæ ab oculo ſpectatur. ſiquidem EPH vergit ſe ad oculum: ſunt quippe figuræ LMP EPH interſe æquales, diuerſimodè tamen ſunt quò ad oculum lineatæ. vt perſpicuum eſt. quod quidem animaduertere neceſſe erat.

Alii ſimiliter conſtructione parùm ab hac differente vtuntur, ex qua vniuerſalis regula elici poteſt in hunc modum.

Eadem conſtruantur, vt in proxima figura, ductaque linea OE, fiat KF ipſi KN ęqualis; ducaturque FE ipſi KG perpendicularis, quæ ipſam OE ſecet in E; erit ſimiliter inuentum punctum E, vbi apparet C. intelligendo ſcilicet planum ASG ſupra SGC erectum, punctumque F eſſe in N; & FE ſupra planum SGC itidem erecta, vnde erit OE ęquidiſtans KN, & ipſi æqualis: quæ quidem omnia ex demonſtratione perſpicua ſunt.



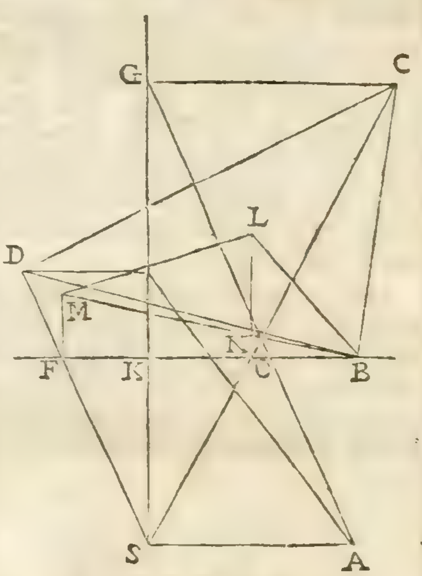
PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

MODVS DECIMVSOCTAVVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteat autem problema rurſus abſoluere ijſdem duobus punctis.

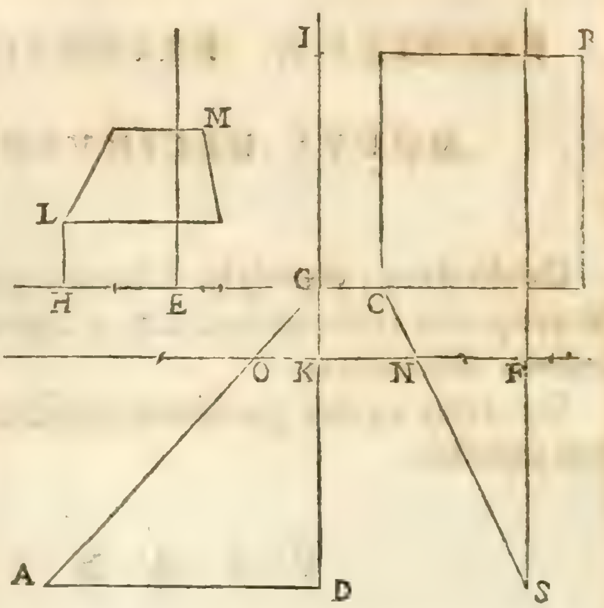
PRAXIS.



Sit in ſubiecto plano punctum S ſimiliter punctum diſtantiæ, oculi verò altitudo AS, quæ ſit ſectionis lineæ BF æquidiſtans. data verò figura BCD. Ducatur SKG ipſi BF perpendicularis, à punctoque C ipſi SG perpendicularis ducatur CG; iunganturque AG SC, quæ lineam ſectionis BF ſecent in punctis NO. Inuentisque punctis NO, nunc planum intelligatur ſectio, ipſique KB perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis KO. ex præcedenti demonſtratione punctum L oſtendet in ſectione ipſum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens. quòd cùm ſit B in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura. quod quidem patet, ſi manentibus FB SG conuertatur triangulum ASG vnà cum linea KO, donec ſubiecto plano fiat erectum. intelligaturque ſectio cum figura BLM vnà cum linea NL ſubiecto plano erecta; oculusque fuerit in A. quod fieri oportebat.

A' nonnullis hæc praxis conſtitur hoc modo.

Sit nempè obiectum BC; ſitque ſectionis linea FK; & ſit S punctum diſtantiæ, à quo ad FK perpendicularis ducatur SF. Deinde aliam ducunt lineam IK ad FK itidem perpendicularem. Verùm oculi altitudo vbi collocanda ſit, rectè quidem non docent; quæ tamen ſupra lineam IK productam collocanda eſt; vt constructio ſuum ſortiatur effectum. ita ſcilicet, vt producta IK in D, factaque KD ipſi FS æquali, ducatur deinde DA secundùm oculi altitudinem ipsi DI perpendicularis, intelligaturque DA oculi altitudo supra subiectum planum. Præconcipere autem oportet puncta SD pro vno tantùm puncto deseruire, ac si D esset in S, lineaque DG esset in SF. itaque si ducatur CG parallela FK, deinde ducatur SC, quæ lineam FK secet in N, iungaturq; GA, quæ ipsam similiter FK secet in O, si igitur ab N duceretur linea perpendicularis ipsi FK, quæ fieret æqualis KO; inuentum erit punctum, in quo apparet ipsum C, sed ob minorem adhuc confusionem seorsum figuram apparentem describunt, Vt exponatur linea EH. quæ pro sectionis linea deseruiet. constituaturque vbicunque punctum E, quod puncto F respondeat. deinde ad easdem partes fiat EH æqualis FN. ducaturque HL ipsi EH perpendicularis, fiatque HL æqualis KO; nimirum punctum L repræsentabit punctum C. quod idem fiat alijs punctis. vnde apparentem habebimus figuram LM, quæ obiectum BC ostendet. quod patet, si intelligantur puncta EH in FN, planumque HM subiecto plano erectum; fueritque oculus supra S altitudine DA: quod facere oportebat.



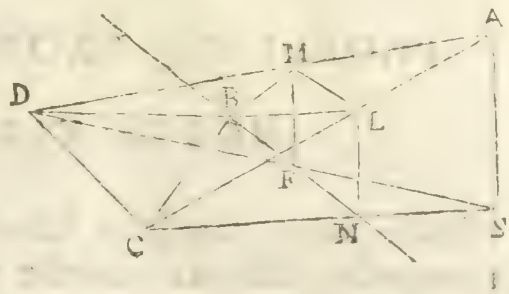
Hanc praxim alij clariorem, ac breuiorem reddiderunt. quia duabus lineis DI SF non vtuntur; loco enim duarum linearum DG SF vna tantùm vtuntur linea SF; lineamque DA (quam rectè oculi altitudinem nominant) similiter efficiunt perpendicularem ipsi SF; cæteraque eodem modo fiunt; figuramque itidem inueniunt LM. quia longitudinem lineæ KO inueniunt in linea FN.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIV.

DECIMVSNONVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

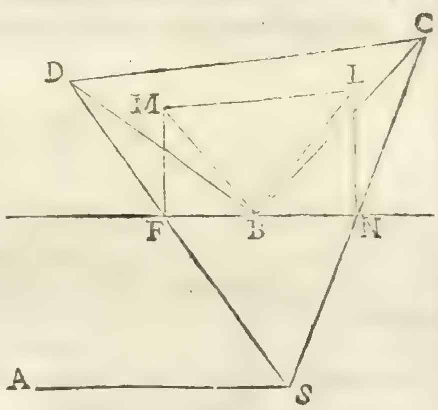
Rursusque oporteat problema duobus tantùm punctis absoluere, puncto nempe distantiæ, ac puncto oculi.



Sit rurſus oculus A, cuius altitudo AS. ſitque ſectionis linea BN. data verò figura BCD. oportet in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere, duobusque tantùm punctis AS ad vſum aſſumptis. Ducatur SC, quæ lineam BN ſecet in N; & à puncto N in ſectione perpendicularis ipſi BN ducatur NL; fiatque vt SC ad CN, ita AS ad NL. Dico primùm punctum L in ſectione ipſum C repræſentare. Quoniam enim ſectio eſt ſubiecto plano erecta, in qua ducta eſt NL perpendicularis ipſi BN, quæ ipſius ſectionis, ac ſubiecti plani communis eſt ſectio, erit LN ſubiecto plano erecta. atqui ſubiecto plano erecta eſt quoque AS, ergo NL ipſi AS æquidiſtat. quòd cùm ſit SC ad CN, vt AS ad NL, ducta linea CLA recta erit. ac propterea viſualis radius CA tranſibit per punctum L. ergo punctum C in ſectione apparet in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens. vt ſi fiat SD ad DF, ita AS ad FM; B verò eſt in ſectione, iunctis igitur BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura.

Ex 38. vndecimi.
6. vndecimi.
22. primi. huius.

P R A X I S.



In ſubiecto plano ſit S punctum diſtantiæ, oculi verò altitudo intelligatur AS. ſit ſectionis linea NF. data verò figura BCD. Ducatur SC, quæ lineam NF ſecet in N. deinde planum intelligatur ſectio; ipſique NF perpendicularis ducatur NL; & vt SC ad CN, ita fiat AS ad NL. ex dictis punctum L ipſum C repræſentabit. eodem modo ducta SFD, ſi fiat AS ad FM, vt eſt SD ad DF, punctum M ipſum D repræſentabit. quòd cùm B ſit in ſectione, erit (iunctis BL LM MB) figura BLM in ſectione figura apparens. vt manifeſtò conſtat, ſi intelligatur ſectio ſubiecto plano erecta, vt etiam AS, & in A ſit oculus. quod fieri oportebat.

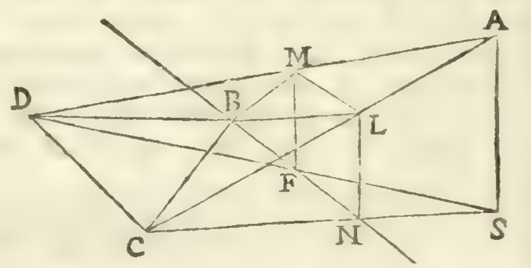
Abſque proportionis conſideratione fieri poterit, vt in ſequenti; quamuis proportio inueniatur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

MODVS VIGESIMVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

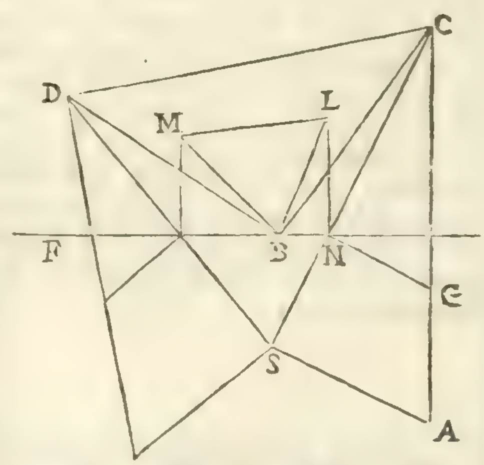
Oporteatque rurſus operari ijſdemmet duobus punctis.



Eadem prorſus exponantur. Ducaturque SNC; & in ſectione ducatur NL ipſi NF perpendicularis, quę ſimiliter oſtẽdetur eſſe ipſi AS parallela. Quare ducta AC, ſecabit vtiq; AC ipſam NL. ſunt quippe dictæ lineæ in eodem plano. Itaque AC ſecet ipſam NL in L. quod ſi intelligatur CLA viſualis radius, punctum L ipſum C in ſectione repræſentabit. eodemque modo inuenietur punctum M, eritque propterea BLM figura in ſectione apparens.

7. *vndecimi.*

P R A X I S.



Sit ſimiliter S punctum diſtantiæ, BF ſectionis linea. Dataque figura ſit BCD. Ducatur SNC, cui perpendiculares ducantur NG SA; fiat verò SA altitudini oculi æqualis. ducaturque AC, quæ ipſam NG ſecet in G. Deinde tanquam in ſectione ducatur NL ipſi NF perpendicularis, quæ fiat æqualis NG. porrò punctum L in ſectione oſtendet ipſum C. quod vtique patet; ſi intelligatur ſectio vnà cum ML ſubiecto plano erecta, manenteque SC, triangulum SCA ſimiliter ſubiecto plano intelligatur erectum. tunc enim linea NG exiſteret in ſectione, quæ cum NL prorſus conueniret, tanquam linea vna. vnde puncta GL vnum tantùm punctum exiſterent. eademque ratione inuenietur punctum M ipſum D in ſectione oſtendens. Ductis igitur lineis BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura. quod facere oportebat.

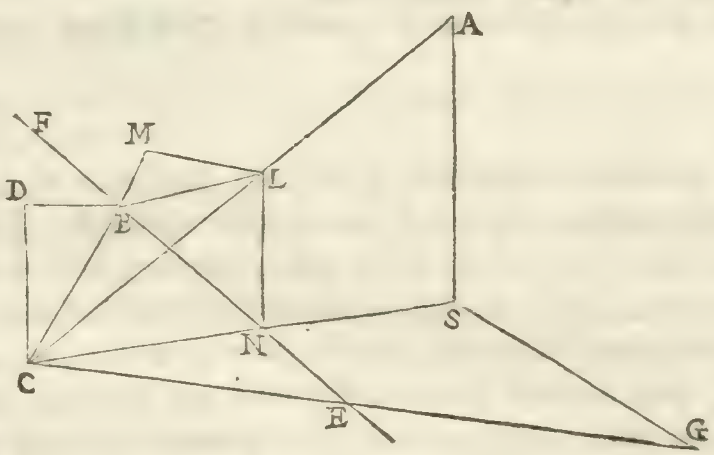
Faciliùs adhuc fiet in hunc modum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

MODVS VIGESIMVSPRIMVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Abſoluere autem problema oporteat duobus punctis, puncto ſcilicet diſtantiæ, alteroq; puncto in ſubiecto plano exiſtente, ita vt recta linea hæc puncta connectens ſit ſectionis lineæ parallela, & oculi altitudini æqualis.



Sit oculus A, cuius altitudo AS. ſit ſectionis linea EF, cui æquidiſtans ſit SG, quæ fiat æqualis ipſi AS. data verò figura ſit BCD. oportet in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere, oporteatque duobus tantùm punctis SG vti. Iungantur SC GC, quæ lineam EF ſecent in EN. & à puncto N in ſectione ipſi EF perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis NE. Dico primùm punctum C apparere in L. Quoniam enim EN ipſi SG æquidiſtat, erit triangulum SGC triangulo NEC ſimile, & vt SC ad CN, ita SG ad NE, hoc eſt AS ad NL; ſiquidem ſunt AS SG, LN NE æquales. quare ex præcedentibus punctum C apparet in L, cùm ſit SC ad CN, vt AS ad LN; ſitque propterea CLA recta linea eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D repræſentans. B verò eſt in ſectione, iunctis igitur BL LM MB, erit BLM in ſectione figura apparens.

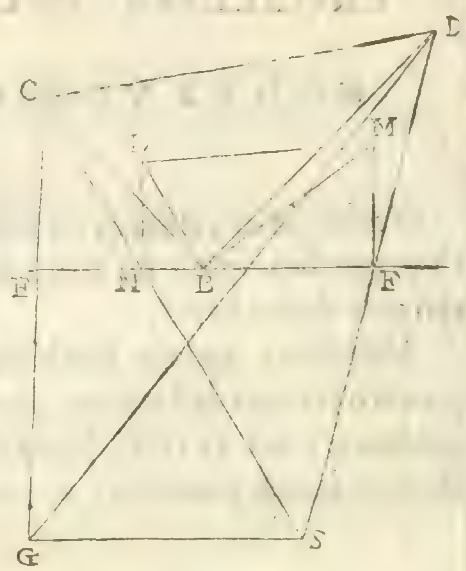
Ex 4. ſexti.

24. huius.

PRA-

PRAXIS.

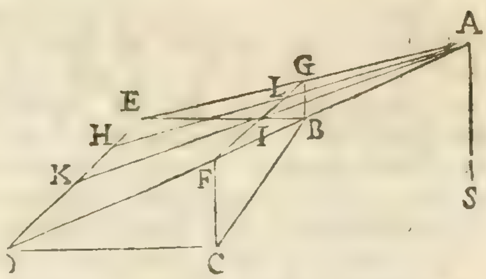
Sit in subiecto plano S punctum distantiæ. sitque SG æqualis altitudini oculi, quæ sit sectionis lineæ FE parallela. figura verò data sit BCD. Iungantur SC GC, quæ ipsam EF in punctis NE dispescant. Inuentoque puncto N planum intelligatur sectio, & ipsi EF perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis ipsi NE. ex dictis punctum L in sectione ipsum C repræsentabit. eodemq; modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; B verò est in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens, vt perspicuum est, si intelligatur sectio vnà cum figura BLM subiecto plano erecta; veluti si intelligatur quoque linea ipsi SG æqualis eidem plano erecta; fueritque oculus in ea collocatus. quod facere oportebat.



In praxibus conficiendis describendi apparentes figuras, necessarium esse videtur aliquo vti puncto, siue distantiæ, siue oculi, aut punctis concursus; atque his ad minùs duobus; vt in præcedentibus factum fuit. Quòd quamuis in aliquibus aliqua videatur praxis vno duntaxat puncto elaborata; re ipsa tamen ad minùs duo sunt. sed hoc euenit, quia alterum punctum operando non apparet; ad quod siue vna, siue plures lineæ tendunt. quod quamuis videatur necessarium; attamen absque auxilio dictorum vllorum punctorum fieri quoque potest. quod quidem apud plerosque paradoxum fortasse videtur; est tamen verissimum, & à nonnullis etiam cognitum; non ita tamen, vt simpliciter absque aliquo ex præfatis punctis omninò praxis fieri posit; sed quia omnia datæ figuræ puncta absque illis omninò, vbi apparent in sectione, inueniri possunt. quod quidem, vt quo pacto ab aliis traditum fuerit, cognoscatur, his à nobis præmissis faciliùs intelligetur.

LEMMA.

Sit parallelogramma figura BCDE in ſubiecto plano; ſit verò S punctum diſtantiæ; ſitque A oculus; linea verò ſectionis ſit BC; figuraque BCDE in erecta ſectione appareat in BCFG. ſumantur in DE vbicunque, & quotcunque puncta HK, radijque ducantur H A KA, qui ſecent FG in punctis IL. Dico lineam GF ſimiliter eſſe diuiſam, hoc eſt in eadem proportione punctis LI, veluti ED punctis HK.



Quoniam enim DE parallela eſt BC, erit ED parallela quoque GF. quare cùm GL æquidiſtet EH, erit HA ad AL, vt EH ad GL. ob eandemque cauſam erit HA ad AL, vt HK ad LI; vnde EH ad GL eſt, vt HK ad LI. & permutando EH ad HK, vt GL ad LI. pariq; ratione oſtendetur HK ad KD ita eſſe, vt LI ad IF. In eadem igitur proportione diuiſa eſt GF in LI, veluti eſt ED in HK. quod demonſtrare oportebat.

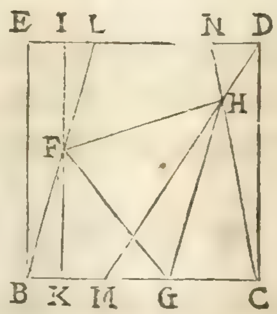
Ex 25. primi huius. Ex 4. ſexti. 11. quinti. 16. quinti.

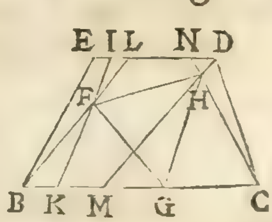
PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

MODVS VIGESIMVS SECVNDVS.

Data in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

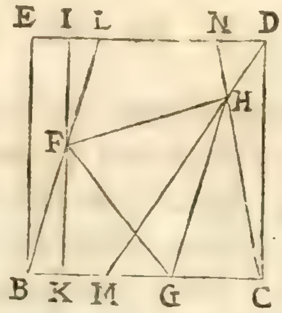
Oporteat autem problema abſoluere, vt modò diximus.

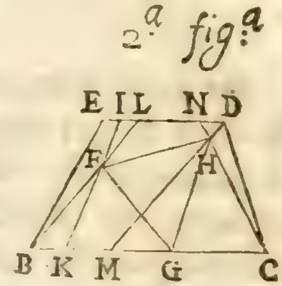




Data ſit figura FGH in prima figura; ſitque BC ſectionis linea. Deſcribatur quadratum, ſiue parallelogrãma figura BCDE, quæ intus contineat datam figuram FGH. Deinde per F ducantur lineæ vtcunque IFK BFL, ita vt ad BC ED pertingere poſſint. ſimiliterque per H ducantur DHM

CHN. & ad euitandam linearum confusionem transferatur linea BC in alium situm, vt in secunda figura. intelligaturque BC sectionis linea. Inueniaturq; ex præcedentium aliqua secundùm distantiam, & altitudinem oculi datam, tanquam in erecta sectione apparens figura BCDE, quæ repræsentet figuram BCDE primæ figuræ. & est inuenienda, ac si BC secundæ figuræ esset in BC primæ. siquidem in hac linea BC primæ figuræ intelligitur sectionis linea. Deinde diuidatur æqualiter BC secundæ figuræ in KMG, veluti diuisa est BC primæ figuræ. postea proportionaliter diuidatur ED secundæ figuræ, veluti diuisa est ED primæ; vt quam proportionem habet in prima figura EI ad IL, & IL ad LN, & LN ad ND, eandem habeat in secunda figura EI ad IL, & IL ad LN, & LN ad ND. In secundaque figura iungantur similiter IK BL, quæ se inuicem secent in F. Dico primùm punctum F ostendere tanquam in sectione punctum F primæ figuræ. Nam quoniam puncta IK primæ figuræ apparent in IK secundæ, linea IK primæ figuræ apparebit in linea IK secundæ. eademque ratione ostendetur BL primæ figuræ apparere in BL secundæ. quare (vbi se inuicem secant) punctum F primæ apparebit in F secundæ figuræ. Parique ratione in secunda figura connectantur DM CN, quæ sese disspescant in H, nimirum punctum H primæ figuræ apparebit in H secundæ. Itaque iungantur in secunda figura GF FH HG (quoniam punctum G existit in sectione) obiectum FGH in prima figura apparebit in FGH secundæ. quod facere oportebat.





Aliis quoque modis huiusmodi alia inueniri possent, nos tamen sequentem adinuenimus modum, qui perbreuis est, maximamque secum affert facilitatem.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

MODVS VIGESIMVSTERTIVS.

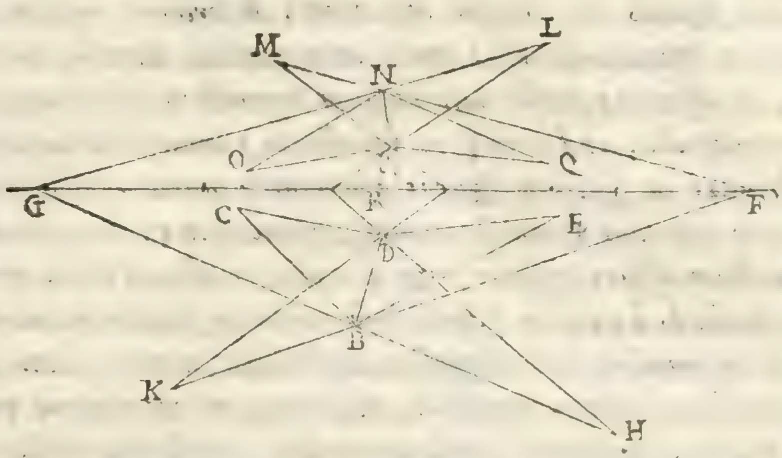
Data in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Sit autem conficiendum problema, vt diximus.

PRAXIS.

Ad praxim statim accedere possumus, quia simul cum operatione demonstratio elucescet. sed vt res clarior appareat, ne fiat linearum confusio,

obiectum



obiectum quidem ad vnam, figuram verò appparentem ad alteram sectionis lineæ partem describemus; quæ tamen obiectum ostendet, vt initio huius adnotauimus. Itaque data sit figura BCDE; sectionisque linea sit FG, sumantur in subiecto plano duo vtcunque puncta HK, ita tamen, vt puncta HK longiùs à sectionis linea distent, quàm figura BCDE oportet in plano tanquam in sectione figuram apparentem describere. Sit autem notum punctum distantiæ, necnon oculi altitudo, & ex præcedentium aliqua, vt magis libuerit, inueniatur tanquam in sectione punctum L ipsum H repræsentans, & punctum M ipsum K similiter ostendens. His itaque inuentis, si datæ figuræ punctum aliquod inuenire voluerimus, vbi videlicet punctum B apparet in sectione; ducantur HBG KBF vsque ad sectionis lineam. inuentisque punctis FG, nunc accipiatur planum pro sectione, iunganturque GL FM, quæ se secent in N. Dico primùm punctum N in sectione ipsum B repræsentare. Nam quoniam punctum L ipsum H repræsentat, G verò cùm sit in sectionis linea, in sectione reperitur; ac propterea seipsum ostendit. linea igitur GL ipsam GH repræsentabit. Parique ratione, quoniam punctum M ipsum K repræsentat, F verò est in sectione, linea FM ipsam FK repræsentabit. at verò punctum B in vtraque existit linea HG KF, ergo punctum N, vbi GL FM se inuicem secant, ipsum B repræsentabit. eodemque prorsus modo inuenietur punctum O ipsum C ostendens, P verò ipsum D, & Q ipsum E. Quocirca iunctis NO OP PQ QN, figura quippè NOPQ erit figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

Est quoque obseruandum in hoc casu nos posse accipere puncta BH, siue BK, quæ nobis deseruiant loco punctorum HK, vt inueniamus, vbi apparent puncta CDE in sectione, quemadmodum etiam nobis puncta BD deseruient ad inueniendum, vbi apparent puncta EC, & ita in alijs. Magis enim puncta BH, necnon puncta BK distant à sectionis linea FG, quàm puncta CDE; & in sectione inuentum est punctum N ipsum B repræsentans; vnde si ducantur, exempli gratia, HD BD vsque ad sectionis lineam FG, à quibus ducantur lineæ ad LN, similiter transibunt per punctum P, quod in sectione ipsum D ostendit. parique ratione, cùm puncta BD longiùs absint à linea FG, quàm puncta CE, auxilio punctorum BD, & NP, alia puncta OQ, vbi scilicet CE in sectione apparent, similiter inueniemus. atque ita ea puncta, quæ à sectionis linea magis distant, ad inueniendum in sectione puncta sectionis lineæ propinquiora, optimè deseruient.

Cùm hucusque à nobis varii multiplices, iique vniuersales modi, quibus figuras in sectione apparentes describere possumus, traditi sint, in inueniendis aliis modis immorandum amplius minimè videtur; ne affectata prolixitate tædium legentibus afferramus. cùm adhuc multi alii, ac fermè (vt ita dicam) innumerabiles modi ad describendas in sectione figuras apparentes inueniri possint; ac facilè aliorum omnium demonstrationes, praxesque ex iis, quæ dicta sunt; in medium afferri possunt; vt à nobis præstitum fuit; & ea præcipuè methodo à nemine (quòd ipse viderim) hactenus meditata. nec piguit in omnibus ferè propositis ordinibus, multa, cùm in demonstrationibus, tum in praxibus, repetere; vt hac ratione quælibet demonstratio, & praxis seorsum intelligi, perficique possit; siquidem neque altera ab altera dependet, sed vniuersalis existit, ac nullius alterius adminiculo per se consistere potest. Quod quidem primùm per lineas, deinde per puncta, & hæc modò lineis æquidistantibus, modò perpendicularibus, modò vtrisque, nec non & aliis quibusdam, figuras apparentes describere docuimus; prout varia in praxibus conficiendis assumpta sunt puncta. Et, quamuis modi aliqui interse iidem esse videantur, nonnulli verò parum differentes, eos tamen distinctè attulimus, tum vt praxes magis elucescant (quandoquidem modica in his differentia alterum ab altero diuersum efficere potest) tum quia eadem puncta, quibus absoluuntur, diuersimode collocantur. & adhuc quoniam aliquis modus tribus quandoque eget punctis ad praxim absoluendam, alius verò duobus tantùm punctis quandoque perficitur. Ampliùs seorsum alterum ab altero collocauimus, vt separatim appareat operandi facilitas, & breuitas, quæ in hac facultate summoperè attendendæ sunt. Modi enim, qui lineis vtuntur perpendicularibus situm habent punctorum concursus determinatum, magnamque exibent commoditatem, ac facilitatem; & quo ad praxim quandam operandi securitatem secum afferunt. Insuper eos ita seiunctos collocauimus, vt modi ab aliis traditi seorsum cognoscantur, etsi perpauci sint; à quibus ea tantùm selegimus, quæ vniuersalia sunt. quandoquidem circa multa particularia multum tempus conteratur, quod propterea factum à nobis fuit, vt ex nostris principiis eorum modorum præcipuè rationes, ac demonstrationes perspicuæ quoque reddantur. cùm ferè ab aliis demonstrationes prorsus omissæ sint; siquidem praxes tantùm docuerunt. quòd si ab aliquo circa demonstrationem aliquid prolatum fuit, vix ta-

men

men id, & obſcurè, ne diminutè dicam, factum fuit. quod quidem à nobis ex noſtris principiis, aliter, & clariùs demonſtratum eſt. Quare multis fortaſſe rationes minùs cognitæ fuerunt; ſiquidem in praxibus ipſis nonnulla admittunt ſuperflua, vt quando circa obiectum deſcribunt quadratum, ſiue rectangulum cum ſuis diametris, dum autem ad praxim accedunt, multa remanent ſuperflua, & inutilia; nonnulla verò, quæ neceſſaria ſunt, quandoque omittant; vt diſtantiæ punctum, oculi ſitum, & alia. Aliqui verò diminutè operantur in deſcribendis figuris apparentibus, & propterea non exactam horum notitiam explicant. Quod quidem etiam contingit, quia punctorum concurſus natura propriè nota nondum erat. nam tametſi huc uſque nomen puncti concurſus fermè fuerat tanquam ignotum, attamen quia nonnulli in deſcribendis perſpectiuis nonnunquam iis vtuntur punctis; quamuis abſque illorum propria cognitione id efficiant, propterea quid eiuſmodi puncta, eorumq; præcipuum huic negocio abſoluendo munus præſtant, adhuc ignotum fuiſſe perſpicuum eſt. quandoquidem nonnulli hæc puncta pro punctis horizontalibus accipiunt, lineasq; hæc puncta coniungentes, quas ſectionis lineæ parallelas ſemper eſſe debere intelligunt, horizontales nuncupant. cùm tamen multa, ac penè infinita eſſe poſsint puncta concurſus in ſectione diuerſimodè ſecundùm maiorem, minoremque altitudinem collocata, vt in primo libro oſtenſum fuit. 34.35. primi huius. *Ideoque quando ſunt duo puncta concurſus, alterum quandoque vocant oculum, & alterum diſtantiam; minùs tamen appoſitè, quamuis quæ inter hæc puncta interiicitur diſtantia, eſſe poſsit æqualis ei, quæ inter punctum diſtantiæ, ac ſectionis lineam intercipitur. vt in decimoquinto modo præcipuè factum fuit.* 20. huius. *Alia quoque ſunt, quæ conſultò omittenda duximus, neque enim ad omnia particularia oſtendenda deuenire placuit; ne quempiam culpare cogeremur vnquam. ab hoc enim longè abhorret animus.*

Quamuis autem in præfatis modis ſuperiùs traditis, alter altero ad praxes conficiendas expeditior, faciliorque videatur, veluti ſextus, ſeptimus, vndecimus, decimusquintus, decimus octauus, vigeſimusprimus, ac vigeſimustertius; inter quos facillimi ſunt, ſeptimus, decimusquintus, vigeſimusprimus, ac vigeſimustertius; non propterea alii ſunt aſpernandi; cùm ex iis praxes varias diuerſis punctis diuerſimodè perfici poſſe innoteſcat, tum quia eiuſmodi interdum ſitus diſpoſitio nobis ſeſe offerre poterit, vt in praxibus conficiendis aliquando oportuniùs, imo neceſſarium fuerit, minùs faciles facilio-

ribus operationis, atque vsus gratia præponere. Quæ quidem omnia, si à nobis rectè cognita fuerint, ad alia multa conducent. vt exempli gratia, possumus vigesimoprimo modo (quamuis, & aliis) ex horologio horizontali quodlibet verticale maxima facilitate describere, intelligendo nempè horarias lineas esse obiectum, gnomonem oculi altitudinem, pedem verò gnomonis punctum distantiæ, sectionisque lineam esse eam, quæ horologii horizontalis, ac verticalis est communis sectio. Quòd si ex horizontali horologio, horologium in plano horizonti inclinato describere voluerimus, per puncta concursus faciliùs fiet. vt ex propositione vigesimaquarta sequentis libri elici poterit. aliaque huiusmodi multa inueniri poterunt.

At verò quoniam existentibus obiectis figuris parallelogrammis, figuræ in sectione apparentes ex iis, quæ à nobis tradita sunt, facilioribus quibusdam modis describi possunt, idcirco huiusmodi quoque adiicere non erit inutile.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

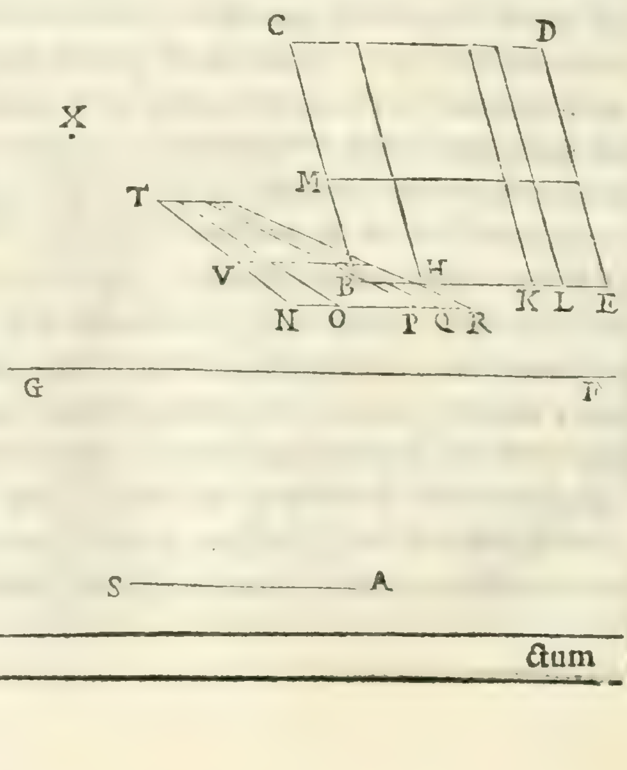
Oculo dato, dataque figura ex parallelogrammis constans, cuius latus sit sectionis lineæ æquidistans, figuram in erecta sectione apparentem describere.

PRAXIS.

Sit S punctum distantiç, & SA oculi altitudo. sit figura parallelogramma BCDE, quæ contineat octo parallelogramma. sintque lineæ ex HKL ipsis BC ED parallelæ; linea verò ex M ipsis BE CD æquidistans; sitque BE sectionis lineæ FG parallela. Primùm quidem lineæ BE CD, & quæ ex M, in sectione in lineis apparebunt ipsi FG parallelis, lineæ verò BC ED, & quç sunt ex HKL, in lineis, quç in punctum concursus conuenient, apparebunt. Quapropter inueniatur punctum X pun-

Ex 25. primi huius.

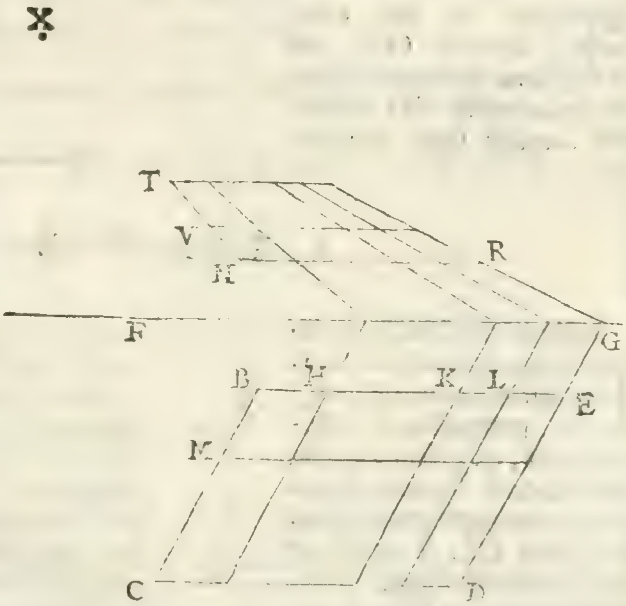
1. & 2. huius.



ctum concursus ipsarum BC ED, & aliarum ipsis ęquidistantium. Deinceps ex aliquo prędictorum modorum inueniatur punctum N ipsum B representans, O ipsum H, P ipsum K, Q ipsum L, & R ipsum E, V ipsum M, & T ipsum C. à punctis autem NOPQR lineæ ducantur ad X, à punctis verò NVT ipsi FG ęquidistantes ducantur, completaque erit figura RT. Vnde manifestum est, figuram RT apparentem figuram existere, ipsamque BD cum suis parallogrammis reprę-sentare. quod facere oportebat.

ALITER.

Ijsdem cõstructis (iuxta secundi modi exemplũ, vt initio huius diximus) inueniatur in sectione tantùm tria puncta, punctum scilicet N ipsum B representans, V ipsum M, & T ipsum C. Deinde linea DE, & quę sunt ex LKH producantur vsque ad sectionis lineã, à quibus punctis ducantur lineę ad X, à punctisque NVT ipsi FG ęquidistantes ducantur, quę lineas ad X ductas secent; completa vtique erit figura RT, quę quiquem figura in sectione apparens existet; ipsamq; BCDE (ea tamen consideratione, vt initio huius diximus) repręsentabit. quod fieri oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXX.

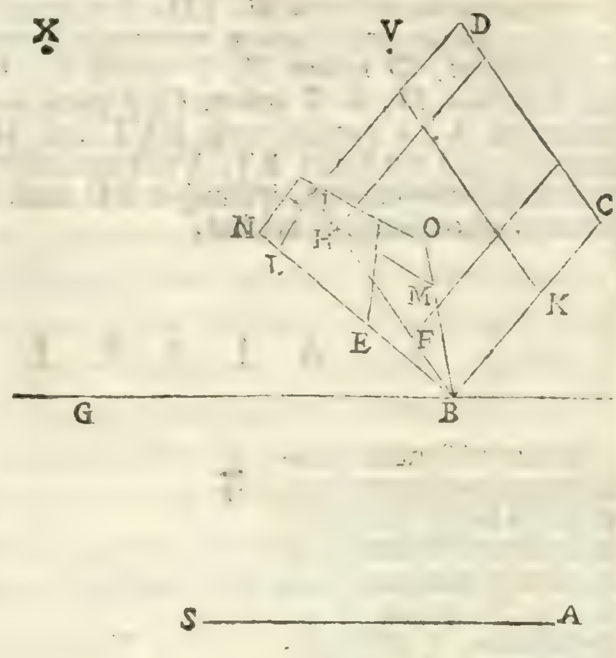
Oculo dato, dataque in subiecto plano figura ex parallelogrammis constans, quæ nullum habeat latus sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.

PRAXIS.

Sit punctum S distantię; oculique altitudo SA. sit sectionis linea BG. dataque sit figura, vt in pręcedenti, BCDI, quę tamen nullum habeat la-

Ex 1. & 2. huius.

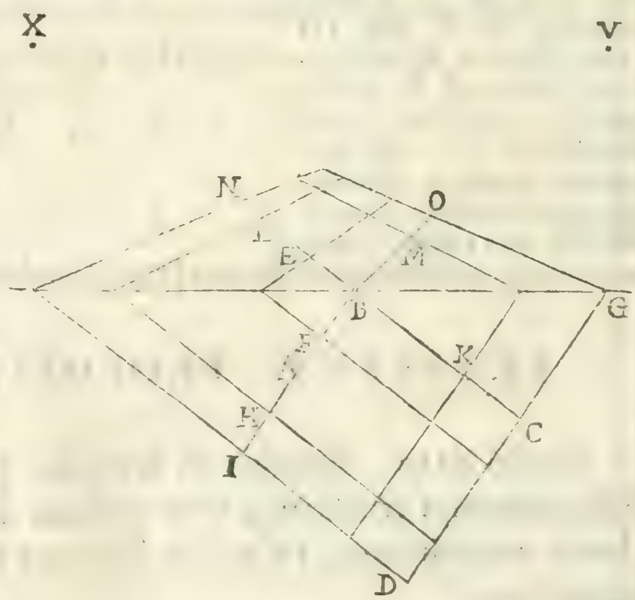
tus ipsi BG æquidistans. Inueniatur punctum X punctum concursus ipsarum BI CD, & eius, quæ est ex K. Deinde inueniatur punctum V similiter concursus ipsarum BC ID, & earum, quæ sunt ex FH. in sectioneq; inueniantur puncta ELNOM, quæ ostendant ipsa FHICK; à punctisque BELN ducantur lineæ ad V; à punctis verò BMO lineæ ducantur ad X; figuraque ex his constans, nempè ON erit in sectione apparens figura, quæ ipsam BD ostendet. quod fieri oportebat.



ALITER.

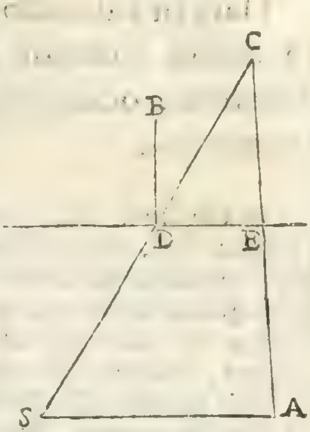
Ex 6. huius.

Ijsdem constructis (fietque iuxta secundum modum initio huius dictum) facilè propositum assequemur, ex primo modo describendi figuras apparentes, nempe producantur lineæ DI, & quæ sunt ipsi parallelæ vsque ad sectionis lineam BG, à quibus punctis, & à puncto B lineæ ducantur ad V. similiter producatur linea DC, & quæ est ex K, vsque ad sectionis lineam BG, à quibus punctis, & à puncto B lineæ ducantur ad X, quæ secent lineas ductas ad V. consurget ex his lineis figura ON, quæ quidem erit figura in sectione apparens, ipsamq; BD, vt initio huius dictum fuit, repræsentabit. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXI.

Oculo dato, dataq; sectionis linea, datoq; in erecta sectione puncto, in subiecto plano punctum, quod appareat in assumpto puncto, inuenire.

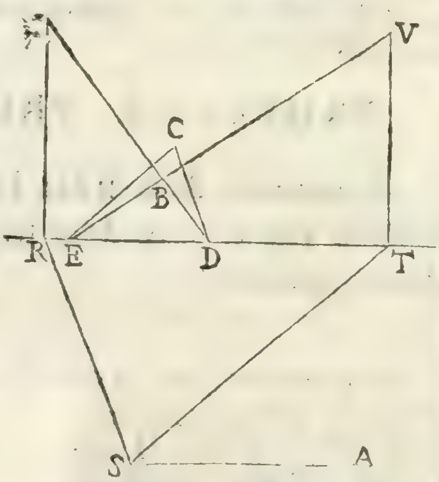


Sit S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo; sitque DE sectionis linea. Datum autem in erecta sectione punctum sit B. oportet in subiecto plano inuenire punctum, quod appareat in B. collocetur SA æquidistans ED; ducaturque BD perpendicularis ED, & ad partem A fiat ED æqualis DB; ducanturque SD AE, quæ sibi inuicem occurrant in C. Dico in subiecto plano punctum C apparere in B. ex constructione enim quoniam ductæ sunt lineæ CDS CEA, factaq; est DB ipsi ED æqualis, & perpendicularis, ergo C apparet in B. quod facere oportebat. 26. huius.

Oportet autem, vt BD minor sit, quam SA.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXII.

Idem inuenire per puncta concursus.



Sit enim similiter S distantiæ punctum, oculique altitudo SA, sintq; VX duo puncta linearum concursus; sitque TR sectionis linea. Datumq; in sectione punctum sit B. & vt in subiecto plano inueniamus punctum, quod apparet in B, ducantur XR VT ad TR perpendiculares, quæ quidem SA sunt æquales, connectanturque ST SR. deinde ducantur XBD VBE, & à puncto D ducatur DC parallela SR, ab E verò ducatur EC ipsi ST æquidistans. nimirum punctum C in subiecto plano existens apparebit in B. Nam quoniam à puncto C ductæ sunt CD CE ipsis SR ST parallelæ, ductæq; sunt DX EV, quæ se inuicem secant in B, patet punctum C apparere in B. quod facere oportebat. 11. huius.

Oportet autem in his punctum B propinquius esse ipsi TR, quàm puncta XV.

COROLLARIVM.

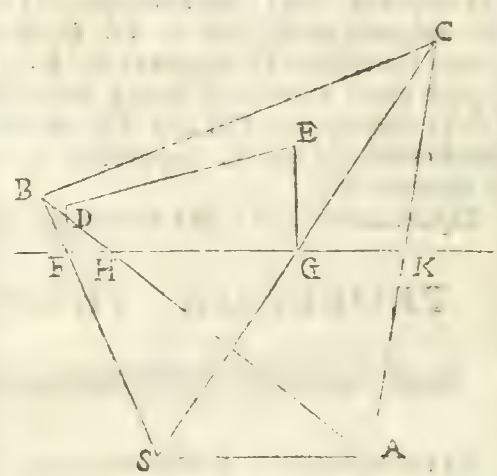
Ex his, si data fuerit apparens linea, siue figura, patet in subiecto plano obiectum inueniri posse.

Per data enim lineæ, ac figuræ puncta eodem prorsus modo fiet.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

Data in ſubiecto plano linea, dataque apparente linea in erecta ſectione, dataque ſit ſectionis linea, punctum diſtantiæ, oculique altitudinem ſupra ſubiectum planum inuenire.

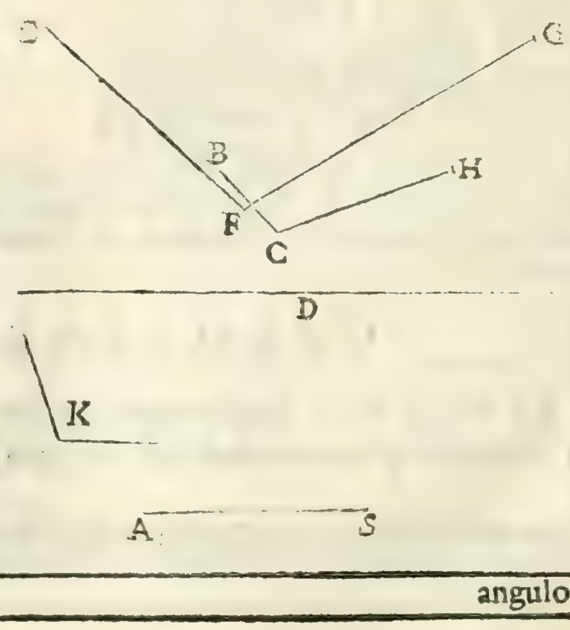
Data ſit linea BC, apparens verò linea DE, ſitque ſectionis linea FG. oportet punctum diſtantiæ, oculique altitudinem inuenire. Ducantur DF EG ipſi GF perpendiculares; fiatque FH æqualis FD; & GK qualis GE; ſintq; GK FH ad eandem partem. ducantur BFS, CGS, BHA, CKA. iungaturq; SA. iam enim conſtat in lineis BFS CGS eſſe punctum diſtantiæ. *Ex 25. huius.* ex quibus ſequitur SA eſſe æqualem altitudini oculi ſupra ſubiectum planum. quādoquidem ductæ ſunt AKC AHB, ſuntque GE FD ipſis GK FH æquales. quæ quidem inuenire oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Apparente data linea in erecta ſectione, aliam ducere lineam, quæ cum data imperatum angulum efficere oculo dato appareat.

Sit oculi altitudo AS; ſitque S diſtantiæ punctū; ſitque ſectionis linea D. data verò in erecta ſectione linea ſit BC; datusque angulus ſit K. oportet lineā inuenire, quæ cum BC angulum repræſentet, qui oculo ipſi K æqualis appareat. *Cor. 32. huius.* Inueniatur tanquam in ſubiecto plano linea EF, quam linea BC in ſectione repræſentet; fiatque angulus EFG ipſi K æqualis; in ſectioneque inueniatur CH, quæ oſtendat lineam FG. angulus quippè BCH

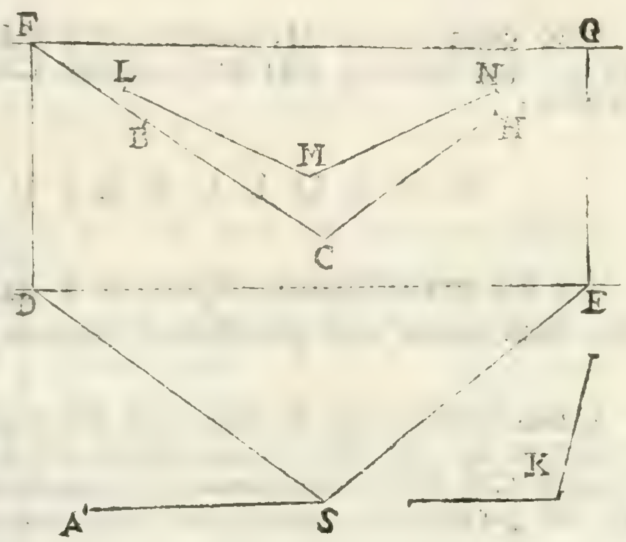


angulo

angulo EFG, ac per consequens angulo K æqualis apparebit. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Idem absque obiecto inuenire.



Sit similiter oculi altitudo AS, sectionisque linea sit DE. dataque in sectione linea BC; datus verò angulus K. oportet lineam ducere, quæ cum BC angulum efficiat, qui oculo ipsi K æqualis appareat. Ducatur linea FG parallela ipsi DE; quæ à sectionis linea DE distet secundùm longitudinem SA. Deinde producatur BC, quæ lineæ FG occurrat in F; & à puncto F linea ducatur FD perpendicularis DE; iūgaturq; DS. deinceps fiat angulus DSE angulo K æqualis; ducaturque EG ipsi DE perpendicularis; & à puncto C ducatur CH, quæ tendat in G. nimirum angulus BCH angulo DSE, propptereaque ipsi K æqualis apparebit. siquidem BC CH ostendunt lineas ipsis SD SE parallelas, quæ inuicem angulum constituunt ipsi K æqualem. quod facere oportebat. *Ex 2. & 6. huius.*

Hic verò aduertendum occurrit, si SE fuerit ipsi DE parallela, lineam quoque CH eidem DE parallelam esse debere. similiterque si BC data fuerit ipsi DE æquidistans, tunc DS ducenda erit quoque ipsi DE parallela. & in his casibus altero duntaxat concursus puncto praxis fiet. *25. primi huius.*

COROLLARIVM I.

Ex hoc perspicuum est, si aliæ ducantur lineæ, vt LM MN, quæ in FG tendant, angulum LMN similiter angulo K æqualem apparere.

Nam, quoniam BC LM in F coniunguntur, apparebunt BC LM parallelæ, veluti quoque ob eandem causam CH MN apparent æquidistantes. ex quibus sequitur angulum LMN apparere, vt BCH, qui angulo K æqualis apparet. *Ex 1. huius.*

Eodemque modo huiusmodi æquales anguli apparentes absque obiecto plurimi inueniri poterunt.

COROLLARIVM II.

Ex hoc patet etiam, nos dato priùs puncto M, angulum in M, qui angulo BCH æqualis appareat, statim constituere posse.

Dato enim puncto M, lineę ducantur ML MN in FG tendentes, ex ijs, quæ proximè dicta sunt, angulus LMN angulo BCH ęqualis apparet.

COROLLARIVM III.

Ex his manifestum est etiam à dato in sectione puncto datæ lineæ visæ parallelam lineam statim ducere posse.

A dato enim puncto M datæ lineæ CH statim duci potest linea, quæ tendat in G, vt MN, quæ quidem ipsi CH æquidistans apparet. Quòd si CH ipsi sectionis lineæ DE parallela fuerit, linea quoque MN ipsi DE parallela duci debet. quæ quidem omnia ex dictis perspicua sunt.

SECVNDI LIBRI FINIS.

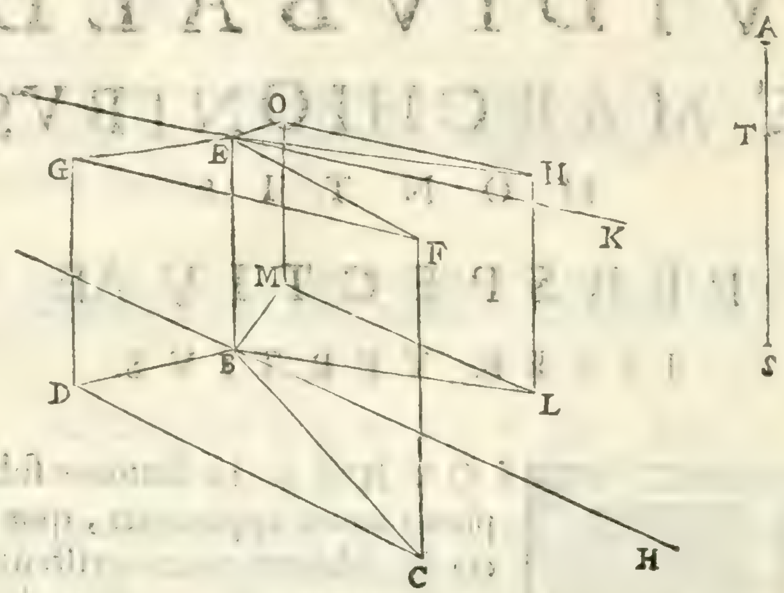
GVIDIVBALDI
E' MARCHIONIBVS MONTIS
PERSPECTIVAE LIBER TERTIVS.

FIGVRAS in sectione subiecto plano erecta apparentes, quæ obiecta in subiecto plano existentia repræsentant, superioribus demonstrationibus pluribus modis inuenire ostensum est; quippe quæ obiecta referunt tantummodo secundùm planas, rectilineasque figuras. Iam ad eorum altitudines inueniendas, hoc est, quomodo apparentes figuræ solida repræsentent, accedendum est.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Oculo dato, datoque prismate, cuius parallelogramma sint rectangula, altera verò eius basis sit in subiecto plano, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. in subiectoq; plano sit sectionis linea BH. prisma verò datum sit BCD EFG, cuius parallelogramma, vt BCFE, & alia, sint rectangula; sitque basis BCD in subiecto plano. oportet in sectione subiecto plano erecta, figuram, quæ datum prisma repræsentet, describere. Intelligatur planum EFG productum, quod lineam AS secet in T; sectionem autem secet secundùm lineam EK. porrò punctum E in sectione existit. nam cùm EB sit ipsis BC BD perpendicularis, siquidem prismatis parallelogramma sunt rectangula, erit EB subiecto plano erecta. punctum verò B est in 4. *vndecimi.*



sectione, sectioq; est subiecto quoque plano erecta, erit igitur linea EB in sectione, ac per consequens punctum E. Quoniam itaque datum est punctum S punctum distantiæ, & altitudo oculi SA, dataque est sectionis linea BH, figuraque in subiecto plano data est BCD, aliquo prędictorum modorum figuram in sectione apparentem describere poterimus, vt BLM, quæ ipsam BCD repræsentet. si igitur altitudinem prismatis in sectione repræsentare voluerimus, eodem prorsus modo in plano per EFG transeunte operabimur. nihil enim est aliud planum per EFG, & per T transiens, nisi subiectum planum, in quo punctum T est punctum distantiæ. supra quod est oculi altitudo TA; & in hoc plano intelligatur sectionis linea EK; data verò figura EFG. Cùm hæc igitur omnia sint data, eo modo, quo inuenta est figura apparens BLM, eodem prorsus inuenietur figura in sectione apparens ENO, quæ ipsam EFG repræsentet. quare iunctis NL OM linea FC apparebit in NL, & GD in OM. ergo BLM ENO est figura in sectione apparens, quæ quidem datum prisma repræsentabit.

6. vsque ad 28. secundi libri huius.

Hic verò considerandum occurrit, primùm EK parallelam esse ipsi BH; quoniam sectio parallelis planis per BCD EFG ductis diuiditur. quod idem contingeret etiam si EB in sectione non existeret. deinde quoniam EFCB est parallelogrammum, ac per consequens EF est ipsi BC parallela, lineæ BL EN, quæ ipsas BC EF in sectione repræsentant, in idem punctum concursus coibunt, veluti etiam BM EO. Quòd si CD FG fuerint sectioni parallelæ, in sectione secundùm lineas ipsis CD FG parallelas ostendentur. hoc est LM NO ipsis CD, FG, ac ipsis BH EK, parallelæ erunt. Præterea, quoniam FC (vt ostensum est) subiecto plano est erecta, veluti etiam GD, siquidem GD ipsi FC parallela existit; ipsa verò FC apparet in NL, GD autem in OM; ergo NL OM non solùm sunt subiecto plano erectæ, sed ipsi quoque lineæ BH, ac per consequens ipsi EK perpendiculares; vt est etiam linea EB, quæ cùm sit in sectione, se ipsam repræsentabit. Præterea quoniam figura EFG ęqua-

16. vndecimi.

28. & 29. primi huius.

24. 25. primi huius.

8. vndecimi.

26. primi huius.

lis

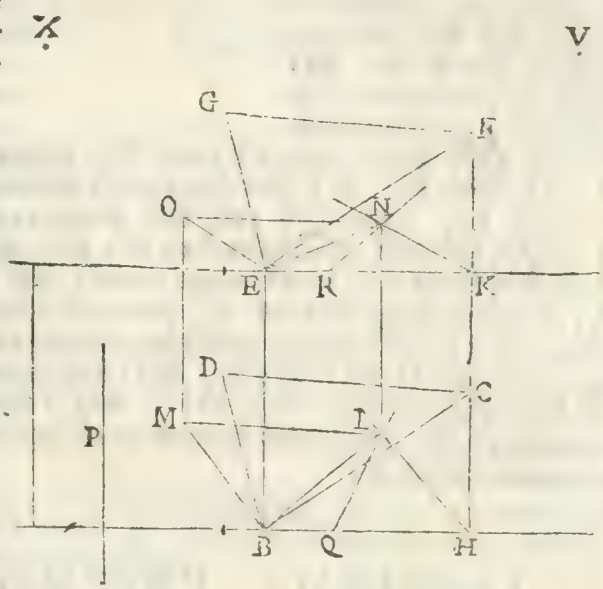
lis est, & similis ipsi BCD, eodem modo se habebit EFG ad lineam EK, vt BCD ad BH. cùm sint anguli KEF HBC, atque KEG HBD æquales; siquidem sunt KE EF ipsis HB BC, deinde KE EG ipsis HB BD parallelæ. 10. *vndecimi.*

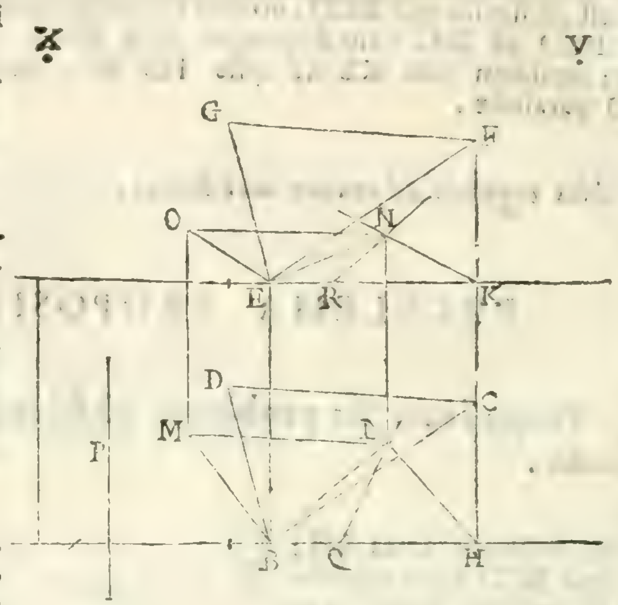
His cognitis ad praxes accedamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Propositum sit problema absoluere decimoquinto modo.

Sit sectionis linea BH; sitque BCD basis prismatis in subiecto plano, cuius altitudo sit P. Cùm enim propositum sit operari decimoquinto modo, ideo secundùm datam distantiam, oculique altitudinem primùm inueniantur puncta VX, vt in ea propositione dictum fuit. deinde ducta CH ipsi BH perpendiculari, factaque HQ ipsi CH æquali, ductisq; HL QL, quæ tendant ad VX, punctum L ipsum C ostendet. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostẽdens; figuraque BLM ipsam BCD repræsentabit. Ad inueniendam autem altitudinem ducatur linea EK ipsi BH æquidistans; ita vt ducta ipsis BH EK perpendicularis, sit æqualis ipsi P. & quoniam punctum B est in linea BH, à puncto B ipsi BH perpendicularis ducatur BE; fiatque angulus KEF angulo HBC æqualis; fiatque EF ipsi BC æqualis, constituaturque triangulum EFG triangulo BCD æquale, ac similiter positum. eodem enim modo se habebit triangulum EFG ad lineam EK, vt BCD ad BH. quare eodem modo ducatur FK ipsi EK perpendicularis; fiatque KR æqualis KF, ducanturque KX RV, quæ se inuicem secent in N, punctum quidem N ostendet ipsum F ex præcedenti. eodemq; modo inuenietur punctum O ipsum G ostendens. Iunctis igitur punctis ENO, erit ENO figura in sectione apparens; quæ alteram prismatis basim repræsentabit, quæ ex contraria parte ipsi BCD respondet, ipsique est parallela, atque supra BCD perpendiculariter existit altitudine P. Quocirca iunctis NL OM, figura BLM ENO datum prisma repręsentabit. quod fieri oportebat. 10. *secundi huius.*





Cæterùm pro faciliori operatione obſeruandum eſt, quòd cùm ſint duo anguli, nempe KEF, & angulus ad K rectus, trianguli EKF, duobus trianguli BHC angulis HBC, & recto ad H æquales, latusque EF lateri BC æquale, erit triangulum KEF triangulo HBC æquale, latusque EK lateri BH equale; eſt autem & EK ipſi BH æquidiſtans, ſi igitur ducatur KH, erunt BE KH inuicem equales, & parallelæ. ſed quoniam BE eſt ipſi BH, ac per conſequens ipſi EK perpendicularis, erit & HK ipſis BH EK perpendicularis. ſimiliter ob equalitatē triangulorum EKF BHC latus KF lateri HC eſt æquale, quibus equales ſunt KR HQ, vnde KR HQ ſunt æquales; & quoniam ſunt parallelæ, ſi itaque duceretur RQ, eſſet QR ipſi HK æqualis, & parallela, ipſisque EK BH perpendicularis. cùm oſtenſum ſit, KH ipſis perpendicularem eſſe. Quare vt in linea EK inueniantur puncta KR, à quibus ducuntur RV KX, vt inueniatur punctum N, priùs deſcribere triangulum EFG, vt factum eſt, non eſt neceſſe, immo ſuperfluum potiùs; ſed tantùm transferenda ſunt puncta HQ in KR, ita vt ſibi inuicem perpendiculariter reſpondeant, hoc eſt ſint lineæ KH & RQ (ſi ducerentur) ipſis BH EK perpendiculares. quod idem faciendum eſt cum alijs punctis; perfacilisque hoc modo erit praxis.

26. primi.

PROBLEMA PROPOSITIO. III.

Alio quoque modo altitudinem ſolo duntaxat puncto concurſus inuenire.

In prima huius.

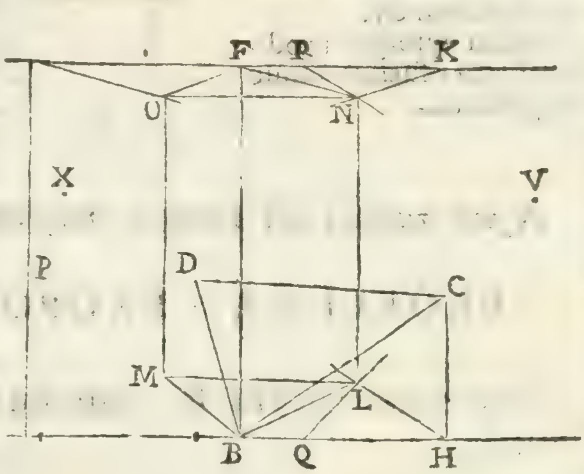
Ex proximè demonſtratis, ſi priſma datum in ſectione repræſentare voluerimus, exponantur eadem, quæ priùs; eodemque modo inueniatur figura BLM obiectum BCD repræſentans. Ad inueniendam autem altitudinem punctum tantùm X deſeruire poteſt. ducta ſimiliter EK, in qua transferatur tantùm punctum H in K (vt dictum eſt) deinde ducatur LN, quæ ipſis BH EK ſit perpendicularis, ductaque KX, quæ ipſam LN ſecet in N, erit ex proximè demonſtratis (ſiquidem LN latus priſmatis oſtendit) punctum N punctum quæſitum. eodemque modo inuenietur punctum O; figuraque BLM ENO priſma repræſentabit. quod facere oportebat.

Parique

Parique ratione in altitudine inuenienda deseruire tantùm potest punctum V, vt scilicet in EK non transferatur punctum H, sed punctum Q, à quo postea ducatur linea ad V, quæ ipsam LN similiter ex ijs, quæ supra dicta sunt, secabit in N; vt factum est linea RV, quæ lineam LN ipsis BH EK perpendicularem secat similiter in N puncto. quod repræsentat itidem punctum prismatis supra C perpendiculariter existens.

Cæterùm si prismatis altitudo fuerit æqualis oculi altitudini, in hoc casu puncta VX essent in linea EK, quoniam VX à sectionis linea BH distarent quantitate altitudinis oculi, cùm sint puncta concursus. At verò quoniam oculus est in plano per EK transeunte, quod quidem intelligitur subiecto plano æquidistans, omnes lineæ, ac figuræ in hoc plano existentes (vt in primo libro diximus) in vna tantùm linea apparebunt, quæ quidem linea erit, & sectionis, & dicti plani communis sectio; quare omnes in linea EK apparebunt. Altera igitur basis prismatis ipsi BCD ex aduerso respondens apparebit in linea KE, punctorumque anguli apparebunt, vbi LN MO ipsi EK occurrerent. *Ex 29. primi huius.* *In 29.*

Quòd si altitudo P fuerit maior, quàm oculi altitudo, tunc puncta VX inter lineas EK BH existent; eritque oculus infra planum per EK pertransiens. praxis tamen fiet eodem modo; transferendo scilicet in linea EK puncta HQ perpẽdiculariter in punctis KR; ducanturque KX RV, & vbi se inuicem secant, vt in N, erit N infra lineam EK punctum quæsitum. quod idem fiat in alijs punctis; figuraq; BLMENO prisma datum repræsentabit.



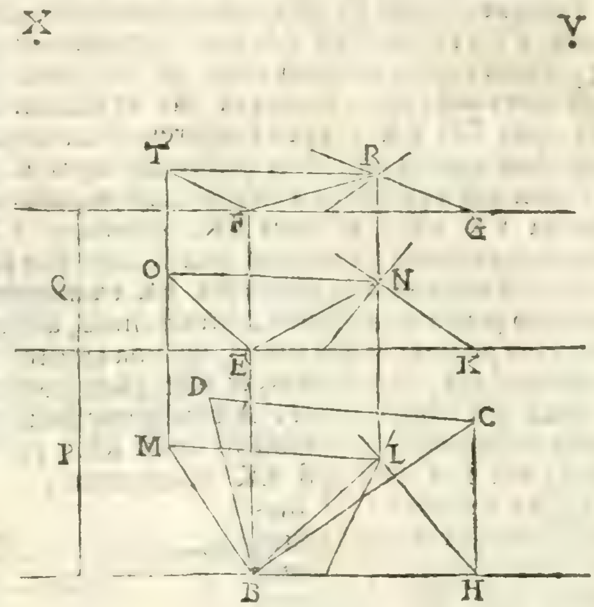
Ex 29. primi huius.

Idem quoque assequemur ducendo lineam LN ipsi BH perpendicularem, ductaque tantùm KX, vel RV, quæ LN secet in N. quæ quidem omnia obseruanda sunt in omnibus.

COROLLARIVM.

Ex his perspicuum est, si supra datum prisma aliud simili modo prisma datum fuerit, eodem modo figuram apparentem describere posse.

Inuenta sit eodem modo apparens figura BLMENO, quæ prisma repræsentet, cuius basis sit BCD, & altitudo P; si supra hoc prisma aliud rursus intelligatur prisma altitudine Q, secundùm altitudinẽ vtriusque lineæ PQ ducatur linea FG ipsi BH æquidistans; deinde eodem modo inueniãtur puncta RT, ita vt R ostendat punctum supra C altitudine PQ, T verò ostendat punctum supra D eadem altitudine PQ, productaque BE in F, ductisque lineis NR OT, figura BLM ENO FRT duo prismata repræsentabit, vt dictum est.



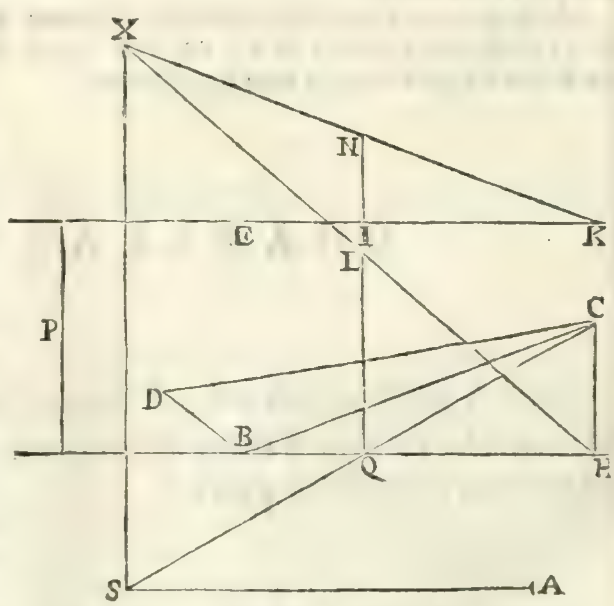
Eodem quoque modo fiet, si dati fuerint adhuc alia prismata.

Nunc verò ad alia exempla transeamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Propositum autem sit vndecimo modo problema absoluere.

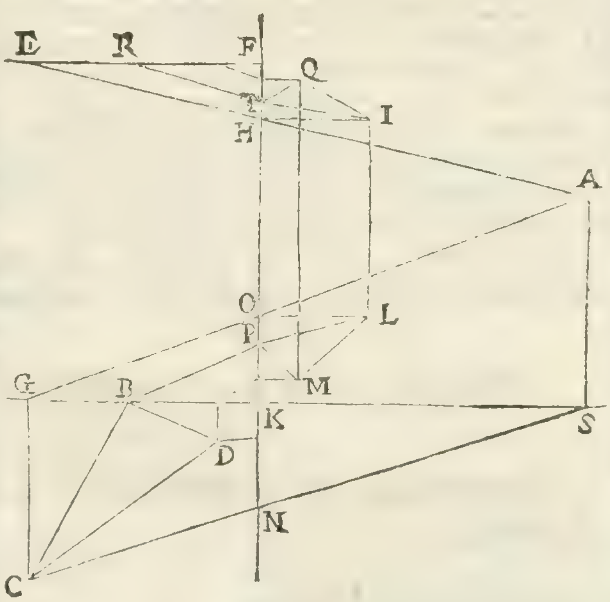
Exponantur ea, quæ in decimasexta propositione secundi libri exposita fuere; sintque puncta SX, quibus praxis conficitur, & in subiecto plano sit sectionis linea BH; deinde inueniatur punctum L ipsum C repræsentans, ductis scilicet SQC; deinde ductis CH QL ipsi BH perpendicularibus, ductaque HX, quæ QL secet in L; patet enim punctum L ipsum C repræsentare; quod est quidem punctum basis BCD prismatis dati, quæ quidem basis in subiecto plano esse intelligenda est. Circa verò altitudinem inueniendam, vt si punctum



prismatis supra C respondentem altitudine P inuenire voluerimus, ducatur similiter EK ipsi BH æquidistans, quæ quidem à se inuicem distent, vt altitudo data P, & in EK exponantur puncta KI, quæ perpendiculariter respondeant supra HQ; similiterq; ducatur IN ipsi EK perpendicularis, quam quidem IN secet ducta KX in N; erit sanè punctum N, vbi apparet prismatis punctum supra C perpendiculariter existens; quod idem fiet in alijs punctis inueniendis, figuraque apparens prisma ostendens inuenta erit. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Propositum sit problema perficere modo decimoseptimo, vt in secunda praxi.

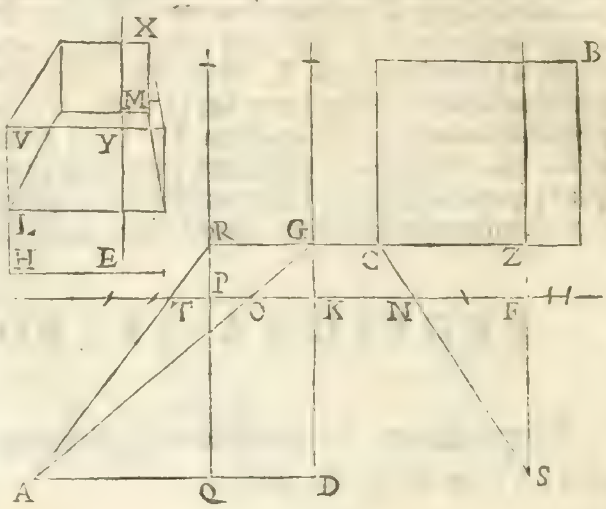


Eadem prorsus exponãtur, vt in vigesimasecunda propositione præcedentis libri in secunda praxi, intelligaturque basis prismatis BCD, cuius altitubo sit KF. quare ducatur FE ipsi KG æquidistans, transferaturque punctum G in E, hoc est fiat FE æqualis KG; ducaturque AE, quæ lineam FK secet in H; ducaturque similiter HI perpendicularis FK, fiatque HI æqualis KN, hoc est ipsi OL; nimirum punctum I ostendet in sectione punctum supra C altitudine KF. eodemq; modo inuenietur punctũ Q ostendens punctum supra D altitudine KF. Denique fiat FR æqualis KB, ducaturque ad A linea RT, punctum quidem T ostendet punctum supra B altitudine KF. Iungantur igitur TQ TI IQ IL QM; erit sanè LPM ITQ dati prismatis apparens figura. quod facere oportebat.

Vt autem in eadem vigesimasecunda propositione adnotauimus eodem loco, potius apparens figura ad alteram lineæ KF partem est lineanda.

PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

Idem absoluere decimooctauo modo, vt in secunda praxi.

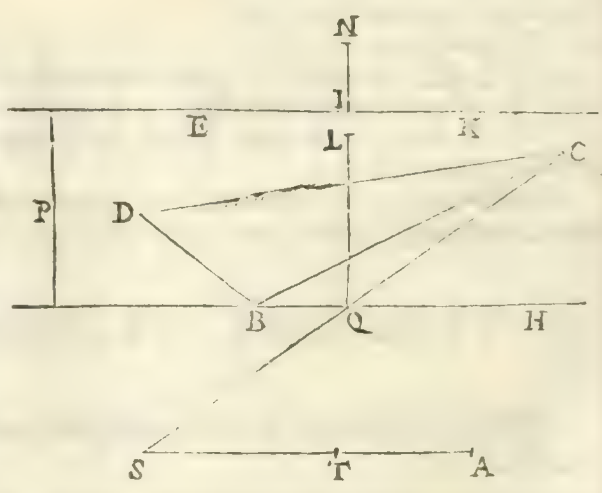


Eadem exponantur, vt in secunda operatione vigesimætertiæ propositionis secundi libri huius; intelligaturque BC basis prismatis, cuius altitudo KP. quare ducatur per P linea PQ ipsi KD parallela; transferaturque punctum G in R, hoc est fiat PR æqualis KG, ducaturque RA, quæ lineam KP secet in T; producaturque HL, fiatque HV æqualis KT, siue (quod idem est) LV æqualis OT; punctum quidem V ostendet prismatis punctum supra C altitudine KP. eademque ratione alia inuenientur puncta; eritque apparens figura LX. quod est intelligendum, ac si EH esset in FN, planumque HX fuerit subiecto plano erectum, fueritque DK in SF, planumque DGRQ subiecto plano erectum, lineaque DA similiter erecta. tunc si fuerit EY quoque erecta, erunt puncta TY vnum punctum. si igitur per lineam QR intelligatur planum subiecto plano æquidistans, in quo quidem intelligitur altera basis prismatis, constat lineam prismatis supra ZC altitudine KP in sectione apparere in YV, vt ex eadem demonstratione colligere licet. quod facere oportebat.

Praxis autem, quæ hanc sequitur, fiet absque lineis DG GR KT. quarum loco deseruient SZ ZC FN. vt in eodem problemate diximus.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

Propositum sit decimonono modo problema absoluere.



Sit punctum S distantię, & SA oculi altitudo, atque BH sectionis linea. & vt in vigesimaquarta secundi huius ducatur SQC, ducaturque QL ipsi BH perpendicularis; fiatque vt SC ad CQ, ita SA ad QL. punctum quidem L ipsum C repræsentabit. At pro altitudine inuenienda ducatur EK ipsi BH æquidistans secundùm altitudinem P, quæ quidem sit prismatis altitudo. Deinde fiat ST æqualis ipsi P, Nunc intelli-

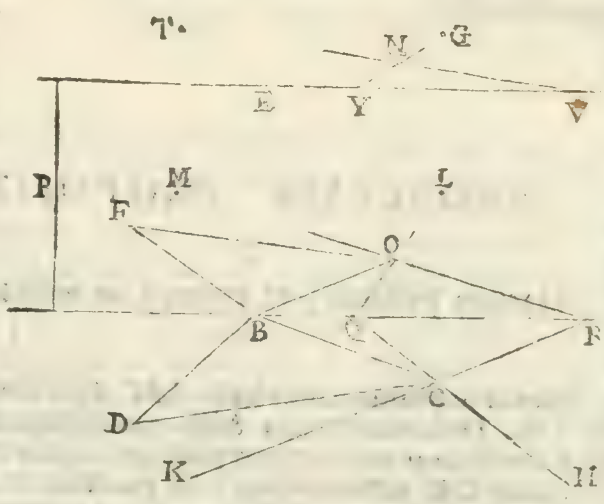
gatur

gatur planum per EK subiecto plano æquidistans, supra quod oculi altitudo est TA. quare transferatur perpendiculariter punctum Q in I, vt sæpè dictum est, ducaturque IN ipsi EC perpendicularis. deinde fiat sicut SC ad CQ, ita TA ad IN; ex demonstratis erit N punctum quęsitum. eodemque modo inuenientur alia puncta. Ex quibus apparens figura consurget. quod facere oportebat.

Quòd si P fuerit maior, quàm SA, tunc excessus erit oculi altitudo, quæ est infra planum ductum per EK; atque tunc linea IN ducenda esset infra EK, hoc est versus BH.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Propositum autem sit vigesimotertio modo problema perficere.



Ea exponantur, quæ in vigesimaoctaua propositione libri pręcedentis exposita fuere; similique modo intelligantur: sitque prismatis basis BCD in subiecto plano, in quo sit sectionis linea BR, prismatis verò altitudo sit P. Deinde sumantur puncta HK, quæ à linea BR magis distent, quàm BCD. Inueniantur que puncta LM, quæ in sectione ostendant puncta HK. Deinceps ducātur KCR HCQ; iunganturque RM QL, quę se secent in O. patet punctum O ipsum C repræsentare. Parique ratione inueniatur punctum F ipsum D ostendens; ita vt figura BOF ostendat BCD. Pro altitudine autem ducatur linea EV secundùm altitudinem P; inueniantur que quocunque modo puncta GT, quæ ostendant puncta supra HK perpendiculariter existentia altitudine P. deinde transferantur puncta QR in YV (vt sæpè dictum est) ducanturque VT YG, quæ se secent in N, nimirum punctum N ostendet punctum supra C respondens altitudine P. & ita in alijs. quod facere oportebat.

Ex præcedentibus.

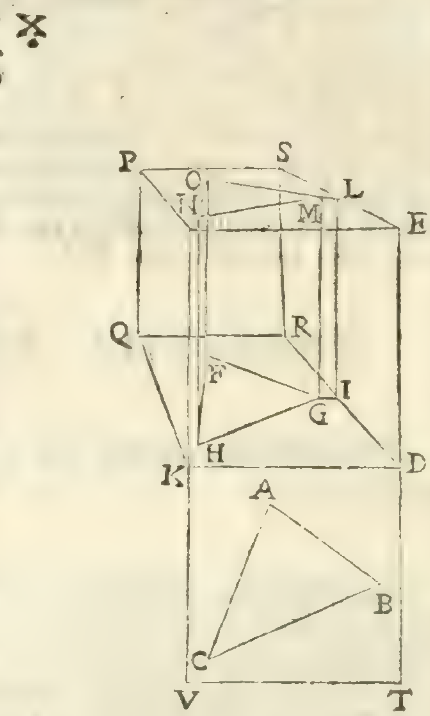
In hac, veluti in alijs quoque si duceretur linea ON ipsis BR EV perpendicularis, altera tantum YG, vel VT inuenietur punctum N; vt antea ostensum est.

Ex 3. huius.

Nonnulli, vt datum prisma in sectione repræsentent, duo simul prismata inueniunt; pro cuius intelligentia hoc priús nouisse oportet.

Datum sit prisma FGH MNO, cuius basis FGH sit in subiecto plano. oporteatque prismatis altitudinem solo puncto linearum concursus inuenire. exponatur alterum prisma DQ EP, cuius bases DQ EP sint parallelogramma; sitque DQ in eodem plano FGH, hoc est sit in subiecto plano, amborum autem prismatum altitudines sint ęquales, & subiecto plano perpendiculares; erit vtique basis EP in eodem plano cum MNO; eruntque prismatum altitudines GM DE interse æquales, & subiecto plano erectæ. si igitur per GM ducatur planum plano EK parallelum, vt GILM; erit sanè GI ipsi DK ęquidistans, IL ipsi DE, & LM ipsi IG, ac per consequens ipsi DK parallela; vnde & GM prismatis altitudo ipsi IL æqualis existit.

16. vndecimi.



PROBLEMA PROPOSITIO. VIIII.

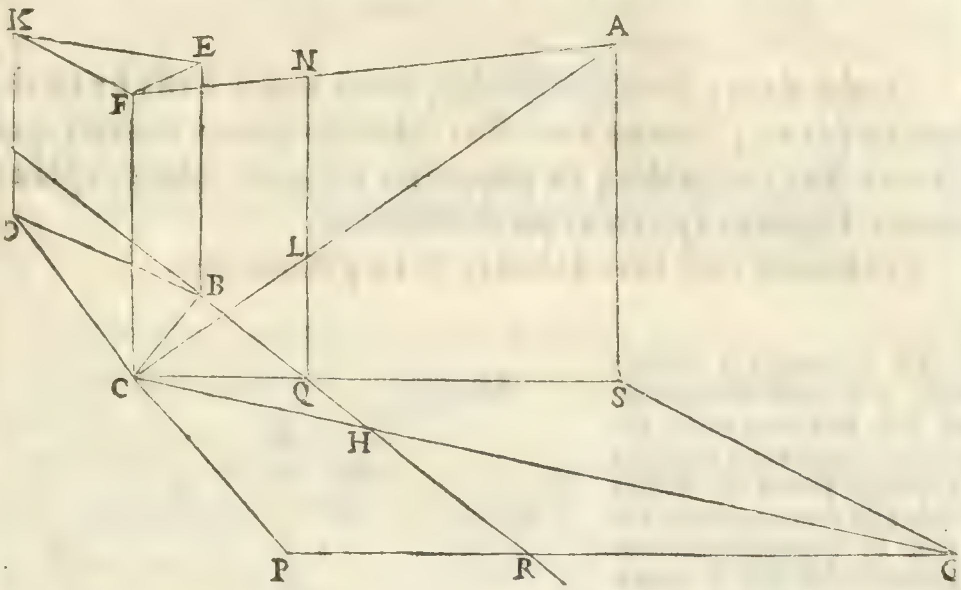
Datum prisma (vt antea) in sectione repræsentare.

Datum sit prisma, cuius basis ABC sit in subiecto plano, altitudo autem sit DE. Describatur circa ABC parallelogrammum DTVK, quod quidem intelligatur basis alterius prismatis, cuius altitudo sit eadem DE. Intelligatur DK sectionis linea, X punctum concursus ipsarum DT KV. sitque inuenta figura in sectione apparens FGH, quæ basim ABC ostendat, quam quidem inueniunt secundo modo, vt in decimaoctaua secundi huius libri retulimus. Deinde ponatur altitudo DE perpendicularis ipsi DK, ducanturque DR ES, quæ tendant ad X; linea vtique DR in sectione ostendet latus TD, linea verò ES parallelum latus ostendet ipsi TD. Deinde ducatur GI parallela ipsi DK, quæ secet DR in I, deinde ducatur IL ipsi DE æquidistans, quæ secet ES in L; ducaturque LM ipsi DK æquidistans; denique ducatur GM ipsi IL parallela, quæ secet LM in M; nimirum puncti supra B altitudinem ex dictis in sectione ostendet punctum M; & ita in alijs. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. X.

Vigesimoprimo modo præfatum prisma in sectione repræsentare.

Exponantur



Exponantur ea, quæ in vigesimasexta propositione præcedentis libri exposita fuere; vt sit A oculus, S punctum distantiæ, BH sectionis linea, prisma verò, vt antea, datum sit BCDEFK. ducaturque SG ipsi BH æquidistans, & ipsi SA æqualis. oportet figuram in sectione apparentem inuenire, quæ datum prisma repræsentet. Primùm quidem inueniatur punctum L, vbi scilicet apparet punctum C; nempè ductis SQC GHC, tactaque QL in sectione ipsi BH perpendiculari, & ipsi QH æquali. Pro altitudine autem vt inueniamus, vbi punctum F in sectione apparet, ducatur in subiecto plano linea CP ad partem SG, quæ fiat ipsi CF ęqualis, & ipsi BH parallela. iungaturque GP, quæ BH secet in R; producaturque QL in N; fiatque LN æqualis HR. Dico punctum F in N apparere. Quoniam enim SA SG sunt æquales, & QL QH æquales, erit AS ad LQ vt SG ad QH; vt autem AS ad LQ, ita AC ad CL, & vt SG ad QH, ita GC ad CH; ergo ita est AC ad CL, vt GC ad CH. & per conuersionem rationis CA ad AL, vt CG ad GH. Quoniam autem CF CP sunt æquales, veluti LN HR ęquales; erit CF ad LN, vt CP ad HR; vt autem CP ad HR, ita est CG ad GH, hoc est CA ad AL; ergo CF ad LN est, vt CA ad AL. Quare visualis radius FA per N transibit (sunt quippe CF QN parallelę) punctum igitur F in N apparet, lineaque FC in NL; & ita in alijs, quibus figuram in sectione apparētem inueniemus. quod facere oportebat.

Ex 4. sexti.
Ex 11. quinti.
Cor. 19. quinti.
Ex 4. sexti.
22. primi huius:

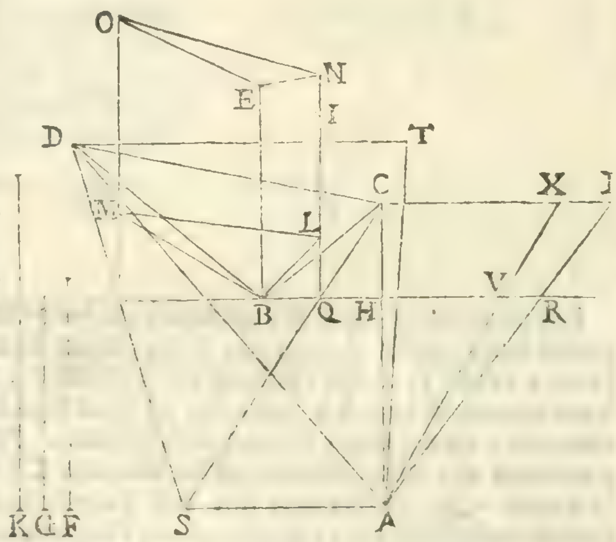
COROLLARIVM.

Ex hoc perspicuum est si solidi altitudines CF BE DK fuerint inæquales, eodem prorsus modo operationem perfici posse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

Oculo dato, datoque ſolido, cuius altera baſis ſit in ſubiecto plano, ſtantes veró ſint ſubiecto plano erectæ, quæ interſe ſint inęquales; in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Problema verò fieri debeat, vt in præcedenti.



Sit S punctum diſtantiæ, SA oculi altitudo ipſi BH ſectionis lineæ parallela; baſis verò ſolidi in ſubiecto plano ſit BCD; altitudo autem puncti ſupra C perpendiculariter exiſtentis ſit ipſi F æqualis; puncti verò ſupra B altitudo ſit æqualis G; puncti autem ſupra D exiſtentis ſit ipſi K æqualis. ex vigeſimaſexta ſecundi huius, & ex præcedenti inueniatur in ſectione figura BLM, quæ ipſam BCD repræſentet. deinde ducatur CP ipſi BH equidiſtans, & ipſi F æqualis. Ducaturque PRA; producaturque QL in N; fiatque LN æqualis HR; punctum vtique N oſtendet ſolidi punctum ſupra C exiſtens altitudine F. ſimiliter ducatur DT æqualis K, & ipſi BH parallela; & ſecundùm altitudinem DT inueniatur punctum O, ducta MO. oſtendet vtique punctum O ſolidi punctum ſupra D exiſtens altitudine K. Quoniam autem punctum B eſt in ſectione, ducatur BE ipſi BH perpendicularis, quæ fiat æqualis G; punctum quidem E oſtendet ſolidi punctum ſupra B exiſtens altitudine G. Iunctis igitur punctis NEO. figura BLMENO datum ſolidum repræſentabit; eritque propterea BLMENO figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

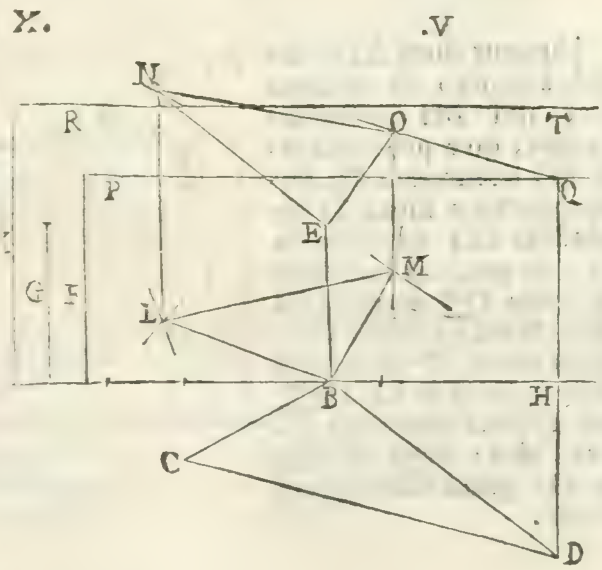
Ijſdem poſitis, dato vbicunque puncto I in quolibet latere, quod ſolidi latus erectum oſtendat, punctum ſolidi inuenire, quod appareat in I.

Quoniam igitur I eſt in linea NLQ, fiat QV æqualis QI, ducaturque AVX, quæ CP ſecet in X. Quoniam enim C apparet in L, & CX eſt lineæ BR æquidiſtans, ductaque eſt XVA, & eſt QL æqualis QH; ergo, reliqua LI ipſi HV æqualis exiſtet. quare punctum ſupra C altitudine CX apparet in I. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

Figuram apparentem, quæ ſimiliter datum (vt antea) ſolidum repræſentet; cuius ſtantes ſint inęquales, inuenire.

Problema autem fieri debeat ſecundùm decimumquintum modum.



Exemplum attulimus, vt ſecundo modo ibidem diximus. ſit enim BH ſectionis linea, baſis verò ſolidi ſit BCD; altitudo autem puncti ſupra D exiſtentis ſit æqualis F; puncti verò B ſit ipſi G æqualis; puncti verò C ſit ipſi K æqualis. inueniantur vt in vigeſima propoſitione ſecundi libri puncta VX concurſus; inueniaturque figura BLM baſim BCD repræſentans. deinde ducatur PQ ſecundùm altitudinem F ipſi BH æquidiſtans; & ex ſecunda huius propoſitione inueniatur pūctum O, quod oſtendat punctum ſupra D exiſtens altitudine F. deinde ducatur RT ſecundùm altitudinem K ipſi BH parallela; inueniaturque ſimiliter punctum N, quod repræſentet punctum ſupra C exiſtens altitudine K. deinde ducatur BE ipſi BH perpendicularis, quæ fiat æqualis G. punctum quidem E erit punctum ſolidi, ac propterea oſtendet punctum ſupra B exiſtens altitudine G. iunctis igitur punctis NEO, ductiſque LN MO, erit BLMNEO figura in ſectione apparens. quandoquidem datum ſolidum repræſentat, quod facere oportebat.

Omnibus alijs quoque modis deſcribendi figuras in ſectione apparentes datum huiuſmodi ſolidum deſcribere ex dictis facilè poterimus.

COROL-

COROLLARIVM.

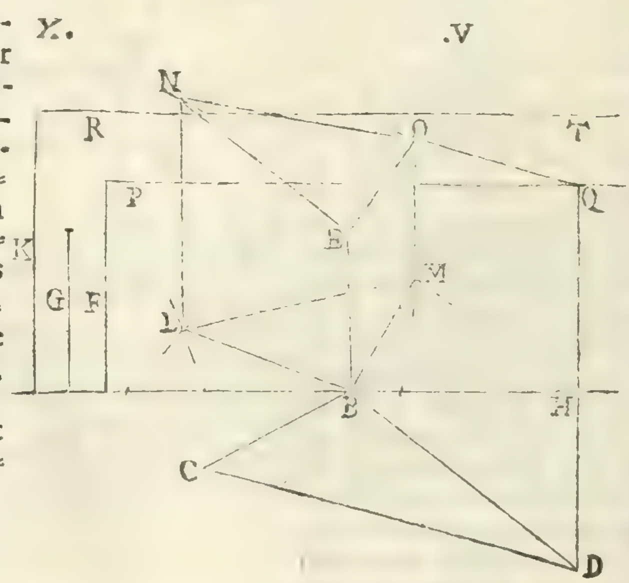
Ex his constat dato puncto in subiecto plano, supra quod perpendiculariter alterum sit quoque datum in sublimi, in sectione subiecto plano erecta omnibus modis ambo repræsentari posse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

Iisdem positis, Dato in linea MO vbicunque puncto O, hoc quoque modo altitudinem puncti supra D, quod appareat in O, inuenire.

Ducatur linea XO; deinde à puncto D ducatur DH ipsi BH perpendicularis, quæ producta ipsi XO occurrat in Q. Dico punctum supra D altitudine HQ apparere in O. vt patet, si intelligatur linea QP æquidistans HB. Nam ex dictis punctum supra D altitudine HQ apparet in linea QX, sed apparet etiam in linea MO; ergo apparet in O. quod facere oportebat.

Ex 3. huius.

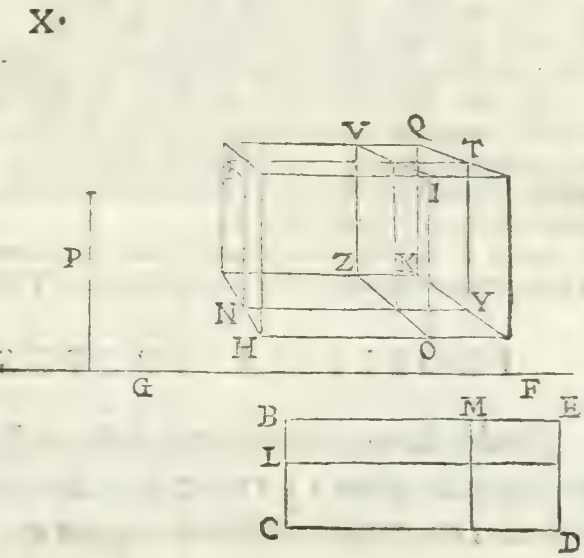


Cùm ex iis quæ tradita sunt, solida omnia, quæ latera subiecto plano habeant erecta, in erecta sectione repræsentare docuerimus, quibus solida quoque comprehenduntur rectangula; quia tamen faciliori adhuc quodam modo describi possunt; ideo hæc quandoque prosequi placuit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Oculo dato, datoque solido rectangulo ex solidis rectangulis constans, cuius basis in subiecto plano existat, habeatque vnum latus sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.

Dati solidi basis sit CE (exemplum autem sit, vt initio præcedentis libri de secundo modo proposuimus) & in CE sit linea ex L ipsi BE parallela, ex M verò ipsi BC æquidistans; deinde ex vigesimanona libri præcedentis in sectione inueniatur figura HK, quæ ipsam BD cùm suis parallelogrammis repræsentet; deinde inueniatur punctum Q, quod in sectione ostendat punctum supra D altitudine P; ita vt P sit altitudo solidi data: ab angulisque figuræ HK ipsi FG perpendiculares ducantur, & à puncto Q ducatur QT, quæ tendat ad X, & QV ipsi FG æquidistans, quæ ductas perpendiculares secent. eodemque modo fiat ab alijs angulis; eritque ex ijs, quæ antea ostensa sunt, HQ apparens figura. quod facere oportebat.



Ex præcedentibus.

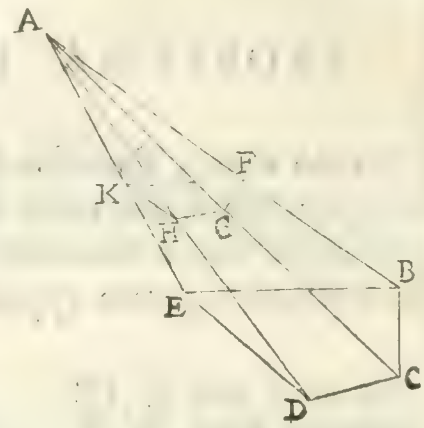
In 1. 2. 3. huius.

Quòd si bases fuerint parallelogrammæ, etiam si non fuerint rectangulæ, prætereaque nullum latus sectionis lineæ fuerit æquidistans, duobus punctis concursus facilè solidum apparens, ex ijs, quæ dicta sunt, præcipuè verò ex trigesima præcedentis libri describetur.

PROPOSITIO. XVI.

Si pyramis secetur plano basi æquidistante, figura in sectione basi similis erit, & similiter posita.

Sit pyramidis vertex A, basisque BCDE; seceturque pyramis plano basi æquidistante; figuraque in sectione sit FGHK. Dico FGHK ipsi BCDE similem esse, ac similiter positam. Quoniam enim BA CA pla-



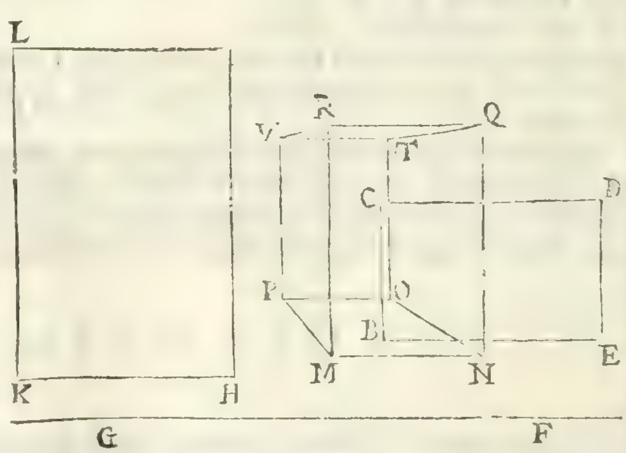
nis diuiduntur parallelis, erit BF ad FA, vt CG ad GA; quare FG est ipsi BC parallela, eodemque modo ostendetur GH ipsi CD, HK ipsi DE, & KF ipsi EB parallelam existere. Quoniam igitur FG GH sunt ipsis BC CD parallelæ, erit angulus FGH angulo BCD æqualis; ob eandemque causam angulus GHK ipsi CDE, & HKF ipsi DEB æqualis existet. At verò quoniam FG est ipsi BC parallela, erit triangulum ABC trangulo AFG simile; eritq; CA ad AG, vt BC ad FG. eademque ratione ostendetur CA ad AG ita esse, vt CD ad GH. ergo erit BC ad FG, vt CD ad GH. & permutando BC ad CD, vt FG ad GH. parique ratione ostendetur CD ad DE ita esse, vt GH ad HK, & DE ad EB, vt HK ad KF. Cùm igitur figura FGHK angulos habeat æquales ipsi BCDE, & circa æquales angulos latera proportionalia; erit FGHK similis ipsi BCDE. Est autem similiter posita, quoniam & anguli, & proportionalia latera ad easdem sunt partes. quod demonstrare oportebat.

17. vndecimi. *2. sexti.* *10. vndecimi.* *Ex 4. sexti.* *11. quinti.* *16. quinti.*

Quòd si BCDE fuerit basis coni, cuius vertex A, ex Apollonio in quarta propositione primi libri patet figuram FGHK circulum quoque esse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Oculo dato, datoque solido rectangulo, cuius basis sit in subiecto plano, vnumque latus sit sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.



Sit datum punctum S distantiæ, oculique altitudo SA; sitque sectionis linea FG; basisque solidi BD, cuius latus BE sit FG æquidistans; oportet in erecta sectione figuram apparentem describere. Quoniam enim solidum rectangulum est datum, data quoque erit figura supra BE ad rectos angulos plano BD. quare exponatur linea HK æqualis BE, & supra HK describatur figura rectangula HL, quæ sit æqualis ei, quæ supra BE plano BD est erecta. Deinde inueniatur figura MNOP, quę in sectione ipsam BD re-

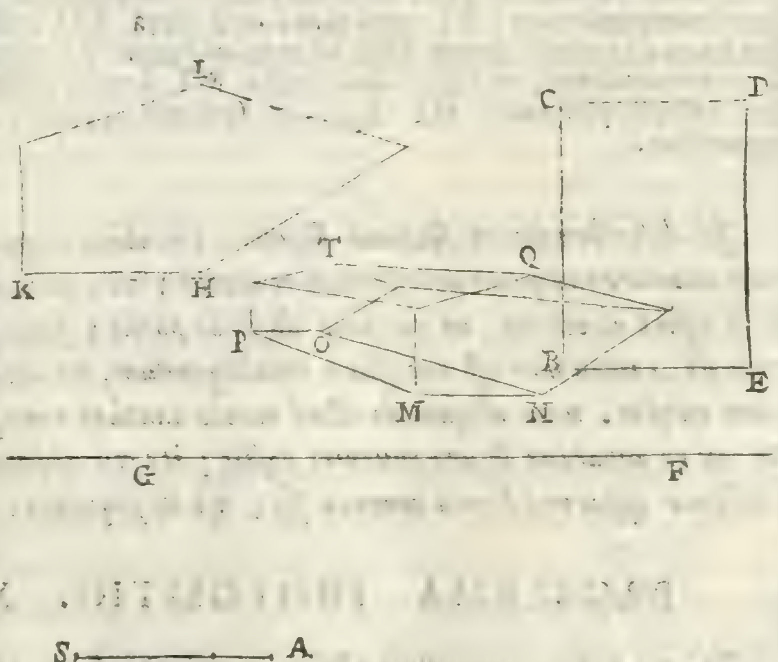
29. secundi huius.

præſentet. & quoniam BE FG ſunt parallelæ, ſectioque ſupra FG ſubiecto plano intelligitur erecta; ſimiliter planum rectanguli ſupra BE exiſtentis eſt eidem ſubiecto plano erectum, erit igitur hoc planum ſectioni equidiſtans. ſi igitur intelligantur viſuales radij à terminis figuræ ſupra BE exiſtentis ad oculum, qui à ſectione diuiſi intelligantur; figura in ſectione ſimilis erit, & ſimiliter poſita, vt ea, quæ eſt ſupra BE. hoc eſt ſimilis figuræ HL. At verò quoniam MN in ſectione ipſam BE oſtendit, ſi igitur ſuper linea MN deſcribatur figura MNQR ſimilis ipſi HL, & ſimiliter poſita, oſtendet figura MQ figuram, quæ eſt ſupra BE. Parique ratione oſtendetur ſolidi figuram, quæ eſt ſupra CD eſſe ſectioni æquidiſtantem; ac propterea in ſectione apparere in figura ſibi ſimili. Cùm autem datum ſolidum ſit rectangulum, figura, quæ eſt ſupra CD, erit prorſus æqualis ei, quæ eſt ſupra BE; quare æqualis erit ipſi HL. & quoniam in ſectione inuenta eſt OP ipſam DC repræſentans, ſi igitur ſupra OP fiat figura OTVP ſimilis, & ſimiliter poſita, vt HL, conſtat figuram PT figuram, quæ eſt ſupra CD, repræſentare. iunctis igitur QT RV figura MT datum ſolidum in ſectione oſtendet. ergo MT figura in ſectione apparens exiſtit. quod facere oportebat. *Ex præcedenti.*

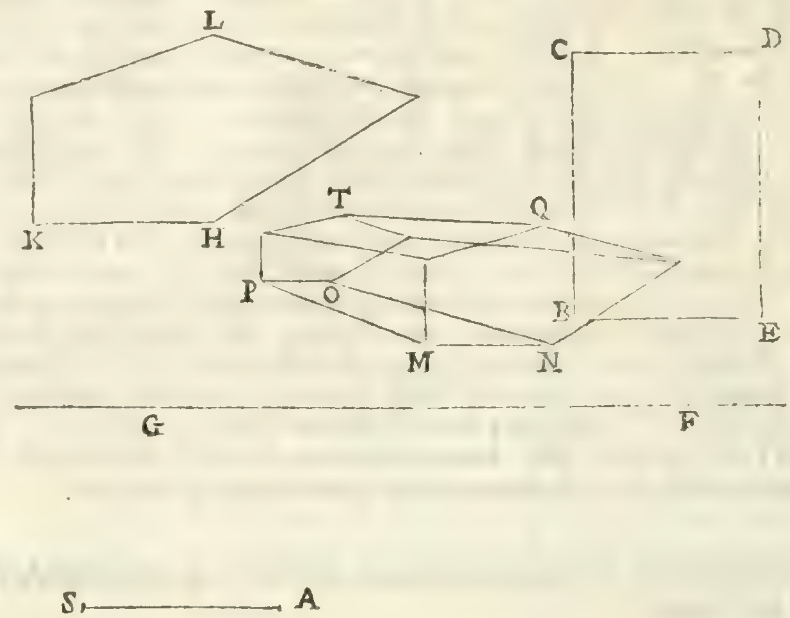
Praxis huiuſmodi omnibus quoque priſmatibus accommodari poterit, ſed hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Oculo dato, datoque priſmate, cuius parallelogramma ſint rectangula, quorum alterum in ſubiecto ſit plano, quod quidem baſis latus habeat ſectionis lineæ æquidiſtans, in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere.



Sit vt in præcedenti S punctum diſtatiæ, SA oculi altitudo; alterumque priſmatis parallelogrāmum BCDE ſit in ſubiecto plano, cuius baſis latus BE ſit ſectionis lineæ FG equidiſtans. oportet in erecta ſectione figurā apparentem deſcribere. exponatur HK æqualis BE, &

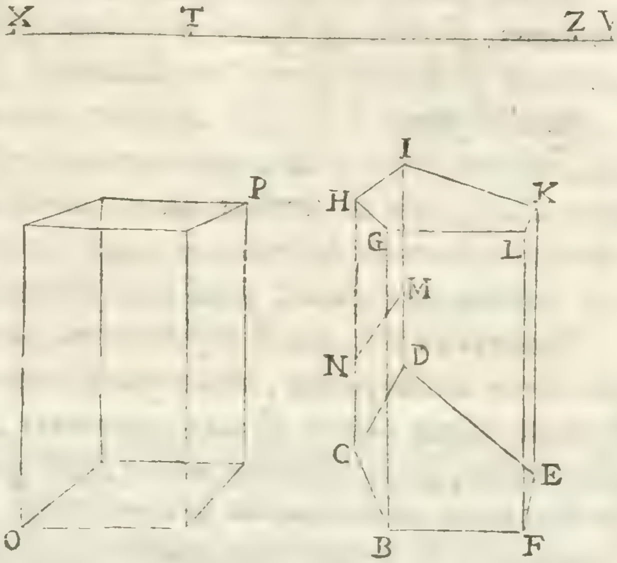


ſupra HK figura deſcribatur HL, quæ ſit æqualis baſi priſmatis. deinde in ſectione figura inueniatur MNOP, quæ BD repræſentet. & vt in pręcedenti, oſtendetur baſis priſmatis ſupra BE exiſtens eſſe ſectioni ęquidiſtans, veluti etiam eſt baſis ſupra CD exiſtens; cùm priſmatis parallelogramma ſint rectangula, quę efficiunt, vt baſes parallelogrammis ad rectos ſint angulos; quæ quidem baſes interſe, ac per conſequens ipſi HL ęquales exiſtunt. & quoniam in ſectione MN ipſam BE oſtendit, & PO ipſam CD, ſi igitur ſupra MN PO figuræ deſcribantur MQ PT ſimiles, & ſimiliter poſitæ, vt HL, conſtat MQ baſim priſmatis ſupra DE exiſtentem repræſentare, PT verò eam, quæ ſupra CD exiſtit; quare iunctis lineis ab angulis figuræ MQ ad angulos figuræ PT, quæ angulis ęqualibus reſpondeant, vt QT, &c. figura MT datum priſma repræſentabit; eritque propterea MT figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

In deſcribendis in ſectione figuris, ex obiecto apparentem figuram inuenire tanquam neceſſarium videtur; vt, quemadmodum oculo ſe offert obiectum, in ſectione deſcribi poſſit; quod quamuis verum ſit, tamen non eſt neceſſariò intelligendum, vt actù ſemper obiectum exiſtat. nam aliquando illud mente tantùm concipere ſufficit, vt ex eo apparens figura inueniri poſſit; ita vt abſque obiecto actù exiſtente apparens figura inuenta ſit, vt in ſequenti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

Per puncta concurſus abſque obiecto figuram in erecta sectione apparentem, quæ prisma quoddam, cuius parallelogramma sint rectangula, ostendat, inuenire.



Exponatur tanquam in sectione rectilinea figura (vt libuerit) BCDEF, quę intelligatur basis prismatis in sectione repræsentata. Quoniam igitur oportet prisma ostendere, cuius parallelogramma sunt rectangula, ducatur sectionis linea, vel intelligatur BF sectionis linea; Deinde ducatur VX ęquidistans BF, distentque lineæ VX BF inter se, quanta est oculi altitudo, quam concipimus esse supra subiectum planum. Deinde si produceretur BC vsque ad lineam VX, tendat BC in T, CD in Z, ED in X, & FE in V. Deinde quoniam prismatis parallelogramma sunt rectangula, erunt latera subiecto plano erecta; quare à punctis BCDEF ipsi BF ducantur perpendiculares BG CH DI EK FL, quæ quidem ostendent latera prismatis, fiatque BG secundùm altitudinem, quam volumus esse in sectione. Deinde quoniam figura, quę est ipsi BE opposita, est ipsi æquidistans, & similiter posita, ita vt vnumquodque latus sit vnicuique lateri figurę BE æquidistans; primùm igitur, quoniam BF est sectionis linea, ducatur GL ipsi BF æquidistans, deinde ducatur GH in T, secetque GH lineam CH in H, ducatur deinde HI in Z, IK in X, iungaturq; LK. eritq; inuenta altera basis GHIKL. Nam primùm BF GL parallelæ apparent, similiter quoniam BC GH in idem punctum concursus tendunt, ęquidistantes lineas repræsentabunt; veluti quoque CD HI, quæ tendunt in Z. simili modo quia ED KI tendunt in X, lineas repræsentabunt parallelas, vnde necesse est FE LK parallelas quoque in sectione ostendere. Puncta enim FE LK termini sunt linearum æqualium, & æquidistantium apparentium; vnde ipsæ quoque FE LK æquidistantes lineas repræsentabunt; & propterea tendent in V. & hoc modo inuenta est apparens figura BK absque obiecto, prisma ostendens, quod facere oportebat.

Ex 26. primi huius. Et ex 3. huius.

Ex 28. 29. primi huius.

Modus hic plurimum confert ad praxim perspectiuæ; nam si datum fuerit punctum, vt N, oporteatque lineam ducere, quæ lineam repræsentet parallelam lineis, quæ apparent in CD HI, absque obiecto statim ducatur NM, quæ tendat in Z quoniam enim CD NM HI in idem punctum concursus tendunt, necessariò parallelas

lelas repræsentabunt. quæ quidem omnia, ex iis, quæ dicta sunt, manifesta apparent.

Si verò intelligamus prisma basim habere parallelogrammam, solidum apparens describemus, vt OP.

Verùm partim ex obiecto, partim verò absque obiecto prisma describemus, si priùs ex obiecto in sectione describatur apparens figura BCDEF; deinde cætera (vt dictum est) fiant.

Quòd si plana FG BH angulum datum repræsentare voluerimus, absque obiecto (ex trigesimaquinta præcedentis libri) fiat angulus FBC, qui in sectione datum angulum ostendat, cætera verò eodem prorsus modo describantur, tunc plana FG BH sub dato angulo existere apparebunt. quod idem reliquis planis fieri poterit.

Præterea ex iis, quæ in vigesimanona, ac trigesima præcedentis libri, & in decimaquinta, decimaque septima huius dicta sunt, simili modo absque obiecto figuras apparentes, siue plana, siue solida ostendentes, & ex his alias multas facilè quoque inueniemus, & qui in hac praxi aliquantulum se exercuerint, plurima obiecta absque ichnographia in sectione repræsentare valebunt. Veluti quoque, cùm de scenis pertractabimus, alio tamen modo absque ichnographia multa repræsentare docebimus. Ampliùs (vt diximus) multa obiecta quoque partim absque ichnographia, partim verò ichnographia facilè in sectione inuenire poterimus; Sed præcipuè quando multæ lineæ parallelæ repræsentandæ occurrunt, sequenti libro quoque perspicuum erit.

Hucusque quando prismata suas habent bases in subiecto plano, quorum parallelogramma sunt rectangula, puncta concursus semper esse debere in linea sectionis lineæ parallela, vt in VX, ex iis, quæ dicta sunt, tanquam necessarium videtur: quoniam tamen ab aliis alia puncta circa hæc obiecta inuenta esse videntur, ideo breuiter ea quoque considerabimus, hoc eodem, quo ipsi vtuntur, exemplo.

Cubum (quippe qui prisma quoddam est) constituunt in sectione repræsentatum, vt ABCDEFIG, cuius quidem latera AE BF CI DG in X tendant, ita vt X punctum sit concursus. Deinde ducunt AFH DIH, & quoniam AF DI ostendunt lineas parallelas, quæ sunt diametri quadratorum oppositorum, quæ quidem quadrata in sectione apparent in ABFE, DCIG, propterea AF DI in H punctum concursus conuenient, ductaque HX, erit hæc sectionis lineæ parallela. sitque sectionis linea AB. eademque ratione ductæ BE CG in K concurrent, eritque K in linea HX. quæ quidē omnia ab ipsis practicè tantùm cognita, à nobis theoricè demonstrata sunt. quoniam lineæ BF BE AF, & ipsis æquidistantes in puncta concurrunt, quæ sunt, vt oculus, equealta; siquidem

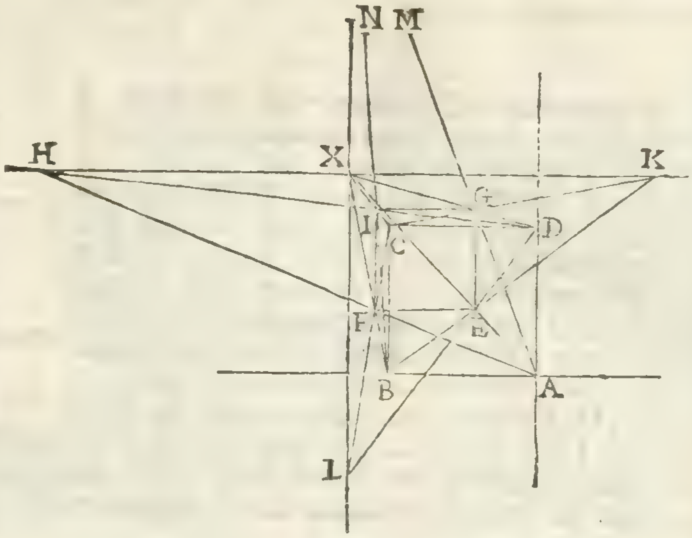
Ex 33. primi huius.

BF

BF BE AF ostendunt lineas in subiecto plano existentes. Præterea apparentium quadratorum ADGE BCIF ducunt diametri DE CF, quæ in L concurrunt, cuius quidem puncti nullam nos fecisse mentionem videtur. Attamen si rectè omnia considerauerimus, punctum L nil aliud esse, quàm punctum concursus reperiemus. Nam ducta XL, erit vtique XL ipsi DA æquidistans, est enim perspectiua altero modo considerata. etenim si intelligatur DA sectionis linea, intelligaturq; figuram ADGE quadratũ cubi in subiecto plano existens repræsentare, erit sanè linea XL secundùm altitudinem oculi supra subiectum planum; eritque in LX punctum L punctum concursus. Pariq; ratione si ducantur diametri apparentes AGM BIN, hæ quoque in vnum punctum concurrent, quod erit quidem in linea LX, quæ quidem ex dictis manifesta sunt. Cæterùm possumus has lineas alio quoque modo considerare, nempe vt sit linea AB semper sectionis linea, sitque HXK secundùm altitudinem oculi, vt priùs dictum est; ex quibus perspicuum est omnes lineas AE AF BE, & harum parallelas in puncta concursus tendere, quæ quidem in linea HK existent. quia lineæ AE AF BE lineas in subiecto plano existentes repræsentant. lineæ verò DE CF, & AG BI, & quæ ipsis fuerint parallelæ, in puncta quidem concursus conuenient, quippe quæ tamen in HK esse non possunt, quia lineæ DE CF, veluti AG BI non ostendunt lineas in subiecto plano existentes. ac propterea punctum L, & huiusmodi alia diuersos possunt habere situs, diuersasque altitudines.

2. Cor. 33. primhuius.

34. primi huius.



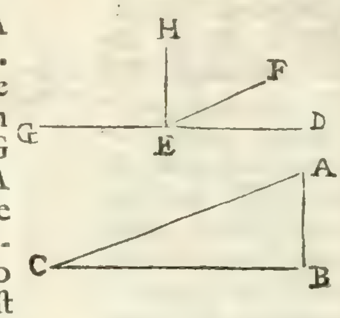
Antequam autem ad alia solida inuenienda, in sectioneque repræsentanda deueniamus; ea, quæ hactenus in erecta sectione inuenta sunt, quomodo in aliis quoque sectionibus, præcipuèque in sectione inclinata inueniantur, congruum nobis visum est ostendere; vt quæ inuenienda relinquuntur, omnibus simul sectionibus aptari possint.

LEMMA.

Data linea, punctoque extra ipsam dato, ab ipso lineam

ducere,

ducere, quæ cum data linea angulum dato angulo acuto æqualem efficiat.

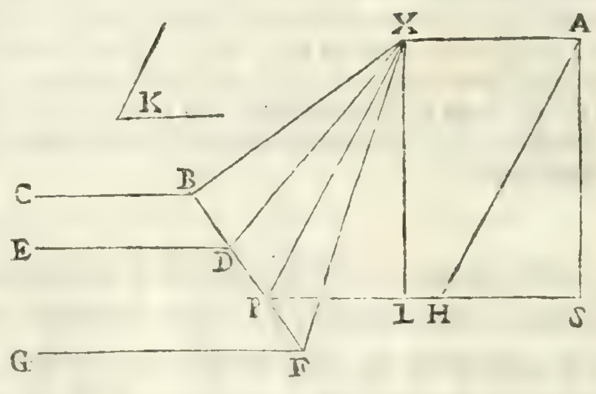


Sit data linea BC,ᵃ datum verò punctum A extra lineam; sitque datus angulus acutus DEF. oportet à puncto A lineam AC ducere, quæ angulum ACB dato angulo DEF æqualem efficiat. Producatur DE in G; & ipsi DG perpendicularis agatur EH. Deinde à puncto A ad BC perpendicularis ducatur AB; deinde fiat angulus BAC æqualis angulo HEF. Quoniam enim angulus ABC est æqualis angulo GEH, cùm sint recti, angulus verò BAC est angulo HEF ęqualis, erit reliquus angulus ACB reliquo FED æqualis. cùm sint tres anguli trianguli duobus rectis ęquales; quandoquidem sunt GEH HEF FED duobus rectis æquales. quare angulus C dato angulo acuto DEF æqualis existit. quod fieri oportebat.

32. primi. Ex 13. primi.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

Dato oculo, datisque parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ sint sectionis lineę perpendiculares, sectio autem sit subiecto plano inclinata, punctum in sectione concursus inuenire.



Datus sit oculus in A, à quo ducatur AS subiecto plano perpendicularis. sitque BF in subiecto plano sectionis linea. sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius sit K inclinationis angulus. datæ verò parallelæ lineæ in subiecto plano existentes, sint BC DE FG, quæ sint ipsi BF perpendiculares. oportet in sectione punctũ concursus inuenire. Ducatur SP ipsi BF perpendicularis, quæ nimirum ipsis BC DE FG erit æquidistans. deinceps à puncto A linea ducatur AH, quæ angulum AHS angulo K æqualem efficiat; in sectione autem à puncto P ducatur PX ipsi BF perpendicularis, quæ fiat æqualis AH. Dico punctum X esse punctum concursus, ita vt BC DE FG appareant in sectione in lineis BX DX FX. Iungatur AX; & à puncto X ad SP ducatur perpendicularis XL. Quoniam enim XP est ipsi BF perpendicularis, & in subiecto plano PS est ipsi BF perpendicularis, estque XL ipsi PS perpendicularis; erit XL subiecto plano erecta.

Ex præcedenti,

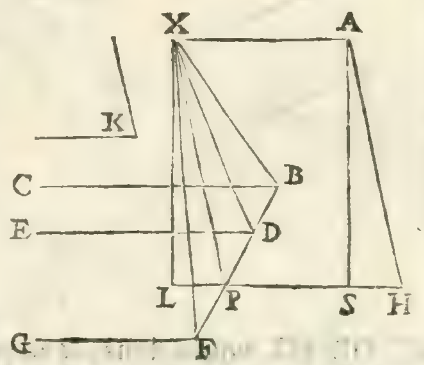
Ex 11. vndecimi.

quare planum XPL est subiecto plano erectum. unde sequitur planum per XP PS transiens subiecto plano erectum esse. quoniam autem AS est subiecto plano erecta, erit planum ASH subiecto quoque plano erectum. ergo planum per AS SP PX ductum est vnum tantùm planum, in quo est etiam linea AH. quare lineę AH XP in eodem sunt plano. Quoniam autem SP est in subiecto plano, PX verò est in sectione; & sunt SP PX ipsi BF vtrorumque planorum communi sectioni perpendiculares; erit SPX horum planorum, hoc est sectionis, & subiecti plani angulus inclinationis. quare angulus SPX est ęqualis angulo K, & per consequens ęqualis angulo AHS. quòd cùm sint AH XP in eodem plano, erit XP ęquidistans ipsi AH; & est XP ęqualis AH; ergo AX ęquidistans est ipsi HP; quæ, cùm sit ipsis BC DE FG æquidistans, erit & AX ipsis BC DE FG æquidistans. quare punctum X est punctum concursus. quod fieri oportebat.

18. vndecimi. *18. vndecimi.* *6. def. vndecimi.* *28. primi.* *33. primi.* *1. Cor. 32. primi huius.*

Si verò inclinatio sectionis, & subiecti plani ad alteram fuerit partem, ducatur AH ad alteram partem, ita vt angulus H sit æqualis angulo K, cæteraque fiant, vt dictum est, inuenieturque punctum X punctum concursus. vt in secunda figura patet.

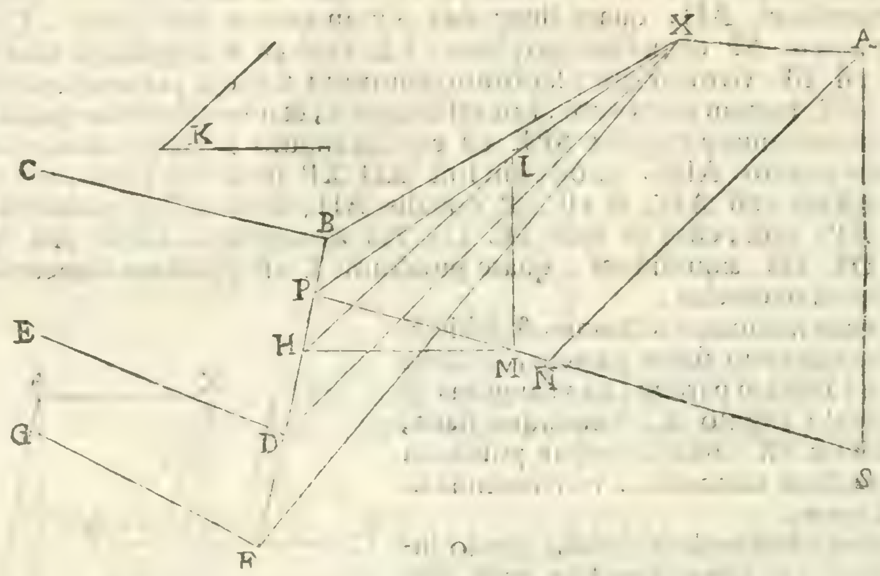
Quod idem eodem prorsus modo inuenietur, si lineæ parallelæ datæ fuerint inter sectionem, & punctum S. similiterque si oculus fuerit infra sectionem, quod, si reuoluantur figuræ, perspicuum erit.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

Oculo dato, datisque parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ neque sint sectionis lineæ parallelæ, neque perpendiculares, sectio autem sit subiecto plano inclinata, in sectione punctum concursus inuenire.

Sit oculus in A datus, à quo ad subiectum planum perpendicularis ducatur AS. parallelæ verò datæ lineæ in subiecto plano existentes sint BC DE FG, quæ sectionis lineæ BF neque sint parallelæ, neque perpendiculares. sectio autem BXF sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit angulus K. In sectione inuenire oportet punctum concursus. Conueniant BC DE FG cum BF in punctis BDF; quod vtique fieri potest, quia BC DE FG non sunt ipsi BF parallelæ. Deinde ducatur SP ipsis



BC DE FG æquidiſtans; & ad partem inclinationis ſectionis in linea SP producta etiam ex S, quoduis ſumatur punctum M, ſi tamen ſectio ſuam habet inclinationem verſus A. quòd ſi habet ad alteram partem, producatur linea SP ex P, in qua ſumatur punctum. Deinde à puncto M ad planum per SP BF ductum, hoc eſt ad ſubiectum planum erigatur perpendicularis ML, quæ plano ſectionis BXF occurrat in puncto L. ab eodem autem puncto M ducatur ad BF perpendicularis MH, & iungatur HL; porrò erit HL perpendicularis ipſi BF. & quoniam ſunt MH HL ipſi BF perpendiculares, quarum quidem altera MH eſt in ſubiecto plano, altera verò LH in ſectione, erit LHM angulus inclinationis planorum, nempè ſectionis BXF, & ſubiecti plani per SP BF tranſeuntis. eritque propterea LHM angulo K æqualis. Iungatur deinde LP, quæ erit in plano ſectionis BXF, cùm in hoc plano puncta PL exiſtant. Deinceps ducatur linea AN, quæ faciat angulum ANS æqualem angulo LPM; producaturque PL in X; fiatque PX æqualis NA. Dico punctum X eſſe punctum concurſus; ita ſcilicet, vt lineæ BC DE FG in ſectione appareant in BX DX FX. Iungatur enim AX. & quoniam ML eſt ſubiecto plano erecta, erit planum trianguli LMP, hoc eſt planum per XP PS ductum ſubiecto plano erectum. ſimiliter quoniam AS eſt ſubiecto plano erecta, erit planum per AS SP ductum (in quo reperitur linea AN) eidem ſubiecto plano erectum. vnum ergo tantùm planum eſt id, quod per AS SP PX tranſit. quare AN XP in eodem ſunt plano. quia verò angulus ANS eſt æqualis angulo XPS, erit AN ipſi PX æquidiſtans. atqui eſt XP æqualis ipſi AN, ergo AX eſt ipſi NP, ac per conſequens ipſis BC DE FG parallela. quare punctum X eſt punctum concurſus. quod fieri oportebat.

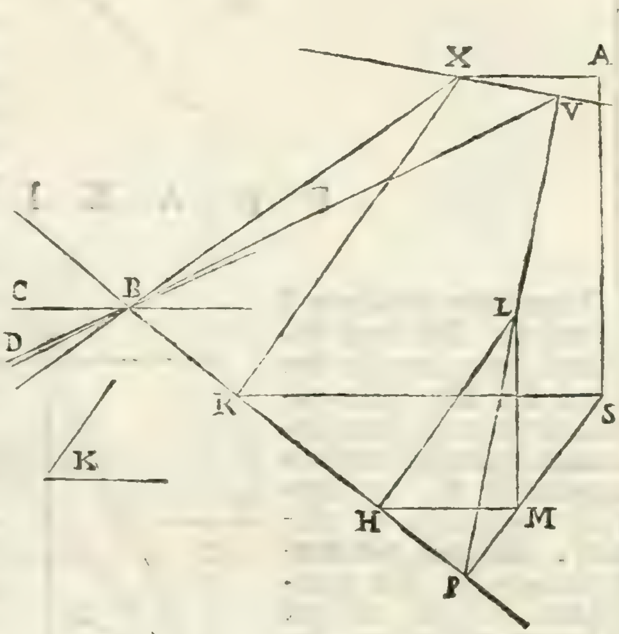
43. ſexti libri Pappi. *6. def. vndecimi.* *Lemm. in 20. huius.* *18. vndecimi.* *28. primi.* *33. primi.* *1. Cor. 32. primi huius.*

Eodem prorſus modo fiet, ſi lineæ BC DE FG fuerint inter ſectionem, & punctum S. veluti quoque ſi oculus infra ſectionem extiterit.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

Oculo dato, datisque in ſubiecto plano lineis, quæ cum ſectionis linea conueniant, in propoſita ſectione ſubiecto plano inclinata lineas apparentes deſcribere.



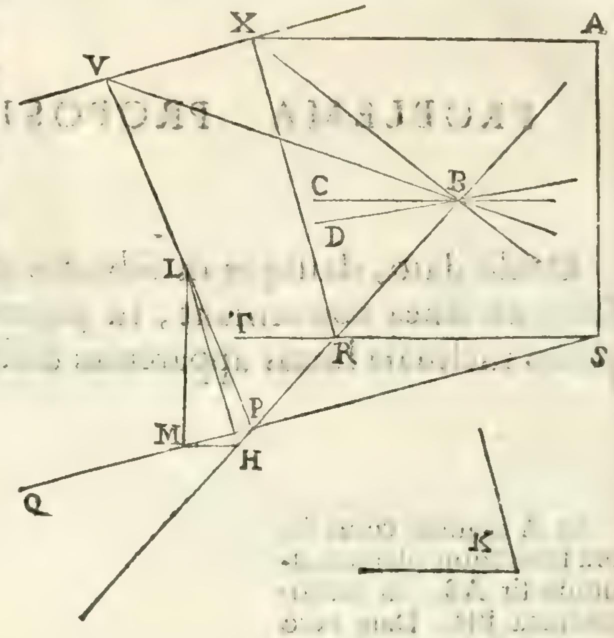
Sit A oculus, cuius ſupra ſubiectum planum altitudo ſit AS. ſit ſectionis linea BH. Datę verò lineæ BC BD. ſectio autem ſit ſubiecto plano inclinata, cuius inclinationis angulus ſit K; inclinatio autem ſit verſus A. oportet in ſectione lineas apparentes deſcribere. Inueniatur punctum concurſus ipſius BC, quòd ſi BC fuerit ipſi BH perpendicularis, ducatur SR ipſi BH perpendicularis; fiatque angulus SRX æqualis K; ducaturq; AX ipſi SR parallela, quæ ſecet RX in X. primùm enim conſtat punctum X eſſe punctũ concurſus ipſius BC. oſtenſum eſt enim lineas AS SR RX XA in vno, & eodem plano exiſtere, ſimulque RX eſſe ipſi BH perpendicularem, & in RX AX eſſe punctum concurſus. Deinde inueniatur punctum concurſus ipſius BD; quod vtique fiet, ſi ducatur SP ipſi BD æquidiſtans; in qua ſumpto quouis puncto M, ducatur MH ipſi BH perpendicularis; fiatque angulus MHL æqualis K; erigaturque ſubiecto plano perpendicularis ML, quæ ipſi HL occurrat in L; à punctoque X ducatur ipſi BH æquidiſtans XV, ducaturque PL, quæ XV ſecet in V; erit vtique punctum V punctum concurſus ipſius BD. oſtenſum eſt enim punctum concurſus eſſe in linea PL. at verò quoniam lineæ AX XV ſunt ipſis BC BH, hoc eſt ſubiecto plano parallelæ, punctum ſanè linearũ concurſus in linea quoque XV exiſtet. quia punctum hoc ob lineam XV, eſt æquealtum, vt oculus. ergo punctum V eſt punctum concurſus ipſius BD. quare ductis XB VB, linea BC apparebit in BX, & BD in BV.

Ex 20. huius.

Ex 21. huius.

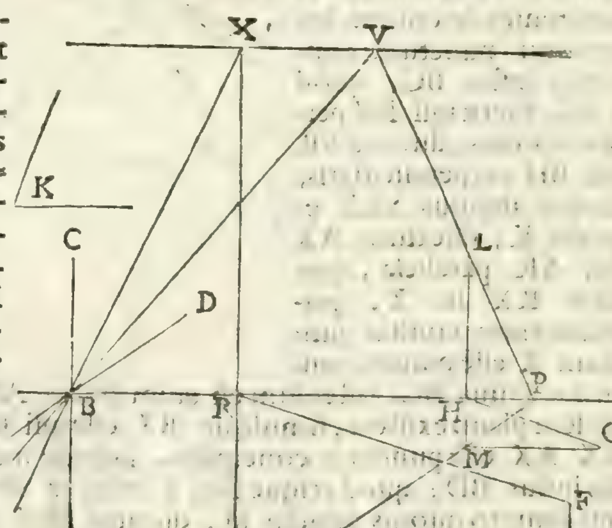
In præcedenti.

Quòd si inclinatio sectionis ad alteram fuerit partem, & non versus A, producantur SR SP ad TQ; fiatq; angulus TRX æqualis K. similiter in PQ quoduis sumatur punctum M; cæteraque fiant prorsus, vt dictum est, eadem ratione inuenientur puncta XV concursus. lineæque XB VB in sectione ipsas BC BD ostendent.



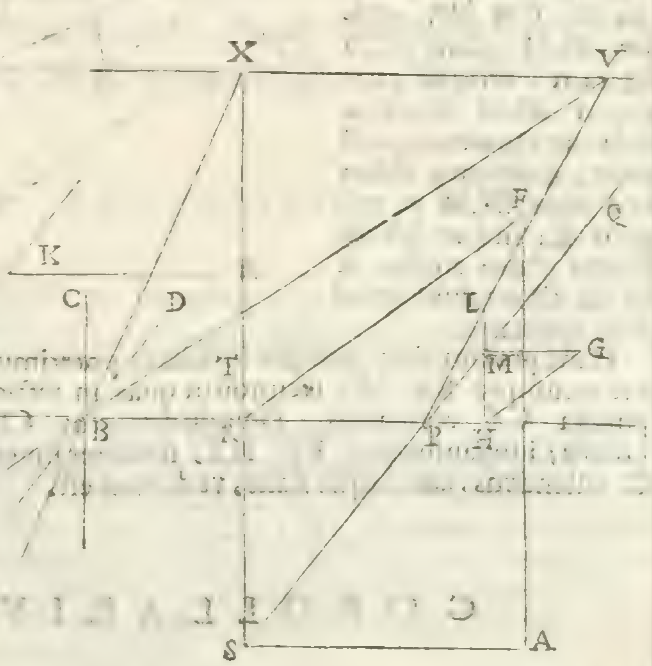
PRAXIS.

Exponatur punctum S distantiæ; BH verò sectionis linea. datæque sint lineæ BC BD, sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius inclinationis angulus sit K. intelligaturque ad partem S inclinare. Ducatur SA oculi altitudo ipsi BH æquidistans, & si BC est ipsi BH perpendicularis, ducatur SR ipsi BH perpendicularis; fiatque angulus SRF æqualis K; ducaturque AF ipsi SR æquidistans. Inuentaque linea RF planum intelligatur sectio inclinata; fiatque RX ipsi BH perpendicularis, & ipsi RF æqualis, quæ cum RS coincidet. erit vtique punctum X punctum concursus ipsius BC. Deinceps accipiatur planum pro subiecto plano; ducaturque SP ipsi BD æquidistans; sumaturque in SP quoduis punctum M; ducaturque MH ipsi BH perpendicularis. rursus ipsi HM perpendicularis ducatur MG; Fiatque angulus MHG æqualis K; inuentaque HG, rursus planum pro sectione inclinata sumatur; ducaturque HL ipsi BH perpendicularis;



quæ cum HM coincidet; fiatque HL æqualis HG; ducaturq; PL; à punctoque X ducatur XV æquidistans ipsi BH, quæ ipsi PL occurrat in V. erit vtique punctum V punctum concursus ipsius BD. quare ductis XB VB, linea XB ostendet BC, VB verò ipsam BD. quod perspicuum est, si intelligatur RX ad partem S eleuata in angulo K, simulque eleuatum sectioni planum XVPR vnà cum lineis XB VB. tunc enim sectio erit suo loco collocata. quòd si intelligatur quoque planum SAFR, manente SR, subiecto plano erectum, intelligaturque oculus in A, erunt puncta F X vnum punctum. quod idem accidet, si manente MH intelligatur triangulum MGH subiecto plano erectum; coincidetq; punctum G cum L. ex quibus liquet XB VB lineas in sectione apparentes existere. quod fieri oportebat.

Quòd si sectionis inclinatio fuerit non ad partem S, sed ad alteram partem T, simili modo fiat āgulus TRF angulo K æqualis; fiatque RX æqualis RF. Deinde sumatur punctum M in linea SP producta, vt in PQ. cæteraque eodem prorsus modo fiant, inuenientur lineæ XB VB in sectione apparentes. quod patet, si intelligatur sectio eleuata in angulo K, inclinata verò ad partem T. quod quidem in sequētibus quoque animaduertendum est.



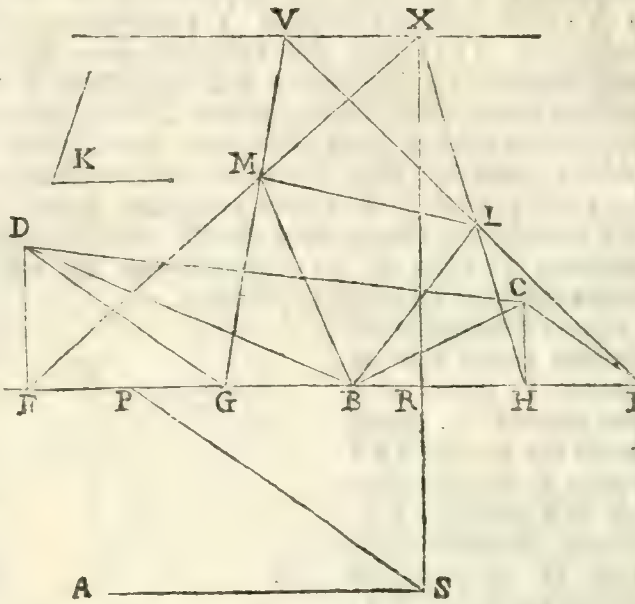
PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

Oculo dato, dataque in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano inclinata figuram apparentem describere.

Sit S punctum distantiæ, SA oculi altitudo; sitque BH sectionis linea. data vero figura sit BCD. sectio autem intelligatur in angulo K versus S inclinata. oportet in sectione figuram, apparentem describere. Ducantur à puncto C vtcunque lineæ CH CE; inueniaturque punctum X, quod sit punctum concursus ipsius CH; inueniaturque punctum V *Ex præcedenti.*

concursus

concursus ipsius CE; ductis igitur EV HX, quæ se secent in L, punctum L in sectione ostẽdet ipsum C. similiter ducatur DF ipsi CH, DG verò ipsi CE æquidistans; ducanturq; FX GV, quæ se inuicem dispescant in M, punctum vtique M ipsum D repræsentabit. quare iunctis BL LM MB, ostẽdet BLM ipsam BCD figuram. eritque propterea BLM figura in sectione apparens. quod patet, si eleuetur sectio vnà cum BLM in angulo K; sitque SA subiecto plano erecta, & in A sit oculus. quod fieri oportebat.



Hanc praxim aliter quoque incohare poterimus, vt scilicet priùs ducantur vtcunque SR SP, secundùm quas in sectione inclinata inueniantur puncta VX concursus. Deinde ducantur CH CE ipsis SR SP parallelæ; iunganturque EV HX, similiter inuenietur punctum L ipsum C ostendens; cæteraque fiant, vt dictum est.

COROLLARIVM I.

Ex hoc patet nos posse, vbi datum tantummodo in subiecto plano punctum in sectione inclinata appareat, inuenire.

Datum enim punctum C apparet in L; vt inuentum est.

COROLLARIVM II.

Patet etiam nos posse, dato in sectione inclinata vbicunque puncto, in subiecto plano punctum, quod in assumpto puncto appareat, inuenire.

Iisdem enim constructis, datum sit punctum L in sectione; ducantur lineæ VLE XLH, & à puncto E ducatur EC æquidistans SP; ab

H verò

H verò ducatur HC æquidistans SR. Quoniam igitur à puncto C exeunt lineæ CE CH ipsis SP SR parallelæ, ductæque sunt EV HX, quæ sese dispescunt in L, perspicuum est punctum C apparere in L. intelligatur igitur C in subiecto plano, & erit punctum inuentum. quod facere oportebat.

Oportet autem, vt datum punctum L sit inter lineas BH VX.

COROLLARIVM III.

Eodem prorsus modo si data fuerit in sectione figura, vt BLM, quomodo in subiecto plano inueniri possit figura BCD, quæ in BLM appareat, manifestum est.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIIII.

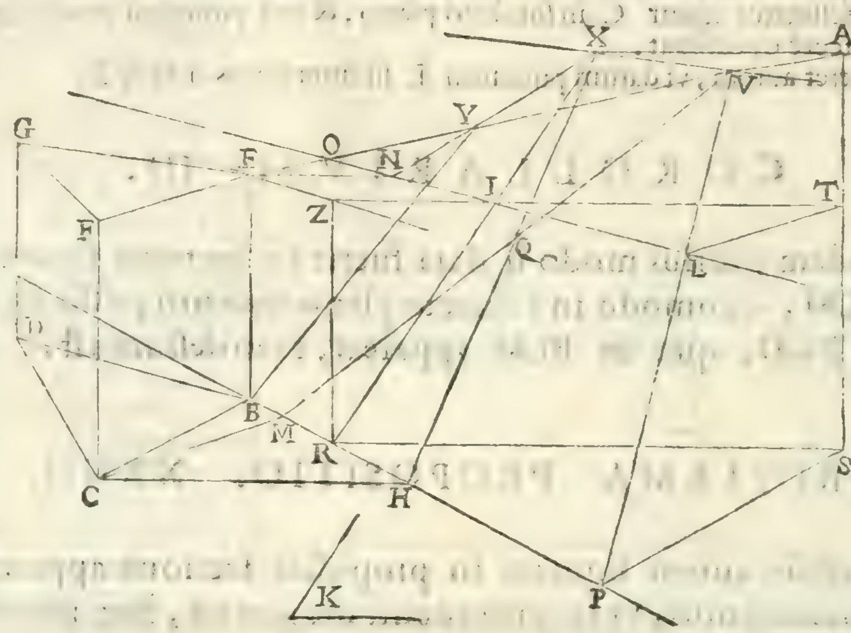
Faciliùs autem figuram in proposita sectione apparentem inueniemus, vt in præcedenti dictum est, hoc modo.

Ducatur (iisdem positis) SR ad BF perpendicularis, intelligaturque RP æqualis SR, iungaturque SP; & secundùm lineas SR SP inueniantur puncta concursus XV; deinde à puncto C ducatur CH ipsi BH perpendicularis; fiatque HE æqualis CH; ducanturque similiter HX EV. erit vtique punctum L, vbi apparet in sectione inclinata ipsum C. ducta enim CE, triangulum CHE simile prouenit triangulo SRP, quòd cùm sit CH ipsi SR æquidistans, erit & CE ipsi SP parallela; & ita in alijs. quod facere oportebat.

Alii modi afferri possunt describendi figuras in subiecto plano existentes in inclinata sectione apparentes, præcipuè verò vigesimus tertius modus perfacilem præbebit praxim. sed in hac sectione inclinata ad solida repræsentanda accedamus. 28. *secundi huius.*

PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

Oculo dato, datoque prismate, cuius basis sit in subiecto plano, parallelogramma verò sint rectangula, in proposita sectione subiecto plano inclinata figuram apparentem describere.



Datus sit oculus in A, AS ipsius altitudo; sitque in subiecto plano sectionis linea BH. prisma verò datum sit BCD EFG; sitque basis BCD in subiecto plano. sectio autem sit inclinata in angulo K. oportet in sectione figuram apparentem describere, quæ scilicet datum prisma repræsentet. Ducatur SR ad BH perpendicularis; fiatque angulus SRX equalis K; ductaque AX ipsi SR æquidistante, nimirũ erit X punctum concursus earum linearum, quæ ipsi BH erunt perpendiculares, vt antea diximus. Deinceps vtcunque ducatur SP; inueniaturque punctum V concursus earum linearum ipsi SP æquidistantium. Deinde intelligatur planum per EFG ductum, quod quidem AS secet in T, XR in I, & VP in L. & quoniam planum EFG est æquidistans plano BCD, erit planum per EFG ductum subiecto plano æquidistans. quare ducta linea IL erit ipsi BH æquidistans; eritque altitudo prismatis ipsi ST æqualis. Præterea ducta TI erit ipsi SR æquidistans, cùm ASRX sit vnum planum: similiter ducta linea AV, erit AV ipsi SP æquidistans. siquidem lineæ AS SP PV in vno sunt plano. quare erit ob eandem causam ducta TL ipsi quoque SP æquidistans. Itaque intelligatur planum per EFG ductum esse subiectum planum, in quo sit IL sectionis linea, punctum T punctum distantiæ, TA oculi altitudo, EFG verò sit rectilinea figura in subiecto plano. porrò eadem puncta VX erunt puncta concursus. nam ducta CH ipsi BH perpendiculari, ductaque EN ipsi LI perpendiculari, erunt vtique CH EN æquidistantes, quæ in lineis HX NX apparebunt. similiter ducta CM ipsi SP æquidistante, ductaque EO ipsi TL, vel SP æquidistante, erunt similiter CM EO interse æquidistantes, cùm sint TL SP æquidistantes. Vnde apparebunt EO CM in lineis OV MV. ex quibus sequitur punctum C apparere in Q, E verò in Y. & quoniam B est in sectione, iuncta BY, apparebit BE in BY. & ita in alijs.

16. vndecimi.

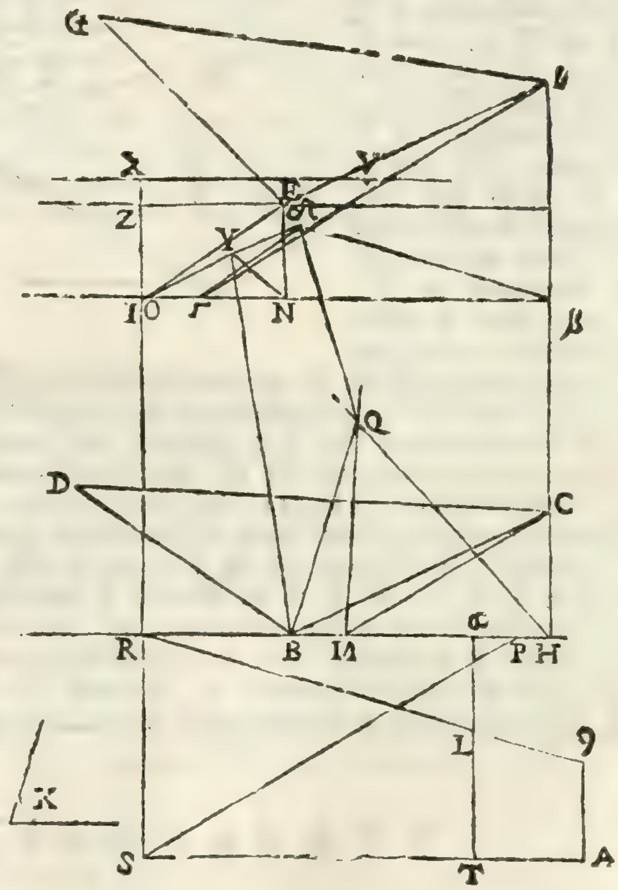
Ex 20. huius.

29. primi huius.

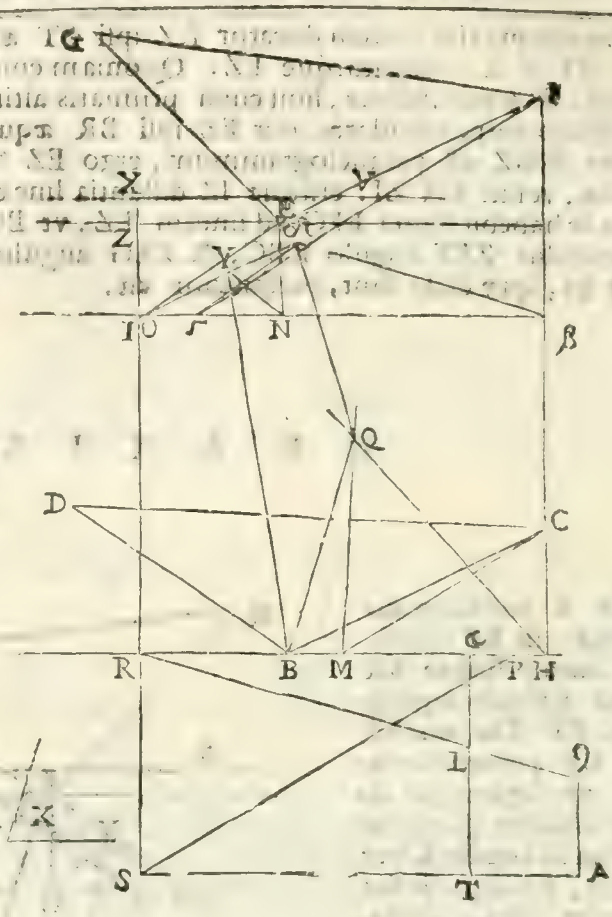
Propter

Propter praxim autem ducatur RZ ipsi ST æquidistans, producaturque TI in Z; iungaturque EZ. Quoniam enim TS ZR EB sunt æquales, & æquidistantes, sunt enim prismatis altitudini æquales, & subiecto plano perpendiculares, erit EZ ipsi BR æquidistans. sed ex constructione ENIZ est parallelogrammum, ergo EZ NI sunt æquales, & parallelæ, veluti EN ZI. eritque IZ distantia lineæ LI à linea ZE. deinde ita se habebit figura EFG ad lineam EZ, vt BCD ad lineam BH, hoc est angulus ZEF angulo RBC, & ZEG angulo RBD æqualis existit. vt ex ijs, quæ dicta sunt, perspicuum est. *33. primi*

PRAXIS.



Sit S punctum distantiæ; sit BP sectionis linea; sitque SA oculi altitudo æquidistans BP. Ducatur SR ipsi BP perpendicularis, intelligaturque sectio subiecto plano inclinata in angulo K versus A, cui æqualis fiat angulus SR9. ductaque A9 ipsi SR æquidistans; factaque RX æqualis R9, erit X punctum concursus earum linearum, quæ ipsi BP perpendiculares existent. *Ex 22. huius.* sit datum prisma, cuius basis sit BCD in subiecto plano; altitudo autem sit æqualis ST. ducaturque TLα ipsi SR æquidistans; fiatq; RI æqualis RL; ducaturq; IN ipsi BP æquidistans; inuentaq; linea IN; in linea RI fiat IZ æqualis Lα; ducaturque ZE parallela IN. Deinde fiat ZE æqualis RB; Describaturque figura EFG æqualis, & similiter posita, vt BCD, hoc est sit angulus ZEG ipsi RBD æqualis, &c. His ita constitutis, ducatur SP vtcunque, inueniaturque punctum V concursus lineæ SP, & earum, quæ ipsi SP æquidistantes erunt, ex præcedentibus. Deinde intelligatur planum, in quo sunt figura EFG, & linea IN esse subiectum planum. lineaque IN sectionis linea. Ducatur deinde EN



perpendicularis ipsi IN, & EO æquidistans SP. Nunc vero accipiatur planum pro sectione inclinata, in qua sunt puncta XV concursus. ducanturque NX OV, quæ se secent in Y. nimirum punctum Y in sectione ostendet prismatis punctum supra B altitudine ST. Quòd cùm sit punctum B in sectione, ducta BY, ostendet BY latus prismatis supra B existens. similiter ductis CH CM ipsis SR SP parallelis, ductisque HQ MQ ad XV, quæ se secent in Q, punctum Q ostendet ipsum C. parique ratione ab F ad lineam IN ductis Fβ Fγ ipsis SR SP parallelis, ductisque ad XV lineis βδ γδ que sese dispescant in δ, punctum sanè δ ostẽdet in sectione inclinata prismatis punctum supra C perpendiculariter existens. Vnde iunctis Qδ, erit Qδ apparens linea, quæ prismatis latus supra C existens repræsentabit. si igitur connectantur BQ Yδ, ostendet BQ lineam BC, linea verò Yδ ostendet lineam prismatis ipsi BC parallelam. atque hac ratione inuenietur in sectione apparens figura, quæ totum prisma repræsentabit, quæ quidem omnia patent, si intelligatur sectio PVXR eleuata in angulo K versus A; intelligaturque figura SA9R (manente SR) subiecto plano erecta; erit enim 9 in X, & L in I. deinde si intelligatur planum EFG perpendiculariter supra BCD altitudine ST, erit punctum E perpendiculariter supra B altitudine TS. quòd si intelligatur EN esse in dicto plano EFG, erit NE distantia puncti E, & lineæ ZE à linea IN, punctaque VX erunt tanquam in sectione puncta concursus. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Hinc patet, dato puncto in subiecto plano, supra quod perpendiculariter alterum sit quoque datum in sublimi, in sectione inclinata vtraque puncta inueniri posse.

Si enim datum sit punctum C in subiecto plano, supra quod perpendiculariter cularitet in sublimi alterum sit quoque datum punctum altitudine ST. sumatur in sectionis linea quoduis punctum B, iungaturque BC. tunc eadem ratione primùm inuenietur punctum Q, vbi scilicet apparet ipsum C. Deinde eodem modo inueniatur linea EF, & ex puncto F lineis Fβ FΓ inuenietur similiter punctum Δ, quod quidem ostendet punctum supra C altitudine ST.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

Idem aliter inuenire.

Ijsdem enim positis figuram apparentem inueniemus, si intelligatur RP æqualis RS; ceteraque eodem prorsus modo construantur; ducaturque CH ipsi BP perpendicularis; fiatque HM æqualis CH. similiter inuenietur punctum Q, quod quidem ostendet ipsum C. Deinde fiat βΓ æqualis Fβ, eodemque modo ductis lineis, punctum Δ ostendet punctum supra C altitudine ST. hoc enim patet, quia supposito, quòd CH HM sint æquales, & Fβ βΓ itidem æquales, si iungerentur CM Fγ, essent CM Fγ ipsi SP parallelæ, vt antea ostensum est. quare iuncta QΔ altitudinem prismatis supra punctum C repræsentabit. & ita in alijs. quod facere oportebat. *In 22. huius.*

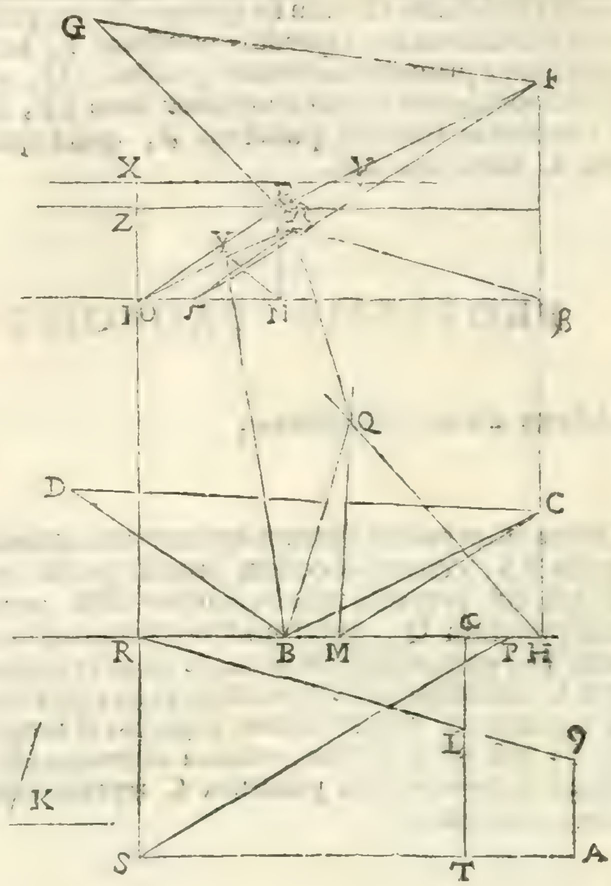
COROLLARIVM.

Ex hoc patet si ducatur Cβ perpendicularis ipsi NI, ducaturque βX, punctum supra C altitudine ST apparere in linea βX.

Recta enim linea est CβF, quæ ipsi NI perpendicularis existit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

Ijsdem positis, sumpto quouis puncto Δ in linea QΔ, altiludinem puncti supra C, quod appareat in Δ, inuenire.



Ducatur ꝺβ, quæ tendat in X, quippe quæ lineam CF secet in β. ducaturque βI æquidistans HR, fiatque RL æqualis RI; denique ducatur LT æquidistans RS. Dico punctum supra C altitudine ST apparere in ꝺ, vt ex constructione patet. etenim cùm sit SRL inclinationis angulus sectionis inclinatæ, si intelligatur supra C punctum altitudine ST, quoniam ducta est TL æquidistans SR, factaque est RI æqualis RL, & est βI æquidistans RH, ipsique βI perpendicularis est Cβ, perspicuum est, punctum supra C altitudine ST apparere in βX linea. sed idem punctum apparet in Qꝺ, vt supponitur; ergo punctum supra C altitudine ST apparebit in ꝺ. quod inuenire oportebat.

Cor. præcedentis.

COROLLARIVM.

Ex his perspicuum est, si stantes fuerint inæquales, in proposita sectione subiecto plano inclinata figuram apparentem eodem modo describere posse.

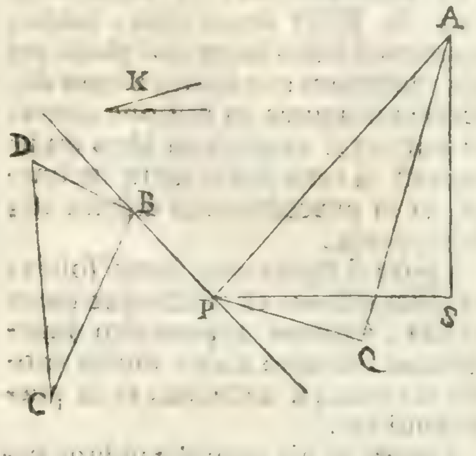
Eodem enim modo ex altitudinibus in SA existentibus quodlibet altitudinis punctum inueniri poterit.

Cor. 25. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

Oculo dato, dataque figura rectilinea in plano, quòd per sectionis lineam transeat, sitque subiecto plano inclinatum, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit oculus in A, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS, in quo plano sit BP sectionis linea. data verò figura sit BCD, quæ sit in plano, quod subiecto plano sit inclinatum in angulo K. sitque BP horum planorum communis sectio; intelligaturque planum BCD esse supra subiectum planum. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducatur SP ipsi BP perpendicularis. iungaturque AP, & in plano per BCD transeunte ducatur PQ itidem ipsi BP perpendicularis: erit vtique SPQ inclinationis angulus planorum, & ob id angulo K æqualis; ducaturque AQ ipsi PQ perpendicularis. Quoniam igitur AS est subiecto plano erecta, & SP ad BP perpendicularis existit, erit AP eidem BP perpendicularis. Cùm autem AP sit perpendicularis BP, ductaque est PQ itidem ipsi BP perpendicularis, denique ducta est AQ ad PQ perpendicularis, erit sanè AQ plano per QP BP ducto, hoc est plano per figuram BCD transeunte erecta. Quapropter si accipiatur hoc planum pro subiecto plano, sitque BP sectionis linea, A oculus, AQ oculi altitudo, & punctum Q punctum distantiæ, quod quidem distat à sectionis linea quantitate PQ; cùm sit QP ipsi BP perpendicularis. si igitur sectio fuerit hoc plano erecta, omnibus modis describendi figuras in sectione præcedenti libro traditis operari poterimus. si verò sectio fuerit huic plano inclinata ex antedictis figura inuenietur apparens. quod fieri oportebat.



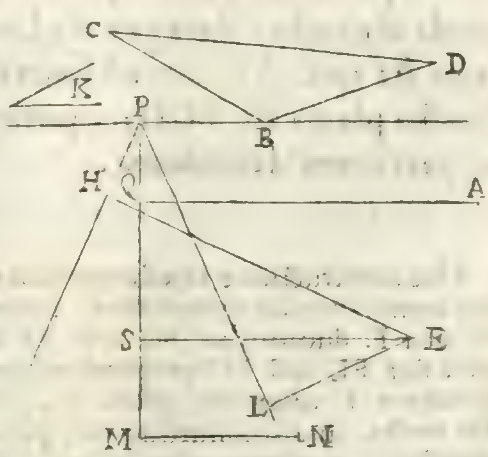
23. sexti libri Pappi

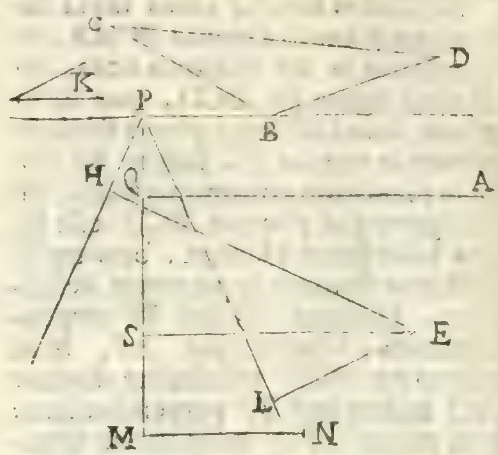
11. vndecimi.

Similiter si figura data fuerit prisma, cuius basis sit in plano per sectionis lineam transeunte, subiectoque plano inclinato, quod quidem parallelogramma habeat rectangula, figuram in sectione apparentem inueniemus, vt si sectio fuerit plano inclinato erecta, operabimur, vt initio huius, si verò inclinato, vt in præcedentibus dictum fuit.

PRAXIS.

Sit S punctum distantiæ in subiecto plano, oculi verò altitudo sit SE, quæ sit sectionis lineæ BP æquidistans. sit verò data figura BCD, quę intelligatur esse in plano ipsi subiecto plano inclinato in angulo K, ita vt BP sit planorum sectio communis. Ducatur SP ipsi BP perpendicularis. Deinde fiat SPH angulus ęqualis K. Ducaturque EH ipsi PH ad rectos angulos. inuentisque PH HE, fiat PQ æqualis PH: deinde ducatur QA parallela BP, quæ fiat æqualis ipsi HE. His ita constitutis intelligatur Q punctum distantiæ,





QA oculi altitudo, BP sectionis linea, & BCD figura data. hisque cognitis si sectio fuerit hoc plano erecta, dictorum modorum aliquo describendi figuras in sectione operabimur, vt in præcedenti libro traditum est; si verò sectio fuerit inclinata, vt in præcedentibus dictum est, fieri poterit.

Quòd si figura data fuerit solida, vt antea dictum est, sectioque fuerit erecta, figuram apparentem inueniemus, vt initio huius multis modis diximus, si inclinata, vt in præcedentibus.

Cæterùm hic considerandum occurrit, quòd linea PH ducenda est ad eam partem, vbi est planum inclinatum; vt si planum, in quo data est figura, inclinatum fuerit supra subiectum planum, rectè ducta erit PH. tunc enim pars huius plani ad partem PH erit infra subiectum planum, siquidem est BP planorum sectio communis. si vero planum BCD fuerit infra subiectum planum, tunc pars huius plani ad alteram partem ipsius BP esset supra subiectum planum, & in hoc casu ducenda esset linea PL, ita vt SPL angulus sit æqualis K, & ipsi PL ducenda esset linea EL perpendicularis, deinde ponere lineam PM æqualem PL, ducereque MN ipsi BP parallelam, & ipsi LE æqualem; essetque punctum M punctum distantiæ; & MN oculi altitudo. cæteraque eodem modo.

Post hæc aliæ quoque sectiones considerandæ occurrunt. primùm autem sequens problema ostendemus.

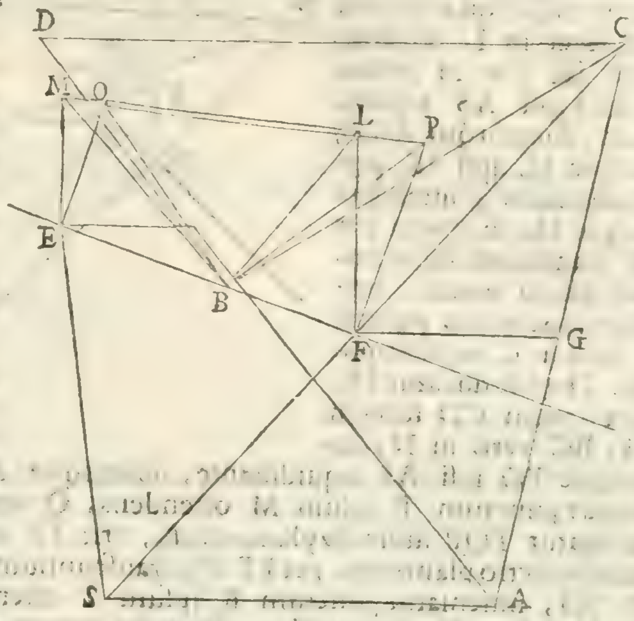
PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

Sit primùm datum punctum S distantiæ, sitque SA oculi altitudo; dataque sit linea EF sectionis linea, quæ non sit ipsi AS æquidistans; figura rectilinea verò in subiecto plano sit BCD; oportet in erecta sectione figuram apparentem describere.

Hac constructione vigesimoprimo modo describendi figuras in sectione apparentes vtendo operabimur. Itaque ducatur SC, quæ sectionis lineam secet in F. ducaturque FG ipsi AS æquidistans; ducaturque AGC. deinde fiat FL ipsi FG perpendicularis, & ipsi FG æqualis, tunc videtur punctum L ostendere ipsum C. Nam si intelligatur FL subiecto plano erecta, intelliganturque duo plana, planum scilicet sectionis per EF transiens, & alterum planum per FG transiens, quæ sint subiecto plano

Ex 26. secundi huius.

erecta,



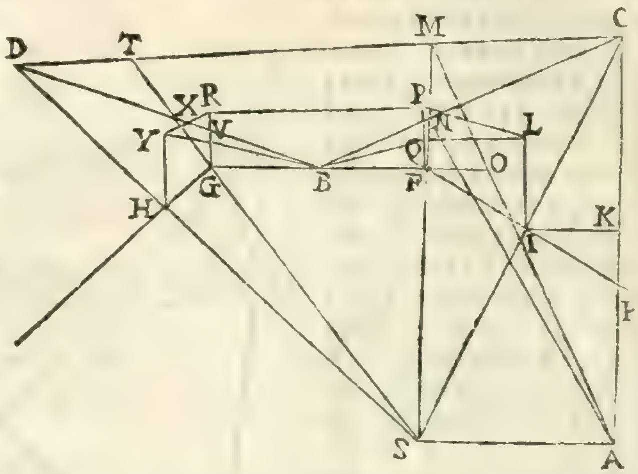
erecta, si FL intelligatur subiecto plano erecta, tunc FL esset ipsorum planorum communis sectio. si igitur FG intelligatur esse sectionis linea; cùm sit FG ipsi AS æquidistans, punctum L in hoc plano ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostẽdens. Aduertendum est tamen, si iungantur puncta BLM, figuram BLM non esse figuram in sectione propriè apparentem. nam quamuis quãdo FL est subiecto plano erecta, punctum L tunc ostendat in sectione proprium situm, vbi apparet punctum C; & M vbi D; tamen quando lineæ FL EM hoc modo sunt in subiecto plano demissæ, non ita se habere debent. nam quando sunt subiecto plano erectæ, sunt quoque sectionis lineæ EF perpendiculares; ita vt LFE, MEF sint anguli recti; quod in subiecto plano existentes anguli LFE, MEF non sunt recti. vnde neque possumus manente FE concipere sectionem vnà cum FLME eleuatam esse, figuramque BLM esse suo loco collocatam; nam LFB non esset angulus rectus, vt oportet. Quare vt describamus propriè figuram apparentem; ducantur FP EO ipsi EF perpendiculares; fiatque FP ipsi FL, hoc est ipsi FG æqualis; EO autem fiat æqualis EM; iunganturque puncta BPO, erit sanè figura BPO propriè figura in sectione apparens. vt perspicuum est, si intelligatur, manente EBF, sectio FPOE vnà cum figura BPO subiecto plano erecta; sitque eidem plano AS perpendicularis, & oculus in A. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXX.

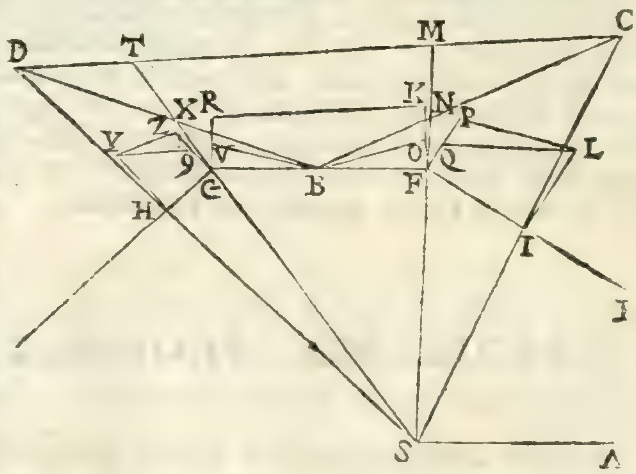
Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, in sectione pluribus planis subiecto plano erectis constante figuram apparentem describere.

Eadem intelligantur exposita, loco autem rectæ sectionis, & loco sectionis lineæ, quæ erat recta linea, intelligatur sectio pluribus planis subiecto plano erectis constans; quæ in subiecto plano efficiat EFGH, ita vt EF FG GH sint rectæ lineæ; quæ quidem tot erunt sectionis lineæ. oportet in

sectione



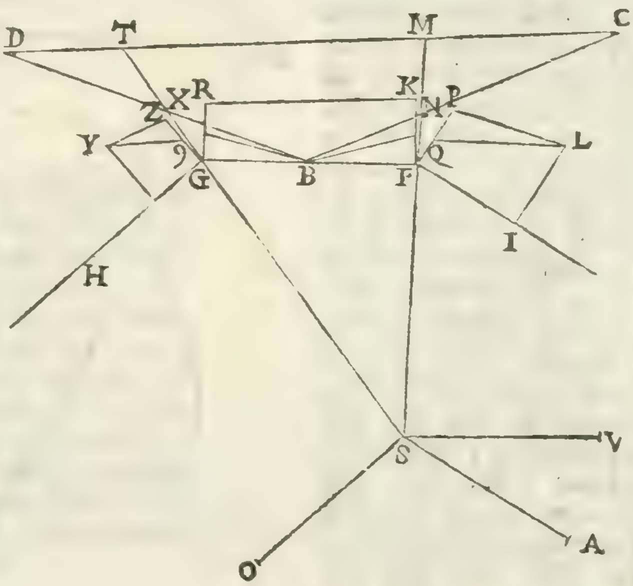
ſectione figuram apparentem deſcribere. Ducatur SC, quæ lineam EF ſecet in I. ducaturque IK (vt in præcedenti) ipſi AS æquidiſtans; ducaturque AKC; fiatque IL ipſi IK perpendicularis; intelligaturque IL in plano per EF tranſeunte, ſubiectoque plano erecta. primùm hoc modo punctũ L ipſum C repræſentabit. Deinde ducatur SF, quæ lineam CD ſecet in M, BC verò in N; ductaque FO ipſi AS æquidiſtante, iunctiſque AM AN, ſimiliter inueniatur punctum P ipſum M oſtendens, Q verò ipſum N. quòd ſi intelligatur FQP ſubiecto plano erecta, erit FP in angulo, hoc eſt erit cõmunis ſectio planorum per EF FG tranſeuntium. ſimiliter ductis SGXT, & SD, inueniatur punctum R ipſum T oſtendens, V verò ipſum X, & Y ipſum D. Itaque ſi intelligantur puncta QLPRYV ſuis locis in planis per EF FG GH tranſeuntibus, iunganturque BQ QL LP PR RY YV VB; erit hæc apparens figura. Verùm figura BQLPRYV in ſubiecto plano exiſtens non oſtendit propriè figuram apparentem. oportet enim, vt in præcedenti diximus, lineas IL FP eſſe ipſi FE perpendiculares. ſimiliter eandem FP, & GR ipſi FG perpendiculares; itidemque GR HY ipſi GH perpendiculares. quæ quidem vt in ſecunda figura aptari poterunt. vt ſcilicet fiãt IL FP ipſi FE perpendiculares, ſitque in FP punctum Q, vt in ſuperiori figura; iunganturq; LP LQ: deinde fiant FK GR ipſi FG perpẽdiculares; fiatque FK ipſi FP æqualis, & FO ęqualis FQ; & in GR ſit punctum V, vt in ſuperiori figura, iungaturque KR BO BV; denique fiant GZ HY ipſi GH perpendiculares; fiatque GZ ęqualis GR, & G9 ęqualis GV; iunganturque ZY Y9. Hoc namque modo per partes figuram BCD repræſentabimus. etenim figura LPQ propriè partem CMN repræſentabit, & erit ea, quæ deſcribenda eſt in plano ſupra EF; figura verò BOKRV ipſam BNMTX oſtendet, eritque ea, quæ in plano ſupra FG deſcribenda eſt; figuraque YZ9 ipſam DTX repræſentabit, eritque YZ9 figura deſcribenda in plano ſupra GH. Quæ quidem omnia patent, ſi intelligatur primùm SA ſubiecto plano erecta, oculuſque fuerit in A conſtitutus; deinde manente IF intelligatur planum ILPF ſubiecto plano ere-



ctum; similiter manente FG concipiatur planum FKRG subiecto plano erectum; veluti GZYH planum eidem subiecto plano erectum. tunc enim lineæ FP FK vna tantùm fiet linea, veluti GR GZ; punctaq; PK in vnum punctum conuenient, veluti etiam OQ RZ V9. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXI.

Aliter idem inuenire.



Ijsdem constructis, ducatur SA ipsi FI equidistans; intelligaturque FI sectionis linea, ex vigesimasexta præcedentis libri figuram inueniemus LPQ, quæ in sectione ostendet ipsam CMN. similiter ducatur SO æqualis ipsi SA, ipsi verò GH æquidistans; intelligaturq; GH sectionis linea. ex eadem igitur inuenietur YZ9, quæ figuram DTX ostēdet. pariqúe ratione ducatur SV æqualis SA, & ipsi FG æquidistans, quæ intelligatur sectionis linea, inuenieturque similiter figura BKR in sectione apparens. ex quibus omnibus, quæ in erectis planis describenda sunt, nota sunt, ex quibus consurgit apparens figura. quod facere oportebat.

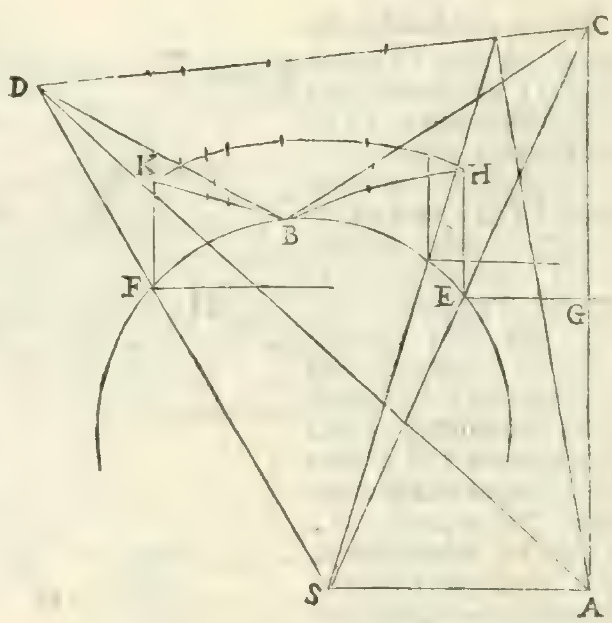
Quoniam autem per partes hæ figuræ ostenduntur, non igitur erit iniocundum, quemadmodum hæ figuræ LPQ BKR 9ZY in aliqua sectione apparent, ostendere. quod quidem fiet (vt ita dicam) si perspectiuæ perspectiuam inuenerimus. vt intelligatur IFGH obiectum in subiecto plano; ductaque fuerit sectionis linea, vbi placuerit. datumqúe sit punctum distantiæ, dataqúe oculi altitudo.

His constructis, quoniam puncta LPQ intelliguntur esse perpendiculariter supra IF, inueniatur in sectione, vbi apparet punctum supra I altitudine IL & vbi punctum supra F altitudine FP, & vbi punctum itidem supra F altitudine FQ. eritqúe sanè in sectione apparens figura, vbi scilicet apparet LPQ. quod idem fiet in alijs. totaque apparens figura erit inuenta.

Hoc idem in multis sequentibus huiusmodi fieri poterit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXII.

Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, in sectione cylindrica subiecto plano erecta figuram apparentem describere.



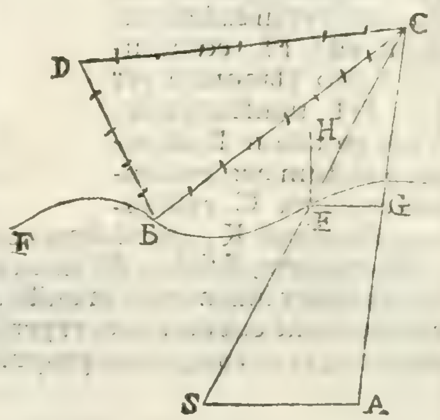
Sit S punctum distantiæ, oculi verò altitudo supra subiectum planum sit SA. figura verò in subiecto plano sit BCD. sit basis cylindri EBF in subiecto plano. oportet in superficie cylindri tāquam in sectione figuram apparentem describere. quod facilè assequemur eodem modo, vt ducatur CS, quę cylindri basim secet in E, ducaturq; EG ipsi AS æquidistans; connectaturque CA, quæ EG secet in G. deinde ipsi EG perpendicularis agatur EH, quæ ipsi EG fiat æqualis. Dico primùm punctum H ipsum C repræsentare. hoc est intelligendo EH esse in superficie cylindri subiecto plano erecti. ita vt EH sit latus parallelogrammi per axem. si enim concipimus EG sectionis lineam esse; sectioque fuerit subiecto plano erecta, tunc EH (cùm sit cylindri superficies subiecto plano erecta) erit communis sectio superficiei cylindri, & sectionis per EG transeuntis. Quare intelligendo lineam EH in sectione subiecto plano erecta, punctum H ipsum C repræsentabit. Intelligitur autem punctum H esse in superficie cylindri, ergo punctum H in superficie cylindri ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum K ipsum D ostendens. Quando autem erunt EH FK in superficie cylindri, tunc non erunt iungenda puncta HK recta linea, cùm sit cylindri superficies rotunda, sed in CD, veluti etiam in CB BD plura sumenda sunt vtcunque puncta (& quò plura, eò meliùs) & vbi in superficie cylindri apparent, inuenienda sunt; deinde iungenda sunt puncta lineis curuis, inuentaque erit figura BHK in sectione cylindrica apparens. quæ per similitudinem erit, vt hæc in plano BHK. non quòd propriè in plano hæc figura ostendat, vt in superficie cylindri propriè apparet. in hoc enim praxis consistit, vt ex lineis in plano inuentis (vt dictum est) figuram in propria superficie cylindri describere facillimum sit, vt patet. quod facere oportebat.

Hæc operatio, tam conuexo, quàm concauo superficiei cylindri deseruiet.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, in proposita sectione quocunque modo disposita subiecto plano erecta, dummodo lineæ à sectionis linea subiecto plano perpendiculares ductæ, sint rectæ, figuram apparentem describere.

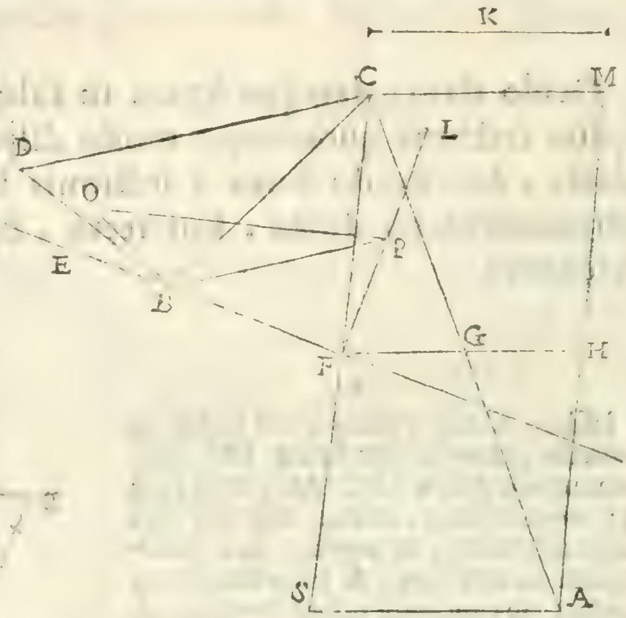
Ijsdem adhuc positis, sed sectio in subiecto plano lineam faciat EBF. eodem modo ductis SEC AC, & EG ipsi AS æquidistante, factaq; EH ipsi EG perpendiculari, & æquali, quæ intelligatur in sectione, & subiecto plano erecta, ob eandem causam superiùs allatam, punctum H ipsum C repræsentabit. vt in præcedenti dictum fuit. & ita in alijs punctis fiet: inuenieturque per plura puncta similiter figura in sectione apparens. quod facere oportebat.



Vt autem in præfatis sectionibus solidorum altitudines inueniamus, generali regula hoc modo assequemur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Sit S distantiæ punctum, oculi altitudo SA, EF sectionis linea, quæ non sit ipsi AS æquidistans. data verò in subiecto plano figura sit BCD. altitudo autem puncti supra C perpendiculariter supra subiectum planum existentis sit K; in erecta sectione huiusmodi punctum describere.



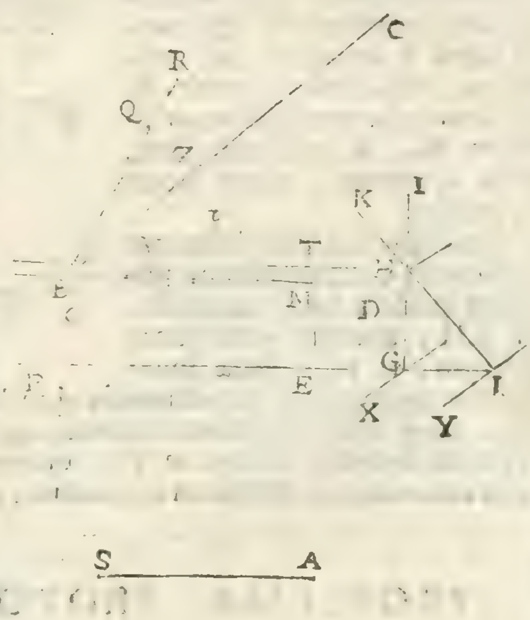
Inueniatur vt in vigesimanona huius figura BPO, quæ ipsam BCD repræsentet, lineis FG AGC FP eodem modo constructis. Deinde à puncto C ducatur CM ipsi AS æquidistans, & ipsi K æqualis. iungaturque AM, cui occurrat FG producta in H, producaturq; FP in L; fiatque PL æqualis GH. nunc si intelligatur linea FL subiecto plano erecta, erit (vt in eadem dictum est) FL communis sectio planorum per FE FH transeuntium. Vnde punctum L ostendet punctum perpendiculariter supra C existentem altitudine K. quod facere oportebat.

Hac ratione, si sectio BF fuerit curua, vel alio modo, vt antea, idem quoque similiter inuenietur, in quibus etiam solida, quorum stantes fuerint inæquales facilè erit inuenire, vt perspicuum est. ijs tamen adhibitis considerationibus, vt in vnaquaque propositione dictum est.

Ex his autem aliæ componi quoque possunt sectiones, vt in sequenti. postea quomodo in planis horizonti æquidistantibus, in cameris, & huiusmodi, obiecta repræsentantur, breuiter perstringemus. in quibus omnibus, cùm dicimus obiecta, siue intelligantur plana, siue solida, semper intelligi volumus ea eodem, quo hactenus accepta fuerunt, modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Oculo dato, datoque obiecto, figuram apparentem in sectione describere, quæ duobus datis planis constet, quorum alterum sit subiecto plano erectum, supra quod sit alterum inclinatum, horumque planorum inclinatio sit data, quorum quidem communis sectio sit subiecto plano æquidistans.

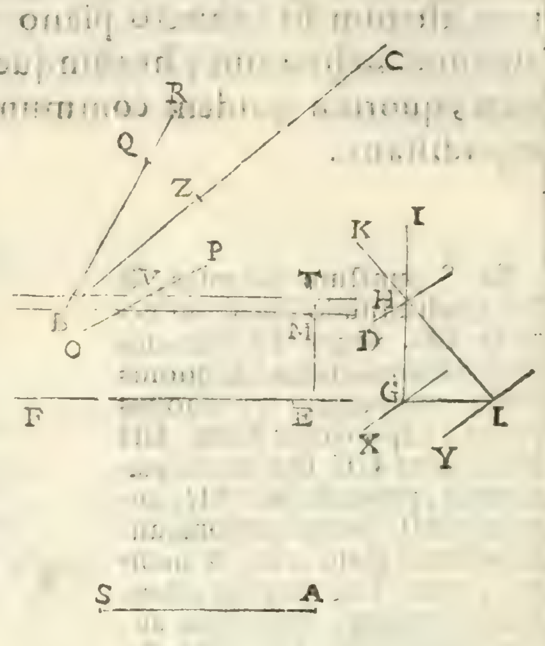


Sit S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo obiectum verò sit BC. sitque EF sectionis linea sectionis erectæ. & quoniã sectio componitur ex duobus planis, exponantur lineæ GH HK, ita vt GH sit altitudo plani erecti, productaque KH, angulus GHL sit inclinationis angulus datus plani recti, & inclinati; vnde HK planum ostendet inclinatum. Quoniam autem intelligitur GH subiecto plano erecta, ducatur GL ipsi GH perpendicularis; erit vtiq; GLK inclinationis angulus plani inclinati HK, & subiecti plani; distabitque in subiecto plano sectionis linea plani inclinati à sectionis linea plani erecti quãtitate GL. Itaque intelligatur HD communis sectio planorum per GH HK transeuntium, erit HD, vt supponitur, subiecto plano æquidistans. veluti si intelligatur GX sectionis linea erectæ sectionis GH, erit GX ipsi HD æquidistans, quare, & ducta LY communis sectio plani inclinati, & subiecti plani, erit vtique LY æquidistans HD, & per consequens ipsi GX. Itaque ducatur EM perpendicularis ipsi EF, quæ fiat æqualis GL, ducaturque MB æquidistans ipsi EF; erit MB sectionis linea plani inclinati in angulo GLK, quæ quidem inclinatio intelligatur esse versus AS. His ita constitutis existente linea EF sectionis linea, inueniatur apparens figura OP, quæ ostendat, vbi apparet BC in erecta sectione. Deinde existente linea MB sectionis linea, inueniatur BR, vbi apparet BC in sectione inclinata, cuius inclinatio sit GLK. cæterùm ducatur ET ipsi EF perpendicularis, fiatque ET æqualis GH, quæ est altitudo sectionis erectæ, cùmque communis sectio plani erecti, & inclinati sit subiecto plano æquidistans, ducatur TV æquidistans EF. & quoniam erecta sectio terminatur linea TV, tunc si contingit obiectum BC in vtraque sectione videri, linea sanè TV secabit lineam OP. contingat itaque, dispescatque in V. inueniatur deinde in subiecto plano punctum, quod apparet in V, sitque punctum Z, tunc perspicuum est, si intelligatur sectio FETV vnà cum linea OP esse suo loco constituta, hoc est subiecto plano erecta, lineam BZ in OV apparere; reliquam verò ZC in hac sectione minimè apparere. si igitur intelligatur sectio inclinata similiter suo loco collocata vnà cum linea BR, tunc in parte huius sectionis, quæ supra lineam TV existet, apparebit reliqua linea ZC. itaque inuentum sit punctum Q in sectione inclinata, vbi apparet punctum Z

Vt in secundo libro. *22.23. huius.* *1.32. secũdi huius.* *ex 22.23. huius.*

linea

linea nimirum QR repræsentabit ipsam ZC in sectione inclinata. necesse est enim lineas OP BR, quando sectiones sunt suis locis constitutæ, se inuicem dispescere, vt in punctis VQ. Quapropter linea BC apparebit in OVQR, neque OV QR indirectum existent, cùm propter sectiones angulum cōstituant. attamen OV QR oculo supra S altitudine SA collocato, recta linea apparebit. siquidem rectam repræsentant lineam BC, & quæ recta sunt, recta apparent. quod facere oportebat.



Similique modo si planorum sectionem constituentium primùm quidem fuerit inclinatū, vt LH, alterum verò fuerit erectum, vt HI, lineæ inuenientur apparentes; in sectionibusque lineæ BQ VP ostendent lineam BC, ita vt BZ in sectione inclinata appareat in BQ; reliqua verò ZC appareat in erecta sectione in VP. quæ quidem BQ VP, sectionibus suis locis collocatis, in directum apparebunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVI.

Iisdem positis idem inuenire, vtraque verò plana, quę sectionē constituunt, sint subiecto plano inclinata, horumq; planorum sectio communis sit subiecto plano æquidistans, inclinatio autem primi plani, ac subiecti plani sit data.

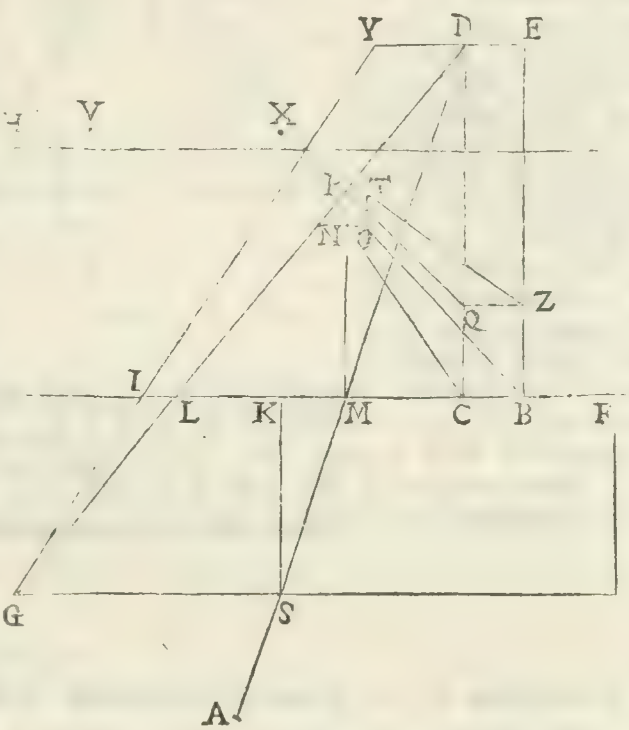
Eadem enim ratione idem assequetur, ducta autem GL non ad angulos rectos ipsi GH, sed secundùm inclinationis angulum datum, cætera simili modo fiant. quod facere oportebat.

Parique ratione ex his, si sectio tribus, vel adhuc pluribus constaret planis, partim verò subiecto plano erectis, partim verò inclinatis, vt dictum est, similiter in ipsis apparentes figuræ inueniri poterunt.

Ex his autem & ex trigesima huius aliæ multæ componi poterunt sectiones, in quibus, quomodo apparent obiecta, inueniri quoque poterunt.

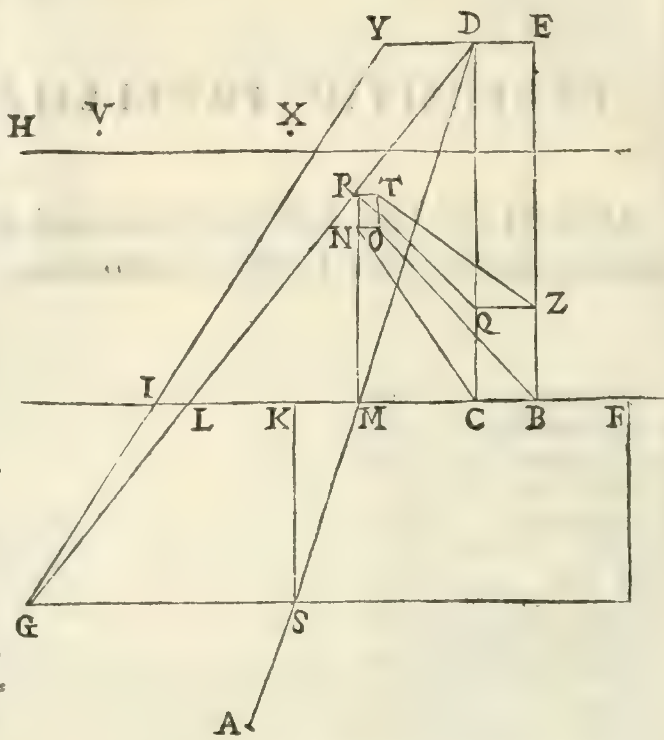
PROPOSITIO PROBLEMA. XXXVII.

Obiecta in plana ſectione horizonti æquidiſtante repræſentare, oculus verò ſit infra ſectionem.



Sit oculus A, ſit obiectum BCDE primò planum. ſit verò planum FH horizonti æquidiſtans. ſitque oculus A infra planum FH. oporteatq; in plano FH tanquam in ſectione figuram inuenire apparentem. Intelligantur primùm lineæ BE CD horizonti perpendiculares; Intelligaturque planum FG horizonti erectum. quòd cùm ſint BE CD horizonti erectæ, erunt BE CD in plano FG; plana verò FG FH erunt inuicem erecta, quare ducatur ab A ad planum FG perpendicularis AS, ducaturque SK ipſi FK perpendicularis, ſitq; FK communis ſectio planorum FG FH; erit vtique FK horizonti æquidiſtans, cui perpendiculares erunt BE CD. Itaque intelligatur planũ FG ſubiectum planum; in quo eſt figura BCDE, punctum vero S ſit punctum diſtantiæ, & SA oculi altitudo ſupra ſubiectum planum, in quo eſt figura BD. ſitque FK ſectionis linea; ſectioque intelligatur ſubiecto plano erecta. Quibus cognitis manifeſtum eſt omnibus modis antea expoſitis poſſe nos in BH tanquam in erecta ſectione figuram BCDE repræſentare. Veluti ſi vigeſimoprimo modo vti voluerimus, *In ſecundo libro.* fiat SG æquidiſtans FK, & æqualis oculi altitudini SA; ducanturque DG DS, quæ lineam FK ſecent in LM; ducaturque MN ipſi FK perpendicularis, quæ fiat æqualis ML; nimirum punctum D apparebit in N: eodemque modo inuenietur punctum O, vbi ſcilicet apparet ipſum E. *26. ſecundi huius.* & quoniam puncta BC ſunt in ſectione, cùm in ſectionis linea reperiantur, apparebunt BC in ſectione in iiſdemmet punctis. Iungantur igitur BO CN NO, obiectum BCDE in ſectione apparebit in BCNO.

Quòd



Quòd si fuerit BCDE in subiecto plano basis solidi, cuius altitudo fuerit æqualis DY (accipienda nunc est altitudo esse ea, quæ est supra planum BD perpendicularis) quæ quidem erit horizonti æquidistans, siquidem intelligitur BD esse horizonti erecta, vt fieri solet in hoc operandi modo. Itaque ducatur DY æquidistans FK, ducaturque YIG; addijciaturque ipsi MN quantitas NR, quæ sit æqualis LI; nimirum punctum R in sectione ostendet solidi punctum supra D altitudine DY. eodemq; modo inuenietur punctum T, quod quidem punctum supra E altitudine DY repræsentet. Itaque quoniam puncta BC sunt in sectione, ducantur ipsi FK perpendiculares BZ CQ (quæ quidem iam ductæ sunt) fiantque BZ CQ æquales DY; solidi puncta supra BC apparebunt in QZ. quare iungantur QR ZT TR TO RN, figura igitur BR solidum in sectione repræsentabit. quod facere oportebat.

Ex 11. huius.

Cæterùm si per puncta linearum concursus idem inuenire placuerit, decimo autem quinto modo vti voluerimus, ita fieri poterit.

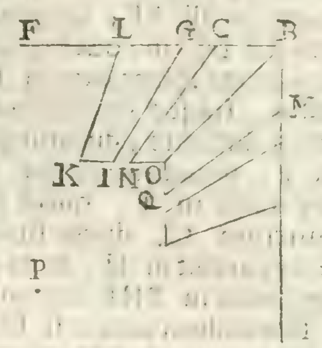
Ijsdem positis vt in vigesima secundi huius dictum est, secundùmq; oculi situm inueniantur puncta X V concursus. sitque X punctum concursus linearum BE CD, inueniaturque ex eadem propositione figura BR. lineæ nimirum BO CN QR ZT in X tendent. eritque similiter inuenta apparens figura BR. vt perspicuum est, si intelligatur planum, in quo est figura BR, punctaque XV suo loco collocata; hoc est esse in FH, quod quidem planum FH sit erectum plano FG. in quo est figura BD. eritque tunc punctum X ita constitutum, vt ducta ab A in X recta linea, erit hæc plano FH erecta. quæ quidem ipsi KS, ac per consequens ipsis BE CD æquidistans existet. Quapropter erit tunc punctum X pũctum concursus, in quod lineæ CN BO ZT QR tendere debent. ex

1. Cor. 32. primi huius.

quibus

quibus patet nos omnibus modis secundo libro expositis figuras apparentes inueniri posse.

Ob praxim autem si in rectangulo plano FH horizonti æquidistante, ab oculo in FH ducatur perpendicularis, quæ cadat in P; vnaque inuenta apparens figura BCNO, vt dictum est, vel (prout libuerit) sit BCNO à nobis determinata in sectione figura, quæ obiectum aliquod repræsentet horizonti erectum. sit verò NO æquidistans BC, si alias apparentes figuras, quæ ostendant æqualia obiecta, inuenire voluerimus, fiant GL BM &c. æquales ipsi BC. ducanturque GILK MQ, quæ tendant ad P, ducaturque IK in directum ipsi ON, quæ quidem IK erit æquidistans BF, ducaturque OQ æquidistans BH, nimirum figuræ BCNO GLKI BMQO erunt in sectione apparentes, quæ obiecta ostendent æqualia. nam quoniam BC GL sunt æquales, lineaque BF est tanquam sectionis linea, cui æquidistant ON IK, quæ ostendunt lineas ipsi BF parallelas, ex quibus obiecta componuntur æqualia, ideo BN GK obiecta æqualia ostendunt. quod idem dici potest de figura BMQO, nam pari ratione intelligi potest BH esse sectionis linea, cui æquidistat OQ. atque ita lineas horizonti perpendiculares in P tendere faciemus, & quemadmodum eas, quæ horizonti æquidistant, & sunt ipsi BF parallelæ, in plano FH ipsi BF parallelas duximus, ita eas, quæ BH æquidistant, ipsi BH æquidistare faciemus. atque hac ratione si completa fuerit figura FH, punctumque P fuerit, siue non fuerit in medio ipsius FH, omnia ex ijs, quæ dicta sunt, facilè describentur. *Ex 25. primi huius.*



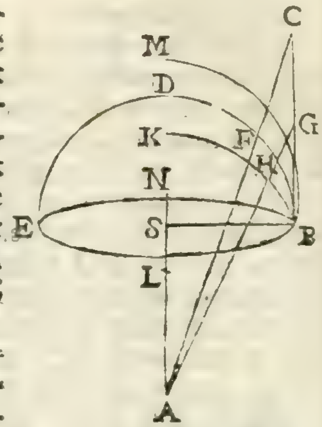
Hoc idem inuenietur, si oculus fuerit supra planum horizonti similiter æquidistans, dummodo ea, quæ supra planum horizontis existunt, intelligantur infra; & vicissim, quæ inferiùs collocata sunt, supernè constituantur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVIII.

Obiecta in concauo portionis sphæræ, tanquam in sectione repræsentare, in perpendiculari autem ab oculo in basim ducta, sit centrum sphæræ.

Sit sphæræ portio BDE, cuius basis sit circulus BE. Datum verò sit primùm punctum C in sublimi. sitque oculus A; ducta verò AS perpendiculari ad planum BE, centrum quidem sphæræ sit in linea AS. oportet in sphærica sectione, vbi apparet punctum C inuenire. Ducatur CB perpendicularis ad planum circuli BE; iungaturque BS; erunt vtique AS SB BC in eodem plano. quod quidem secet sectionem sphæricam in BD. erit vtique BD circulus. Itaque intelligatur A oculus, S punctum distantię; ducaturque CA, quę BD secet in F, punctum vtique C in sphęrica sectione apparebit in F. quod si in BC aliud sumatur punctum G, ducta similiter GHA, punctum G apparebit in H. & ita in aliis. vnde linea BG apparebit in BHF circunferentia.

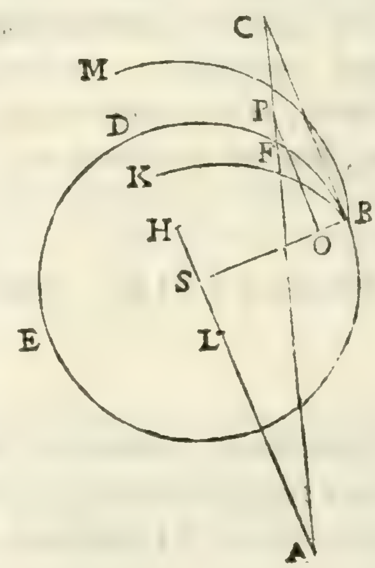
Ex 7. vndecimi. 1. Theodosii.



Notandum autem si BDE fuerit dimidia sphęra, tunc circuli BD centrum erit punctum S. siquidem S esset spærę centrum. si verò sectio minor fuerit dimidia sphæra, tunc circulus erit vt BK, cuius centrum erit inter SA, vt in L. quòd si sectio maior fuerit dimidia sphęra, circulus erit vt BM, cuius centrum erit in AS producta; vt in N. quæ quidem centra semper sunt centra sphærę; & sunt in plano per AS SB BC ducto; quandoquidem in eodem quoque plano circuli BD BK BM existunt; horumque circulorum centra sunt sphærę centra.

PRAXIS.

Exponatur circulus BDE, qui accipiatur pro basi sphæricę sectionis; huius verò circuli centrum sit S. Datum sit punctum in sublimi, à quo perpendicularis in planum circuli BDE cadat in B, cuius altitudo sit BC. Iungaturque BS, sitque CBS angulus rectus; ipsique BS perpendicularis ducatur SA, non ad easdem partes BC; fiatque SA ęqualis distantię oculi à puncto S. connectaturque AC, quę circulum BDE secet in F. Nunc autem inuenienda sunt puncta in ipsa sectione sphęrica, quare si sectio est dimidia sphęra, cuius centrum erit S, ex puncto F in sphęra inueniemus, vbi apparet punctum supra B altitudine BC. nempè sumpto puncto in ipsa basi sectionis, quod respondeat ipsi B; hoc est in proprio loco, vbi describenda est perspectiua, & per ipsum describatur circulus basi erectus, qui secetur secundùm quantitatem BF, nimirum in ipso apparebit non solùm datum punctum, verùm etiam linea, vt BC plano basis perpendicularis. Quòd si sectio minor fuerit dimidia sphęra, cuius centrum



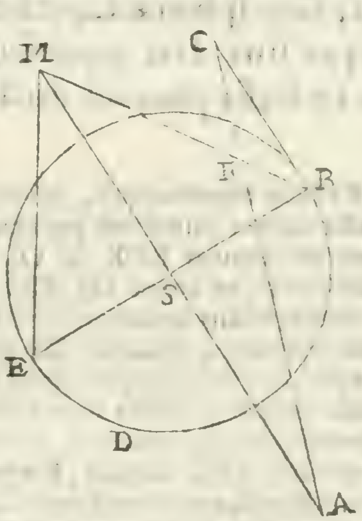
sit L, describatur circulus BK. si verò maior fuerit sectio dimidia sphæra, cuius centrum sit H, describatur circulus BM, eodemque modo in omnibus inuenietur, vbi apparet in sphæra datum punctum. quod facere oportebat.

Eadem prorsus ratione fiet, si perpendicularis à dato puncto non in circunferentia BE, sed vel intra, vel extra circulū cadat; vt in O, cuius altitudo fuerit OP. ducta enim OS, cui perpendiculares sint OP SA, linea AFP similiter ostendet, vbi sectio secanda est, vt diximus. ex quibus obiecta plana, & solida repræsentare non erit difficile.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIX.

Obiecta in concauo coni recti, tanquam in sectione repræsentare, ab oculo autem perpendicularis in basim ducta cadat in centrum.

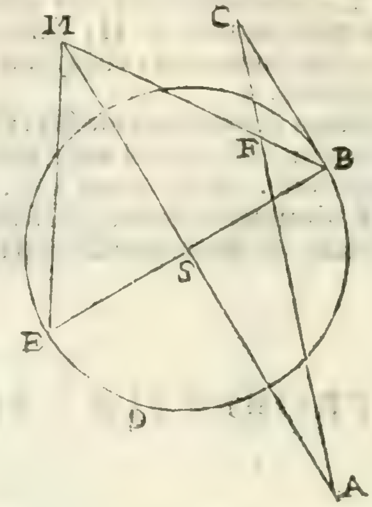
Ijsdem prorsus positis, producatur BS vsque ad E, & AS vsque ad M; fiatque SM æqualis axi coni. connectanturque BM ME, erit vtique BME æquale coni triangulo per axem. quare ducta CFA, si intelligatur, manente BE, triangulum BME vnà cum lineis BC SA esse plano basis BDE erectum; punctum quidem C apparebit in F. ex puncto igitur F facile erit inuenire (vt ex præcedenti colligi potest) vbi in propria sectione apparet punctum supra B altitudine BC. & ita in alijs. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXX.

Ijsdem positis, obiecta verò in concauo conoidis, siue sphæroidis, tanquam in sectione repræsentare.

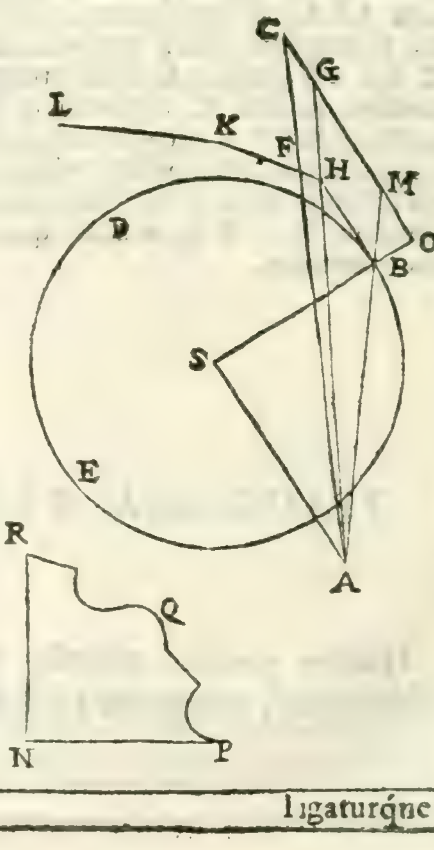
Ijsdem similiter constructis, si fiat SM æqualis axi conoidis, siue sphæroidis; & si conoides fuerit rectangulum, loco BME describatur parabola; si verò fuerit obtusiangulum, fiat hyperbola; quòd si fuerit sphæroides, describatur ellipsis. eodemque modo inuentum erit punctum F, ex quo sectio secari potest, vt inueniatur, vbi apparet punctum supra B altitudine BC. & ita in alijs. quod facere oporrebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXI.

Obiecta in sectione, quæ composita sit ex cylindri, coni, siue sphæræ superficiebus, quorum altitudines, angulique sint dati repræsentare; perpendicularis verò ab oculo in basis planum ducta cadat in centro basis.

Eadem exponantur, primùmque cadat datum punctum perpendiculariter in planum BDE in O. ductisque lineis, vt antea OS OC SA, si primùm sectio componitur ex superficie cylindri, ducatur BH ipsi OS perpendicularis sitque altitudo BH data. deinde si sectio habet conicam superficiem, ducatur HK, secundùm angulum BHK datum, fiatque HK secundùm suam altitudinem datam. similiter si in sectione altera sit conica superficies, ducatur similiter KL; intelligaturque planum BHKL esse basi BDE erectum, ita vt BH sit ipsi OS perpendicularis. si enim supra circulum BDE intelligatur superficies secundùm lineam BH, erit vtique cylindrica; rursus si supra hanc intelligatur superficies secundùm lineam HK, erit conica, veluti quoque conica erit superficies secundùm KL; ex quibus componitur sectio. Deinde in plano BHKL intelligantur esse quoque lineæ OC SA. intel-



ligaturque

ligaturque SO in plano circuli BDE. iungaturque AC, quæ sectionem secet in F. tunc vt in præcedentibus diximus, transferendo nempè in ipsa sectione lineas BHF, inueniemus vbi apparet punctum supra O altitudine OC; quod facere oportebat.

Quòd si in sectione inuenire voluerimus punctum in linea OC, quod apparet in H, ducatur AH, quæ lineam OC secet in G. erit vtique punctum supra O altitudine OG, quod queritur. Vnde ducta ABM, punctum M lineæ OC apparebit in basi in puncto B. ex quibus perspicuum est lineam MC apparere in BF, ita tamen, vt MG in BH, GC verò in HF appareat.

Verùm si HK, vel BH, vel alia fuerit portio sphæræ circulis æquidistantibus secta, ex centro sphæræ fiat HK circuli portio secundum sphæricam superficiem, eodem modo inuenietur, vbi apparebit datum punctum, & linea; & ex his obiecta plana, vel solida.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXII.

Iisdem positis obiecta in data quacunque sectione repræsentare, quæ tamen circa basim eodem semper modo se habeat, dum plano basi erecto secatur.

Iisdem adhuc positis, si intelligatur basis centrum N, & semidiameter NP; sectio autem secetur plano basi erecto, eueniatque PQR, vel alio quocunque modo. ita vt existentibus lineis RN NP ad angulos rectos, manente linea RN, voluatur linea NP in plano basis, PQR verò dum voluitur, describat sectionem, in qua figuras apparentes inuenire opus sit. Data verò cognitaque sit PQR. tunc in figura loco BHKL ponatur PQR, eodem modo inuenietur ex iis, quæ dicta sunt, vbi datum punctum, vel data linea, ac datum obiectum, siue planum, siue solidum in sectione appareat. quod facere oportebat.

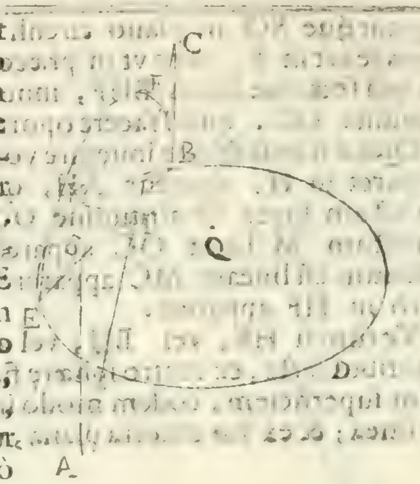
PROBLAMA PROPOSITIO. XXXXIII.

Obiecta in sectione dimidiæ sphæræ repræsentare, perpendicularis verò ab oculo ad basim ducta non cadat in centrum sphæræ.

Sit sectionis basis BDE circulus, cuius centrum Q, quod quidem erit centrum sphæræ. sit oculus A, à quo perpendicularis ad planum circuli

BDE ducta non cadat in Q, sed in S, vt AS. Datum verò punctum sit C, à quo perpendicularis ad planum BDE cadat in B, vt CB: oportet in sectione dimidiæ sphæræ, vbi apparet punctum C, inuenire. Iungatur BS, planum igitur per AS SB BC ductum est plano BDE erectum, producatur BS vsque ad circumferentiam in E. intelligaturq; planum per BE circulo BDE erectum, quod quidem sphæram secet, vt BFE. communis sectio BFE circulus erit, cuius diameter est BE, cùm enim BFE sit in dimidia sphæra, erit semicirculus. quòd si BE transit per Q, erit BFE circulus maximus. si verò non transit, diuidatur BE bifariam in M; erit vtique punctum M centrum circuli BFE. Quoniam igitur vtrumque planum per BFE & BE, planumque per BC BE SA ductum, sunt plano BDE erecta. lineæ BC BS SA, circulusque BFE in vno, & eodem plano existent. quare ducta CFA, constat punctum C in sectione apparere in F, lineam verò BC in circunferentia BF.

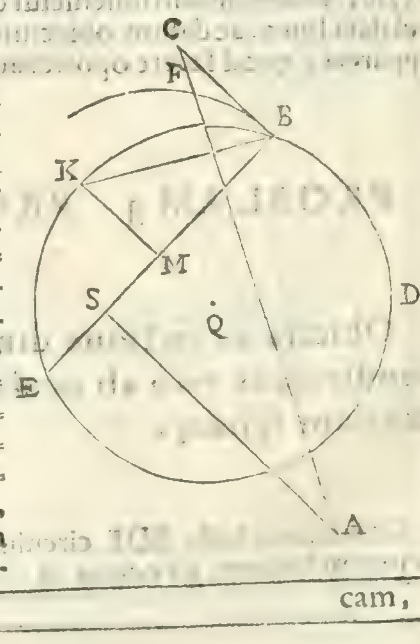
18. vndecimi.



Vt verò in sphærica superficie circulum describere valeamus, ducatur in plano circuli BDE linea MK perpendicularis ipsi BE. porrò punctum K est polus circuli BFE; siquidem circunferentia BK est circunferentiæ KE æqualis. ducta igitur BK, manenteq; puncto K, linea KB circunducatur per superficiem sphæræ, punctum quidem B in ipsa sphærica superficie circulum BFE describet. Idem quoque fiet, si facto centro M immobili circunducatur linea MB per superficiem sphæricam. similiter enim punctum B circulum BFE describet.

PRAXIS.

Exponatur similiter circulus BDE, perpendicularis autem ab oculo in planum BDE cadat in S; à puncto autem dato tanquam ab obiecto cadat in B, cuius altitudo BC. Iungatur BS, cui perpendiculares fiant BC SA; sitque SA longitudo oculi à puncto S. producatur BS vsque ad E; diuidaturque BE bifariam in M; & centro M, interuallo autem MB circulus describatur BF. deinde iungatur CA, quæ circulum BF secet in F. in sphærica sectione ex puncto F inueniemus, vbi apparet datum punctum hoc modo. Ducatur MK perpendicularis BE; iungaturque BK. Deinde secetur basis sphæricæ sectionis secundùm BK, factoque centro eo puncto, quod ipsi K respondet, moueatur linea longitudinis KB per superficiem sphæri-

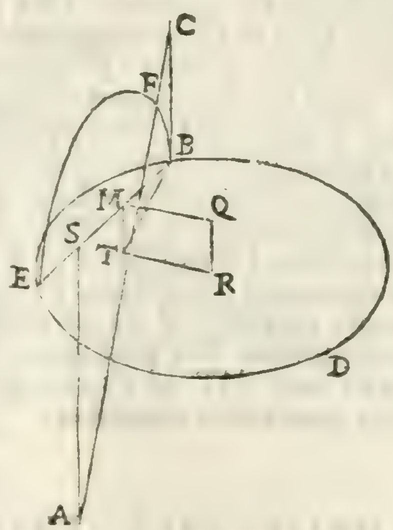


cam, alterum punctum, quod ipsi B respondet, circulum describet. qui quidem postea secetur secundùm BF; eritque inuentum, vbi apparet datum punctum, nec non linea, quæ est supra B perpendicularis plano BDE altitudine BC. quod facere oportebat.

Circulum verò in sphærica superficie hoc quoque modo describi poterit; inuentis nempè in basi punctis, quæ respondeant ipsi BE, inueniatur inter hæc punctum medium, quod quidem immobile reddatur, ipsumque euadat centrum, deinde secundùm longitudinem MB circulus similiter in sphærica superficie describetur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXIIII.

Obiecta in sphærica sectione repræsentare, quæ sit vel maior, vel minor dimidia sphæra, ab oculo autem ad basim perpendicularis non cadat in centrum.



Eadem prorsus exponantur, & si intelligitur sectio minor dimidia sphæra, erit BFE minor semicirculo. quòd vt eius centrum inueniamus, sit Q centrum circuli BDE; centrum autem sphæræ sit R. deinde diuidatur BE bifariam in M; planoque BDE perpendicularis ducatur MT ad inferiorem partem. quòd cùm sit planum BFE plano BDE erectum, erit MT in plano BFE. iungaturque QR, quæ plano BDE erit erecta; cui fiat æqualis MT. Dico T esse centrum circuli BFE. Iungantur QM RT. Quoniam igitur QR MT sunt plano BDE erectæ, erunt QR MT parallelæ, & sunt æquales, ergo QM RT sunt æquales, & parallelæ. at quoniam plana BDE BFE sunt erecta, & est QM ipsi BE communi planorum sectioni perpendicularis, erit QM plano BFE erecta. est autem RT

7. primi Theodosii.

6. vndecimi.

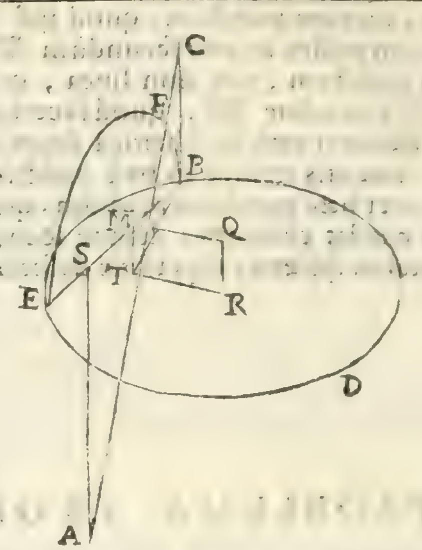
33. primi.

Ex 38. vndecimi.

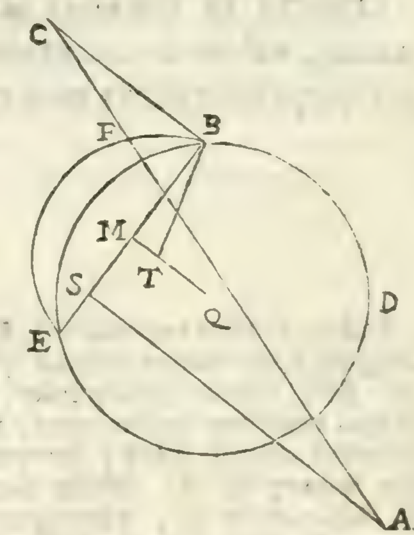
8. *vndecimi.* *Ex 23. primi 1 theodo sii.*

RT ipsi QM parallela; ergo RT est plano BFE erecta. quare T est centrum circuli BFE, cuius diameter est ducta TB; in circunferentiæque puncto F apparet punctum C.

Quòd si sectio maior fuerit dimidia sphæra, tunc MT ad superiorem partem ducenda esset; ad quam partem esset quoque centrum sphæræ; eodemque modo inuenietur centrum circuli BFE.



PRAXIS.



Vt in præcedenti praxi eadem exponantur, intelligatur autem primùm sectio minor dimidia sphæra. diuidatur BE bifariam in M, ducaturque MT ipsi BE perpendicularis; fiatque MT æqualis longitudini, quæ est à centro Q ad centrum sphæræ, quæ quidem supponitur data. erit vtique punctum T centrum. quare centro T, interuallo autem ducta TB, circulus describatur BFE; ductaque CFA, ex puncto F in sectione inueniemus vbi apparet punctum supra B altitudine BC. quod fiet vt in superiori figura, nempe si supra BDE intelligatur sectio, inueniaturque punctum T, vt diximus; apteturq; ita punctum T, vt immobile permaneat; deinde centro T secundùm longitudinem TB moueatur linea, ita vt punctum B semper contingat sphæricam superficiem, nimirum punctum B circuli circunferentiam describet. quæ quidem secetur secundùm BF; & factum erit. Quòd si sectio maior fuerit dimidia sphæra, tunc MT ad alteram partem ducenda esset; cæteraque eodem modo. quod facere oportebat.

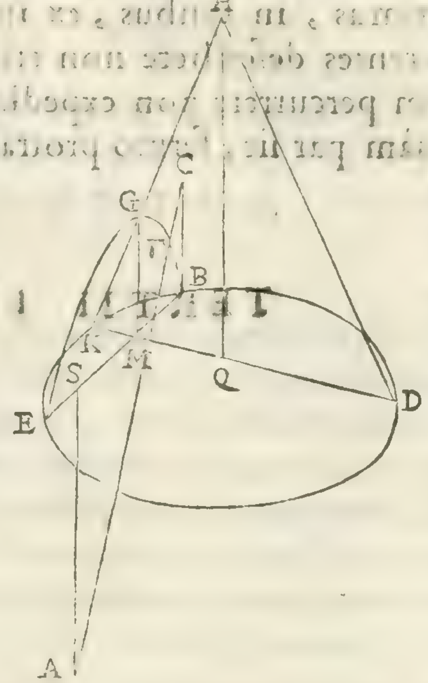
PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXV.

Ijsdem positis, obiecta verò in coni recti concauo, tanquam in sectione repræsentare; ab oculo autem ad basim perpendicularis non cadat in centrum.

Iisdem constructis, ducatur per M linea MG plano BDE erecta, quæ erit ipsi BE perpendicularis. deinde per axem QH, & MG planum ducatur, quod faciat in cono triangulum DHK. deinde ducatur planum per BE MG; quod quidem erit plano BDE erectum, in sectione autem efficiat figuram BGE; erit vtique BGE hyperbola. siquidem productis MG DH inter se conueniunt. ducta igitur CFA, punctum sanè C apparebit in F.

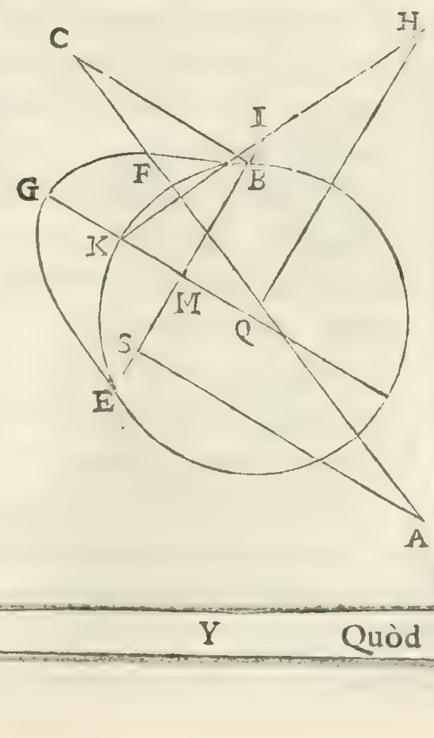
Nouisse autem oportet, quòd ducta linea QMK est ipsi BE perpendicularis; cùm sit linea BE bifariam diuisa in M. & quoniam data est longitudine QH, quæ est axis coni, data quoque erit & MG.

Ex 3. primi Apollonii.
18. vndecimi.
Ex 12. primi Apollonii.
3. tertii.



P R A X I S.

Ductis similiter AS BC, & BSE, quæ bifariam diuidatur in M. ducaturque QMK, cui perpendicularis ducatur QH, quæ fiat æqualis axi coni. Ducaturque HK. sitque MI æquidistans QH. deinde fiat MG æqualis MI; & per puncta BGE describatur hyperbola BGE; ducaturque CFA. deinde suo loco applicetur hyperbola BGE in sectione; punctum quidem F ostendet, vbi apparet punctum supra B altitudine BC. quod facere oportebat.



Quod ſi ſectiones fuerint conoidales, vel alio quocunque modo, dummodo notæ eſſe poſſint, in omnibus figuras apparentes inuenire poterimus, veluti verſa vice, ſi ſectiones infra, oculus verò ſupra ipſas collocatus fuerit.

Præterea alias quoque ſectiones in medium afferre poterimus, in quibus, ex ijs, quæ dicta ſunt, figuras apparentes deſcribere non erit fortaſſe difficilè. Singula autem percurrere non expedit; ne præter inſtitutum longiùs, quàm par ſit, ſermo protrahatur.

TERTII LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS PERSPECTIVAE

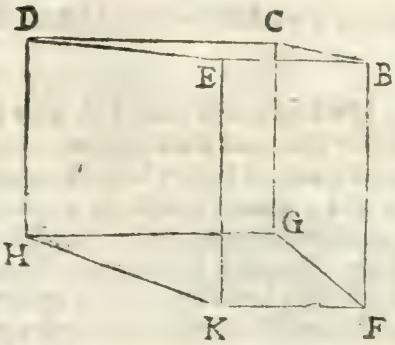
LIBER QVARTVS.

OMNIS in hac facultate operandi labor, & difficultas circa duos potiſſimùm modos conſiſtere videtur; quorum alter in ratione deſcribendi figuras in ſectione apparentes, alter verò circa obiectum in ichnographia deſcribenda verſatur; nimirum vt quamlibet datam figuram, ſiue planam, ſiue ſollidam, in ſubiecto plano ita conſtituere, & fingere noſcamus; vt ex ijs, quæ in ſubiecto plano conſtituuntur, apparentem in ſectione figuram deſcribere valeamus. huiuſmodi autem in plano deſcriptionem communi, ac trito vocabulo (*plantam*) nos Itali appellamus; quippe qua omnia tanquam in plano poſita conſtituuntur. Prior modus in deſcribendis figuris apparentibus ſatis copioſè (ni fallor) in præcedentibus explicatus eſt; poſterior autem ad ichnographiam ſpectans partim innotuit ex ijs, quæ in ſecundo libro pertractata fuere, vbi obiecto in ſubiecto plano exiſtente apparentes docuimus repræſentari figuras; partim verò in tertio ex ichnographia ſolidi baſim in ſubiecto plano figentis cum ſtantibus eidem plano erectis; vnde pariter in ſectione apparentes repræſentantur figuræ. Et quamquam abſque ichnographia multa quoque repræſentari monſtrauimus, adhuc tamen deſiderantur quamplurima ad ichnographiam ſpectantia valdè neceſſaria ex diuerſorum obiectorum multiplicitate emergentia; in quorum explicatione non minori studio, ac diligentia, quàm in alijs laborandum censeo; quod quidem ab alijs (quod ipse viderim) prætermissum videtur. Nisi enim posterior hic modus fuerit plenè perspectus, prior certè parùm vtilitatis huic facultati afferre videtur. quandoquidem ex ichnographia apparens in sectione figura inueniri potest. Neque enim instrumentorum suffragio (vt Albertus Durerus, alijque varijs excogitatis modis, qui quidem figuris, ac præsertim solidis in actu indigent) figuras in sectione apparentes inuenire nostrum est propositum; sed ex ipsius disciplinæ principijs (vt res ipsa postulat) geometricè praxes texere, & ex ipsis in plano fabricatis inuenire, vbi perpendiculares in subiectum cadant planum à quacunque data figura, siue plana, siue sollida rectilinea, vel quæ ad rectilineam quoquomodo referri possit, quæ nullam etiam habeat regularitatem, & quomodocunque ad subiectum se habeat planum; necnon manifestentur perpendicularium altitudines; atque ita ex horum plena notitia (suppositis ijs, quæ dicta sunt) quamlibet datam figuram, & quodcunque datum sollidum in proposita sectione repræsentare valeamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Data figura plana rectilinea subiecto plano æquidistante, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines, quarum vna sit data, inuenire.

Data sit figura BCDE subiecto plano æquidistans, sitque data BF altitudo puncti B. Inuenire oportet, vbi ab angulis CDE in subiectum planum perpendiculares cadunt, earumq; altitudines notas reddere. Ducantur ab angulis in subiectum planum perpendiculares CG DH EK; (11. *vndecimi.*) iunganturque FG GH HK KF. Quoniam enim lineæ BF EK sunt



subiecto plano erectæ, erunt inter se parallelæ; lineæ verò BE FK lineas coniungunt parallelas BF EK; lineæ igitur BE FK sunt in plano linearum BF EK. quare cùm planum BK secetur à parallelis planis BD FH, erunt BE FK parallelæ. Vnde parallelogrammum est BK. ac propterea BF EK, & BE FK interse sunt æquales. pariquę ratione ostendetur EK DH, & ED KH esse interse æquales, veluti DH CG, & CD GH; deinde CG BF, & BC FG interse æquales existere. ex quibus sequitur BF CG DH EK, hoc est angulorum altitudines interse ęquales esse. & quoniam BE ED sunt ipsis FK KH æquidistantes, erit angulus BED angulo FKH æqualis. similiterque ostendetur angulos EDC KHG, & BCD FGH interse æquales esse. latera verò, quæ sunt circa æquales angulos ostensa sunt æqualia; erit igitur figura FGHK æqualis figuræ BCDE, atque similiter posita. quare perpendiculares à punctis BCDE in subiectum planum cadunt in punctis, quæ quidem coniuncta figuram constituunt ipsi BCDE æqualem; & similiter positam; perpendiculariumque altitudines sunt interse æquales.

6. vndecimi.

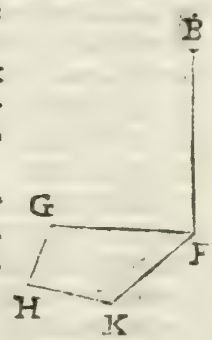
7. vndecimi.

Ex 17. vndecimi.

34. primi.

10. vndecimi.

PRAXIS.



Describatur in subiecto plano figura FGHK, quæ intelligatur sub data figura altitudine FB, quæ sit data. nimirum puncta FGHK ostendunt, vbi cadunt ab angulis datæ figuræ in subiectum planum perpendiculares, quæ quidem sunt interse æquales, cùm sint omnes ipsi BF æquales. quod facere oportebat.

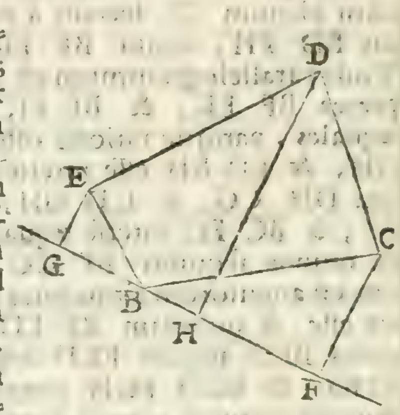
Ex his facilè erit ex secunda, vndecimaq; propositione, & alijs multis præcedentis libri repræsentare figuram FGHK, cuius altitudo supra subiectum planum sit FB.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Data figura plana rectilinea subiecto plano erecta, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio, vbi ab

angulis

angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, nec non eorum altitudines supra subiectum planum inuenire.



Data sit recta linea FG, quæ intelligatur subiecti plani, ac datæ figuræ communis sectio; quæ quidem figura subiecto plano intelligitur erecta, quam quidem primùm subiectum planum contingere in puncto B concipiamus. Deinde describatur figura BCDE in subiecto plano æqualis ei, quam volumus esse datam, & erectam subiecto plano. eodem namque modo se habeat figura BCDE ad FG, quemadmodum concipimus figuram erectam ad eandem lineam FG se habere. figura vtique BCDE lineam quoque FG in eodem puncto B continget. oportet puncta in subiecto plano, vbi ab angulis erectæ figuræ in ipsum perpendiculares cadunt, & angulorum altitudines supra idem planum inuenire. Ducantur à punctis CDE lineæ CF DH EG, ad lineam FG perpendiculares. Dico FHG esse puncta, vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ in subiectum planum; lineamque FC altitudinem anguli C supra subiectum planum ostendere, DH altitudinem anguli D, & GE ipsius E. Hoc enim perspicuum est. si enim intelligatur, manente FG, figuram BCDE conuerti vnà cum lineis FC HD GE, donec figura BCDE subiecto plano fiat erecta; quæ quidem erit in eo situ, in quo concipimus datam figuram esse subiecto plano erectam. tunc (figura in hoc situ existente) lineæ CF DH EG ipsi EF perpendiculares similiter remanebunt; quæ quidem (cùm sit FG planorum communis sectio, planaque sint sibi inuicem ad angulos rectos) subiecto plano erunt erectæ; ergo FHG sunt puncta, vbi cadunt perpendiculares ab angulis datæ figuræ in subiectum planum. & quoniam FC HD GE sunt subiecto plano erectæ, linea FC altitudinem anguli C supra subiectum planum ostendet, HD altitudinem anguli D, & GE ipsius E.

Ex 38. vndecimi.

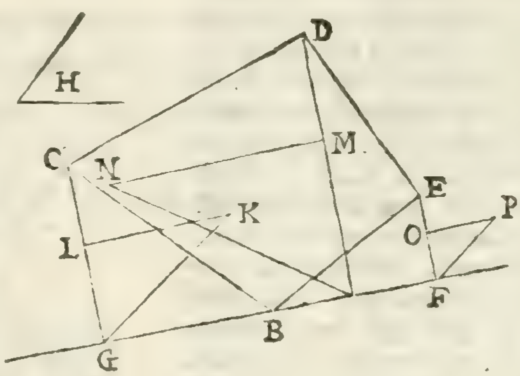
Si verò concipimus datam figuram subiectum planum non contingere in B. similiter ducenda esset à puncto B ad FG perpendicularis, quæ itidem punctum in FG, ipsiusque puncti B altitudinem ostenderet. quod facere oportebat.

In sectione autem ex vndecima, & decima tertia præcedentis libri propositione si inueniatur, vbi apparet punctum B tanquam in subiecto plano existens, deinde vbi apparet punctum supra F altitudine FC, similiter punctum supra H altitudine HD, & punctum supra G altitudine GE; quæ quidem puncta, si coniungantur, erit profectò inuenta apparens figura, quæ datam figuram subiecto plano erectam repræsentabit.

In his praxibus, veluti etiam in sequentibus, omnibus modis describendi figuras in sectione apparentes vti poterimus. quòd si sectio fuerit etiam subiecto plano inclinata, vel alio modo, vt diximus, ex iis, quæ dicta sunt, in ipsis quoque figuram apparentem describemus. in sequentibus autem ob facilitatem exempla tantum exponemus, ac si sectiones sint subiecto plano erectæ.

PROBLEMA PROPOSITIO. III.

Dato inclinationis angulo datæ figuræ planæ rectilineæ subiecto plano inclinatæ, cuius, & subiecti plani data sit sectio communis, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



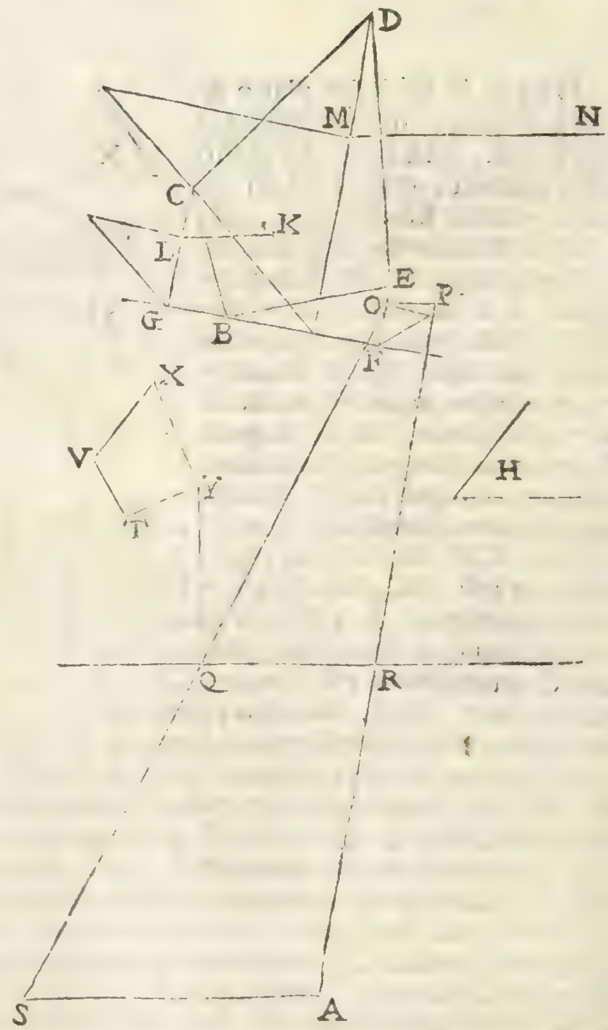
Data sit in subiecto plano figura BCDE, quæ intelligatur æqualis ei, quæ subiecto plano est inclinata, quæ quidem ad eam partem sit descripta, ad quam est inclinata. sitque inclinationis angulus H; sitq; punctum B in subiecto plano; sitque FBG linea, quæ subiecti plani, ac datæ figuræ sit communis sectio. oportet puncta in subiecto plano, vbi ab angulis figuræ in ipsum perpendiculares cadunt, & supra eadem puncta angulorum altitudines inuenire. Ducatur à puncto C ad FG perpendicularis CG; deinde fiat angulus CGK æqualis angulo H; fiatque GK æqualis ipsi GC; ducaturque KL ad CG perpendicularis. Dico primùm punctum L esse, vbi ab angulo C (quando figura data est suo loco inclinata) in subiectum planum perpendicularis cadit, insuperque puncti C altitudinem esse lineam LK. si enim manente GL intelligamus triangulum KGL subiecto plano erectum; linea LK erit subiecto plano erecta. deinde intelligamus figuram BCDE vnà cum linea GC, manentibus punctis BG, eleuari, donec sit subiecto plano inclinata in angulo H; tunc erit punctum C in puncto K. nam cùm linea LK sit subiecto plano erecta, sitque LG ipsi GF perpendicularis, erit & KG ipsi quoque GF perpendicularis; cùmque sit LGK inclinationis angulus, erit linea GK in plano figuræ inclinatæ BCDE. Cùm itaque GC sit æqualis GK, quando figura intelligitur eleuata, tunc lineæ GC GK erunt linea vna, ac propterea puncta CK erunt vnum tantùm punctum. quòd cùm sit LK subiecto plano erecta, erit punctum L, vbi cadit perpendicularis à puncto C in subiectum planum, & LK erit eius altitudo. eodemque modo fiat in alijs punctis, inueniemusque punctum M, vbi cadit perpendicularis à puncto D; eritque MN eius altitudo. similiter inuenietur punctum O, vbi perpendicularis cadit ab E, & OP eius altitudo existet. quod facere oportebat.

43. sexti libri Pappi.

Neque aliter, si B non contingeret subiectum planum, inuenietur, vbi in subiectum planum ab ipso perpendicularis cadit vnà cum altitudine.

PROBLEMA PROPOSITIO IIII.

Oculo dato, dataque figura plana rectilinea subiecto plano inclinata, in proposita sectione apparentem figuram describere.



Exponantur eadem, sitque S punctum distantiç, SA occuli altitudo, sitque QR sectionis linea ipsi SA æquidistans. oportet in sectione figuram apparentē describere. Cùm enim sint puncta LMO, vbi ab angulis figuræ in subiectū planum perpendiculares cadunt, exponantur eorum altitudines LK MN OP ipsi QR æquidistantes. vt in vndecima pręcedentis libri diximus. primùmque inueniatur punctum T, quod in sectione repræsentet ipsum B. Deinde inueniatur punctum Y, quod ostendat punctum supra O perpendiculariter existens altitudine OP, lineis nempe OS PA QY. Porrò repræsentabit punctum Y datæ figuræ punctum E, quando figura est subiecto plano inclinata in angulo H. eademque prorsus ratione inueniatur punctū X, quod ostendat punctum supra M altitudine MN. inueniatur; similiter punctum V, quod punctum supra L altitudine LK repræsentet. puncta vtique XV figuræ inclinatæ puncta DC repræsentabunt. Itaque iungantur puncta TVXY, nimirum figura TX datam figuram, quando est subiecto plano inclinata in angulo H, repræsentabit; eritque ob id TX figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

25. secundi huius.

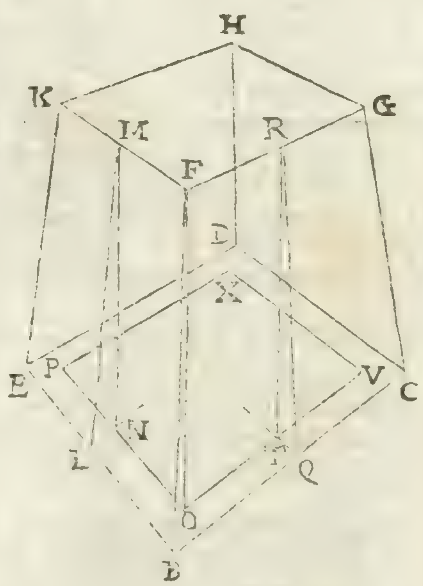
Quoniam

Quoniam autem de solidis rectilineis sermo habendus est, ideo Datum solidum intelligimus, quando eius omnia latera, omnesque laterum plani anguli noti sunt.

Ex qua cognitione solidorum ichnographiam, vt initio huius dictum est, inueniemus.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Dato solido quadrilateris contento, cuius basis sit in subiecto plano, sitque alterum planum basi parallelum, cæterorumque planorum cum plano basis inclinationum anguli sint dati; vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares, eorumque altitudines inuenire.



Datum solidum sit BCDE FGHK quadrilateris contentum. sitque basis BD in subiecto plano, FH verò sit ipsi BD æquidistans; quorum quidem planorum latera FG BC, GH CD, & reliqua erunt interse parallela (quoniam plana FH BD secantur plano BG, & ob id erunt BC FG parallelæ; & ita in alijs.) Deinceps dati sint inclinationum anguli planorum BG BD, & BK BD, &c. oportet vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Sumatur in quauis linea plani BD, vt in BE, quoduis punctum L; & in plano BK ducatur LM ad BE perpendicularis. rursus ab L eidem BE in plano BD, hoc est in subiecto plano, perpendicularis agatur LN, quæ quidem LN vtrinque producatur, sumaturque MLN angulus ad eam partem, vbi est acutus. erit vtique MLN inclinationis angulus planorum BK, & subiecti plani. Deinde ducatur MN perpendicularis ad LN; & a puncto N ducatur ONP æquidistans ipsi BE. Parique ratione sumpto puncto Q in linea BC, & in BG BD ducantur QR QT ipsi BC perpendiculares; ducaturque RT ipsi QT perpendicularis, deinde per T li-

16. vndecimi.

6. Def. vndecimi.

nea ducatur VTO ipsi BC parallela, eademque prorsus ratione inueniantur VX XP ipsis CD DE parallelæ. Dico perpendiculares à punctis FGHK in subiectum planum ductas in punctis OVXP cadere, esseque altitudines punctorum æquales ipsi MN. Quoniam igitur FK BE sunt parallelæ, atque BE OP itidem parallelæ; erit OP ipsi FK æquidistans. at verò quoniam ML est perpendicularis BE, ipsique BE perpendicularis est etiam LN in plano BD, & est MN ipsi LN perpendicularis; erit MN plano BD, hoc est subiecto plano erecta. quare angulus MNO rectus existit. quòd cùm sint OP FK parallelæ, erit NMF rectus angulus; si igitur fiat NO æqualis MF, iunctaque FO, erit vtique FO ipsi MN æqualis, & æquidistans. vnde erit FO subiecto plano erecta. At verò quoniam punctum F in linea quoque FG reperitur ipsi BC parallela, similiter ostendetur perpendicularem FO cadere in linea TO, esseque FO æqualem RT; sed FO ostensa est æqualis MN, ergo MN RT interse sunt æquales. constat igitur ex his punctum F cadere, vbi lineæ OP OV se inuicem secant, vt in O. eademque prorsus ratione ostendetur punctum G cadere in V, & H in X, & K in P; eorumque altitudines esse æquales ipsi MN, hoc est omnes punctorum FGHK altitudines supra subiectum planum esse interse æquales.

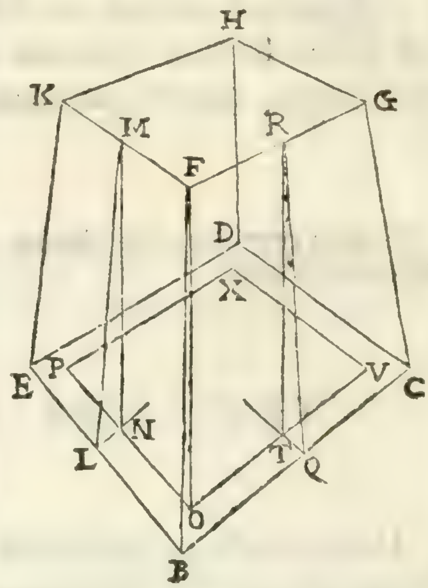
9. vndecimi.

Ex 11. vndecimi.

Ex 29. primi.

33. primi.

8. vndecimi.



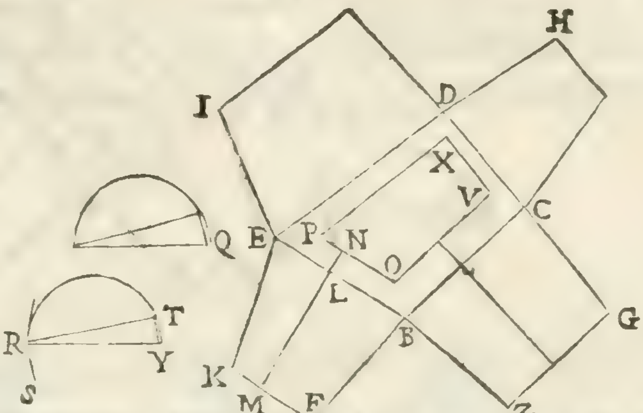
Hinc colligere licet, si planorum BK BG CH DK cum BD inclinationum anguli fuerint æquales, tunc inuenta tantùm (vt dictum est) OP, deinde ducatur OV, quæ æqualiter sit distans à BC, veluti OP à BE, ducanturque similiter VX XP æqualiter à CD DE distantes, vt OP à BE, erunt hoc modo inuenta puncta OVXP, vbi scilicet cadunt perpendiculares à punctis FGHK in subiectum planum. nam si angulus RQT est æqualis MLN, quoniam anguli QTR LNM sunt recti, & æquales, lineaque RT est ipsi MN æqualis (vt ostensum est) erit triangulum triangulo, lineaque QT ipsi LN æqualis. quare VO æqualiter distat à CB, veluti OP à BE. eodemque modo ostendetur VX XP æqualiter à CD DE distare, vt OP à BE.

26. primi.

Hic quoque obseruandum occurrit, eandem posse fieri praxim si loco inclinationum anguli RQT MLN data fuerit proportio RQ ad QT, & ML ad LN. ex hoc enim inueniri facile potest perpendicularis MN, & perpendicularis RT. siquidem LM rectum angulum subtendit, veluti QR.

Præterea si supra planum GK aliud fuerit similiter datum solidum, quorum quadrilatera sint plano GK inclinata, eodem modo supra planum GK inueniemus punctorum altitudines, quibus addantur altitudines punctorum FGHK, quæ sunt interse æquales (vt ostensum est) eruntque similiter inuentæ punctorum altitudines supra planum BD. ex quibus, vbi ab ipsis cadunt perpendiculares in planum BD, inuenire non erit difficile.

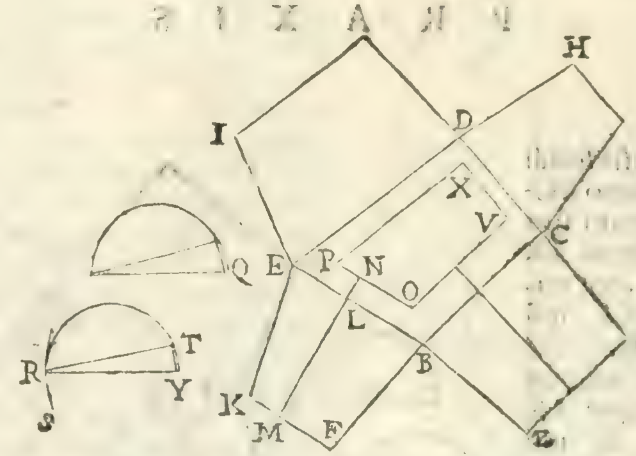
P R A X I S.



Data ſit baſis ſolidi in ſubiecto plano BCDE, circa quam ſint data quadrilatera BK BG CH DI. erit vtique linea KF ipſi BE æquidiſtans, GZ ipſi BC, & reliquæ reliquis. eritque BK æqualis EI, BF ipſi BZ, &c. ſiquidem ſi intelligantur plana DI BK BG CH eleuata ſuis locis, lineæ EK EI ſimul conuenient, veluti BF FZ, &c. Angulus autem inclinationis planorum BK BD datus ſit Y; planorum verò BG BD ſit Q; ſumatur in BE quoduis punctum L; ducaturque LM in quadrilatero BK ipſi BE perpendicularis; deinde fiat YR æqualis LM; deſcribaturque ſemicirculus YTR, qui ſecet lineam YT in T, iungaturque RT; deinde tanquam in ſubiecto plano ducatur LN ipſi BE perpendicularis, quæ ad eam partem ducatur, vbi eſt inclinatio planorum BK BD; fiatque LN æqualis YT; porrò erit MN recta linea; & à puncto N ducatur ONP parallela BE; perſpicuum eſt à ſolidi punctis FK in ſubiectum planum perpendiculares ductæ in linea OP cadere, eorumque altitudines eſſe ipſi TR æquales. eodemque prorſus modo, ſi fuerit planorum BG BD inclinatio Q, inueniatur linea OV ipſi BC parallela. vnde conſtat punctum F in ſubiectum planum perpendiculariter cadere in O, cuius altitudo eſt TR. Parique ratione ſi deſcribantur reliqui anguli inclinationum, inuenientur lineæ VX XP ipſis CD DE parallelæ; eritque propterea V vbi cadit perpendicularis à puncto G; X verò vbi à puncto H, & P vbi à puncto K. quorum quidem altitudines omnes ſunt ipſi TR æquales. quod facere oportebat.

Quòd ſi dati inclinationum anguli planorum cum baſi fuerint interſe æquales, inuenta tantùm linea OP, vt dictum eſt, ducantur OV VX XP, quæ æqualiter diſtent à BC CD DE, veluti OP à BE; erunt vtique puncta OVXP inuenta. altitudines autem ſunt ſimiliter ipſi TR æquales.

Quòd ſi loco dati inclinationis anguli Y, data fuerit proportio linearum LM LN, quæ quidem ſimiliter ductæ ſunt ipſi BE perpendiculares, ex puncto N duci poteſt ONP ipſi BE æquidiſtans; & vt inueniatur altitudo puncti M, quoniam LM eſt ea linea, quæ ſubtendit angulum rectum, exponatur YR æqualis LM, fiatque ſemicirculus YTR, in quo applicetur linea YT æqualis LN, patet ducta TR, angulum T eſſe rectum, vnde angulus ad Y erit inclinationis angulus plani BK, & baſis BD; eritque ob id TR altitudo puncti M, quod intelligitur eſſe ſupra N. Quapropter cætera eodem modo fient; & hac ratione, ex data proportione in alijs planis eadem inueniri poterunt.



Sed hoc quoque modo fieri poterit, nempe exponatur TY æqualis LN, ipsíque perpendicularis, ducatur TR, & centro Y secundùm longitudinem LM describatur circunferentia RS, quæ TR secet in R, erit similiter inuenta TR, quæ altitudinem puncti M ostendet.

COROLLARIVM.

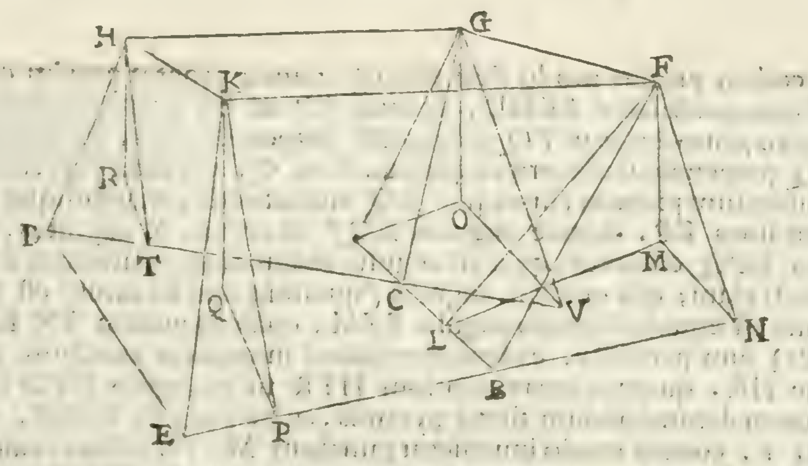
Ex hoc constat eadem similiter inueniri posse, etiam si basis BD fuerit vel trilatera, vel pentagona, vel quomodocunque; dummodo, quæ circa basim sunt plana, sint quadrilatera.

Ex his inuentis figuris BD OX, cum datæ sint altitudines punctorum supra POVX perpendiculariter existentium, quæ quidem altitudines sunt interse, & ipsi TR æquales, facillimum erit data sectionis linea, punctóque distantiæ, oculíque altitudine data, figuram apparentem describere.

Hanc quoque apparentem figuram ex quarta huius propositione inueniemus, describendo in sectione figuras BG BK DI CH, quarum inclinationes datæ sunt.

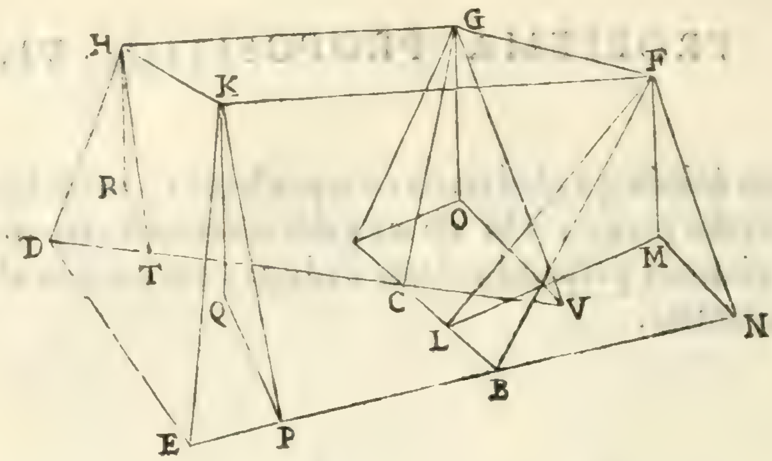
PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

Dato solido quadrilateris compræhenso, cuius basis sit in subiecto plano, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



Sit solidum BCDEFGHK quadrilateris constans, cuius basis BCDE sit in subiecto plano. oportet vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducatur à puncto F ad BC perpendicularis FL, quæ erit in plano quadrilateri BFGC. deinde in subiecto plano ipsi BC perpendicularis ducatur LM. si igitur à puncto F in subiectum planum perpendicularis ducatur, cadet vtique in linea LM. similiter ab F ad lineam BE perpendicularis ducatur FN, *Ex 11. vndecimi.* quæ erit in plano quadrilateri BFKE, & à puncto N ipsi BE in subiecto plano perpendicularis ducatur NM; eadem ratione perpendicularis à puncto F in subiectum planum ducta, cadet in NM. ergo in puncto M, vbi lineæ LM NM se inuicem secant, cadit perpendicularis à puncto F in subiectum planum. quare iuncta FM, erit FM subiecto plano erecta. Et quoniam inuenta sunt puncta LM, data erit positione linea LM. quare trianguli FLM lineæ FL LM longitudine sunt notæ; angulusque FML est cognitus, cùm sit rectus; angulus igitur FLM notus existet. qui est angulus inclinationis plani FBCG, & subiecti plani; cùm sint LF LM *6. Def. vndecimi.* ipsi BC planorum communi sectioni perpendiculares; ac propterea FM altitudo puncti F nota erit. Parique ratione inuenietur punctum O, vbi cadit perpendicularis à puncto G in subiectum planum, lineaque GO erit eius altitudo. Vt autem inueniatur, vbi à puncto K perpendicularis

cadit,

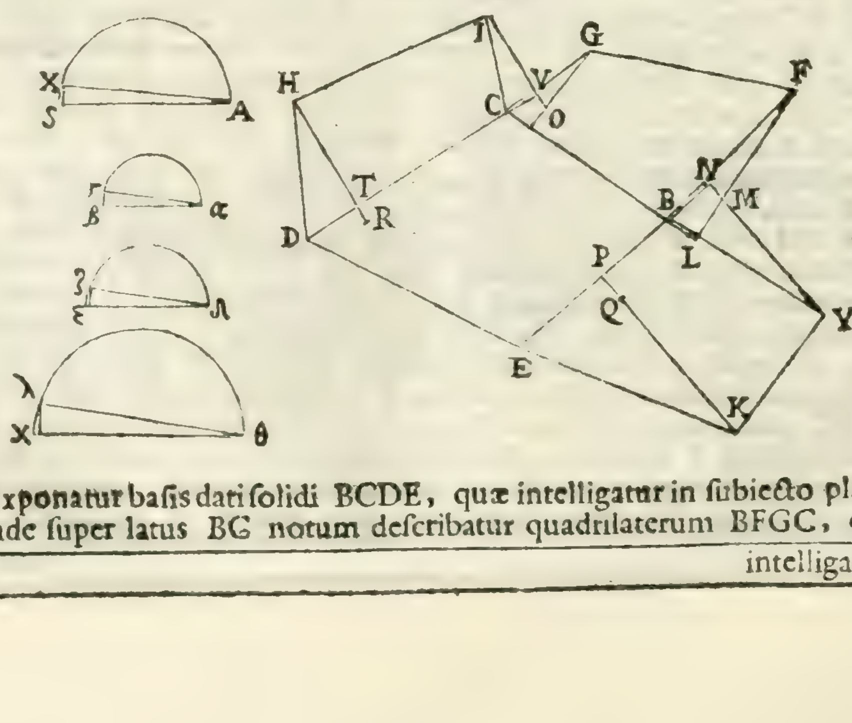


cadit, eodem prorsus modo fieri poterit. tamen propter praxim omissa cognitione quadrilateri EKHD, ducatur KP ad BE perpendicularis, & in subiecto plano ducatur PQ eidem BE perpendicularis, ductaque KQ ipsi PQ perpendicularis, erit vtique punctum Q, vbi cadit perpendicularis in subiectum planum, lineaque KQ eius altitudo; trianguliique KPQ nota erit linea KP. deinde angulus KQP est rectus, & cognitus, angulus verò KPQ est notus, quia est angulus inclinationis planorum BFKE, & subiecti plani; qui quidem angulus (quamuis non sit datus) est cognitus, quia est æqualis inuento angulo FNM. quandoquidem FN KP, & NM PQ sunt parallelæ. eademque ratione inuenietur punctum R, lineaque HR. quippe cùm triangulum HTR sit triangulo GVO simile.

11 vndecimi.

Si autem datum solidum fuerit pyramis, cuius basis sit BCDE, vertex verò vt F. eodem modo inuenietur punctum M, vbi scilicet cadit à vertice in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo est FM.

P R A X I S.



Exponatur basis dati solidi BCDE, quæ intelligatur in subiecto plano; deinde super latus BG notum describatur quadrilaterum BFGC, quod intelligatur eſſe quadrilaterum dati ſolidi ſuper BC exiſtentis. ſimiliter deſcribatur quadrilaterum CIHD ſuper CD; erit vtique linea CI æqualis ipſi CG, cùm pro vna deſeruiant linea. Nam ſi intelligantur quadrilatera CF CH ſuo loco eleuata, lineæ CG CI in vnam tantùm coinciderent lineam. ſimiliterque deſcribatur quadrilaterum BYKE; quod ob eandem cauſam habebit lineam BY æqualem ipſi BF. His ita conſtitutis, à puncto F ad BC ducatur perpendicularis FL, & à puncto Y ad BE perpendicularis ducatur YN. rurſus à punctis LN ipſis BC BE perpendiculares ducantur LM NM, quæ vel eædem erunt cum FL YN, vel cum his in directum exiſtent; hoc eſt lineæ quidem FL YN ſiue productæ, ſiue non productæ concurrant in M, erit vtique punctum M, vbi cadit perpendicularis à puncto F, & à puncto Y. parique ratione inueniatur punctum O, vbi cadit perpendicularis à puncto G. Deinceps exponatur linea AS æqualis ipſi YN, & ſuper AS deſcribatur ſemicirculus AXS, applicceturque in ſemicirculo linea SX æqualis ipſi NM; iungaturque AX, quæ quidem (cùm ſit AXS angulus rectus in ſemicirculo) ex dictis erit altitudo ipſius Y, & puncti F ſupra M, eritque angulus ASX angulus inclinationis plani BK, & ſubiecti plani. vt patet, ſi intelligatur linea SX in NM, & punctum X in M, lineaque XA erecta ſupra ſubiectum planum concipiatur, tunc ſi intelligãtur plana BG BK ſuo loco eleuata, erunt vtique puncta FYA vnũ punctum. & ob id erit AX altitudo puncti F, vel Y; & ASX inclinationis angulus exiſtet, vt dictum eſt. Eodemque modo exponatur linea αβ æqualis IV, & in ſemicirculo applicetur βγ æqualis VO, iunctaque αγ, erit hæc altitudo puncti G, & ipſius I ſupra O, eritque αβγ inclinationis angulus plani CH, & ſubiecti plani. Ducatur præterea HTR ad CD perpendicularis, factaque linea δε æqualis HT, factoque ſemicirculo, fiat angulus δεζ æqualis angulo αβγ; iungaturque δζ; deinde fiat TR æqualis εζ, ſitque TR ad eam partem, ad quam eſt VO; nimirum erit punctum R, vbi cadit ab H in ſubiectum planum perpendicularis, lineaque δζ erit eius altitudo. eodemq; modo ducatur KP ad BE perpendicularis, ipſiq; æqualis; exponaturq; θχ, deſcriptoq; ſemicirculo, fiat angulus θχλ æqualis angulo ASX; iungaturque θλ; deinde fiat PQ æqualis χλ; ſitque PQ ad eam partem, ad quam eſt NM; erit vtique punctum Q, vbi cadit perpendicularis à puncto K in ſubiectum planum; lineaq; θλ erit eius altitudo. Inuenta igitur ſunt in ſubiecto plano puncta MORQ, altitudines verò ſunt AX αγ δζ θλ. quod facere oportebat.

COROLLARIVM I.

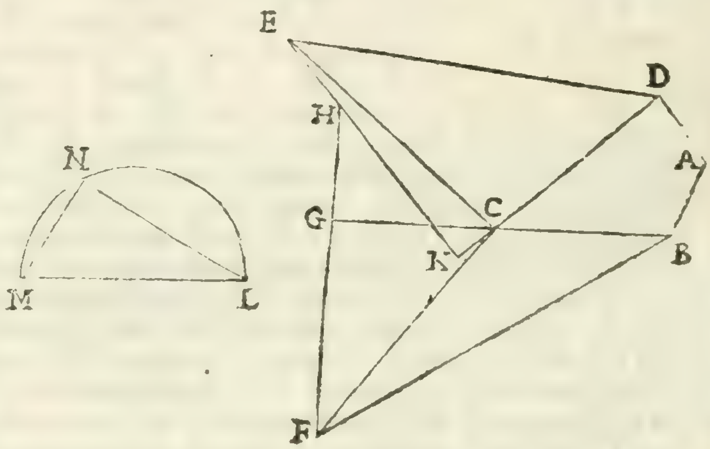
Hinc patet, ex dato huiuſmodi ſolido inclinationum angulos cuiuſlibet quadrilateri, & plani baſis, & ad quam partem inclinent, inueniri poſſe.

Plani enim BK, & BD inclinatio inuenta eſt angulus ASX, quæ quidem inclinatio eſt ad partem MQ extra baſim, & ita in alijs.

COROLLARIVM II.

Ex hoc patet etiam, si basis dati solidi fuerit trilatera, siue multilatera, eodem modo, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines, nec non planornm cum basi inclinationes, inueniri posse.

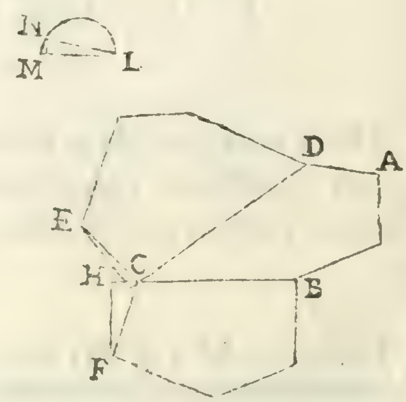
Simili modo fiet de pyramide.



Vt si data fuerit pyramis, cuius basis ABCD, describantur triangula DCE BCF; nimirum lineæ CE CF latus pyramidis ostēdent; ductisque in directum BCG, DCK, ad quas ducantur perpendiculares FG EK, quę se inuicem secent in H, à pyramidis vertice in subiectum planum perpendicularis cadet in H. Vt autem inueniatur altitudo, fiat LM æqualis FG, factoque semicirculo LNM, in ipso applicetur MN, quæ sit æqualis GH, iungaturque LN; erit vtique LN altitudo verticis pyramidis.

COROLLARIVM III.

Ex his quoque perspicuum est, si figuræ BCF CDE fuerint pentagonæ, ac multilateræ, eodem modo puncti lateris communis, & punctum H in subiecto plano, & altitudinem LN, præterea inclinationis angulos planorum cum basi eodem modo inueniri posse.

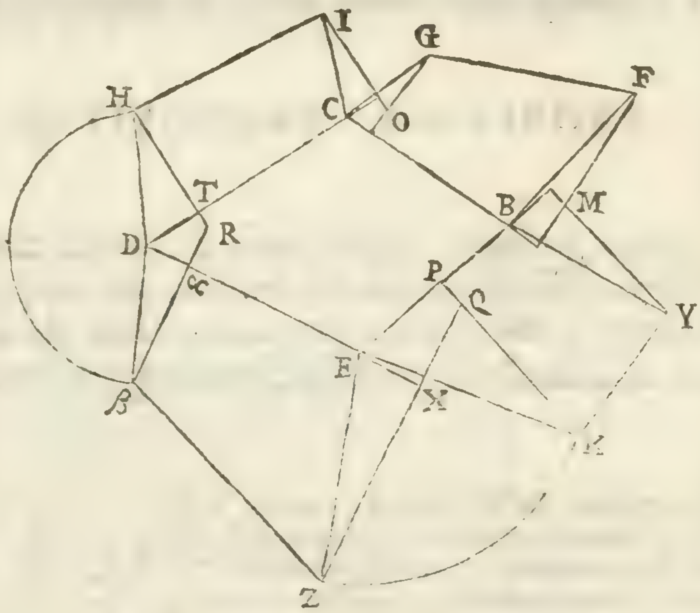


Est .n. in his cōmune latus CE CF.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

Dato solido quadrilateris circa basim compræhenso, cuius quidem quadrilatera vno excepto sint data, reliquum quadrilaterum inuenire.



Sit data dati solidi basis BCDE, quę intelligatur in subiecto plano; dataq; sint tria quadrilatera BEKY BFGC CIHD. oporteatque quadrilaterum lateris DE inuenire; ex præcedenti puncta inueniantur MORQ. vbi scilicet à punctis FI HK in subiectum planum perpendiculares cadunt. cæteraque eodem prorsus modo exponantur. Deinde à puncto Q ad ED perpendicularis ducatur QX; rursus à puncto X eidem ED perpendicularis ducatur XZ; erit vtique QXZ recta linea, & quoniam latus quadrilateri, quod quæritur, est æquale ipsi EK, ideo centro E, interuallo quidem EK circulus describatur KZ, qui lineam XZ secet in Z, iunctaque EZ, erit vtique EZ ipsi EK æqualis. Pariqúe ratione ducatur à puncto R ad DE perpendicularis Rα, rursusq; à puncto α eidem DE perpendicularis ducatur αβ. & quoniam latus quadrilateri, quod quæritur, est ipsi DH æquale, idcirco facto centro D, interualloque DH, circulus describatur Hβ, iunganturque Dβ βZ; erit sanè DEZβ quadrilaterum quæsitum, vt ex præcedenti demonstratione patet. est enim punctum Q, vbi in plano basis cadit perpendicularis à punctis K Z, punctum verò R, vbi cadit à punctis Hβ, si enim quadrilatera BK BG CH DZ intelligantur suo loco eleuata, ambo simul puncta FY, GI, Hβ, KZ vnà conuenient. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

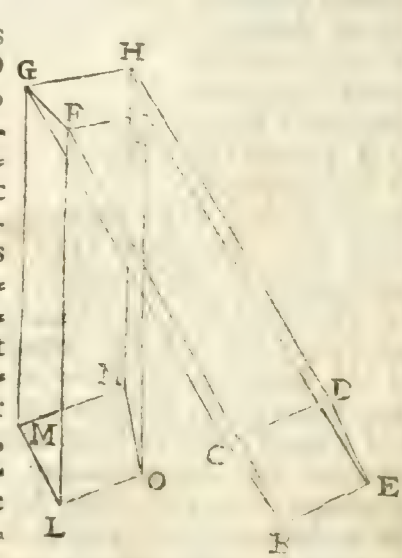
Ex hoc liquet quadrilateri DZ, ac basis BD inclinationem, eamque, ad quam partem vergat, inueniri posse.

Vt in præcedenti prorsus.

Hæc, quæ diximus, omnibus quoque prismatibus deseruire posse non est ambigendum, tamen in ipsis quandoque faciliùs fiet hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Dato prismate, cuius basis sit in subiecto plano, eius verò parallelogramma vel omnia, vel aliqua non sint rectangula, vbi cadunt perpendiculares ab angulis alterius basis in subiectum planum, eorumque altitudines inuenire.



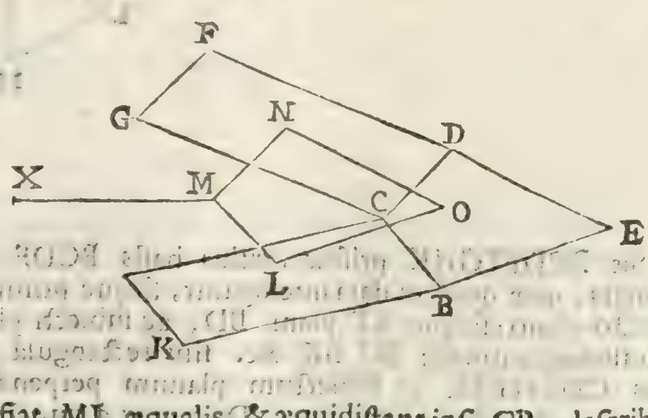
Sit prisma BCDEFGHK, cuius basis BCDE sit in subiecto plano, figuræque BD FH sint parallelæ; parallelogramma verò omnia, vel saltem aliqua non sint rectangula. oportet, vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, ac eorum altitudines inuenire. Non sit parallelogrammum BCGF rectangulum, cuius quidem, & subiecti plani est communis sectio BC. vel enim planum BG est erectum subiecto plano, vel inclinatum. sit quomodocunque; à punctisque FG in subiectum planum perpendiculares ducantur
2. *vel* 3. *huius.* FL GM; iungaturque LM. dataq; LM, describatur figura LMNO similis, & similiter posita, vt BCDE. iunganturque KO HN. Dico puncta LMNO esse puncta, vbi cadunt ab angulis FGHK in subiectum planum perpendiculares, lineasq; FL GM HN KO angulorum altitudines existere. primùm enim ex constructione patet LM esse puncta, vbi cadunt perpendiculares à punctis FG; similiterque FL GM eorum esse altitudines. & quoniam BCGF est parallelogrammum,

logrammum, erit FG æqualis, & æquidiſtans ipſi BC. cum autem lineæ FL GM ſint ſubiecto plano perpendiculares, erunt interſe parallelæ; 6. *vndecimi.*
lineæ verò FG LM lineas FL GM coniungunt; ergo lineæ FG LM in eodem ſunt plano. Quoniam autem FG eſt æquidiſtans ipſi BC, erit 7. *vndecimi.*
FG ſubiecto plano æquidiſtans, vnde altitudines FL GM erunt inter ſe æquales; at ſunt etiam interſe parallelæ; ergo LM eſt ipſi FG æqualis, 33. *primi.*
& æquidiſtans. & quoniam BCDEFGHK eſt priſma, figuraque FGHK ipſi BCDE æqualis eſt, & æquidiſtans, & ſimiliter poſita, figura verò LMNO ſimilis eſt, & ſimiliter poſita, vt BCDE; erit igitur LMNO ipſi FGHK ſimilis, & ſimiliter poſita. eſt autem LM ipſi FG æqualis, ergo figura LMNO eſt ipſi FGHK æqualis, & ſimiliter poſita. at verò quoniam FG eſt æqualis, & æquidiſtans BC, erit & LM ipſi BC æqualis, 9. *vndecimi.*
& æquidiſtans, ex quo ſequitur figuram LMNO eſſe ipſi BCDE æqualem, & ſimiliter poſitam. Denique quoniam FGHK eſt baſi, hoc eſt ſubiecto plano æquidiſtans, erunt altitudines FL GM HN KO interſe Ex 1. *huius.*
æquales. puncta igitur LMNO ſunt, vbi ab angulis figuræ FGHK in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, & FL GM HN KO ſunt eorum altitudines; quæ quidem interſe ſunt æquales. quod facere oportebat.

ALITER.

Iiſdem conſtructis. Quoniam enim FGHK eſt ſubiecto plano æquidiſtans, perpendiculares FL GM HN KO erunt interſe æquales, quæ quidem in ſubiectum planum cadent in figuram æqualem, & ſimiliter poſitam Ex 1. *huius.*
ipſi FH. ergo LMNO eſt æqualis, ſimiliterque poſita, vt FGHK. atqui FH eſt æqualis, ac ſimiliter poſita, vt BCDE. cadunt igitur perpendiculares in LMNO æquali, & ſimiliter poſita, vt BCDE. quod facere oportebat.

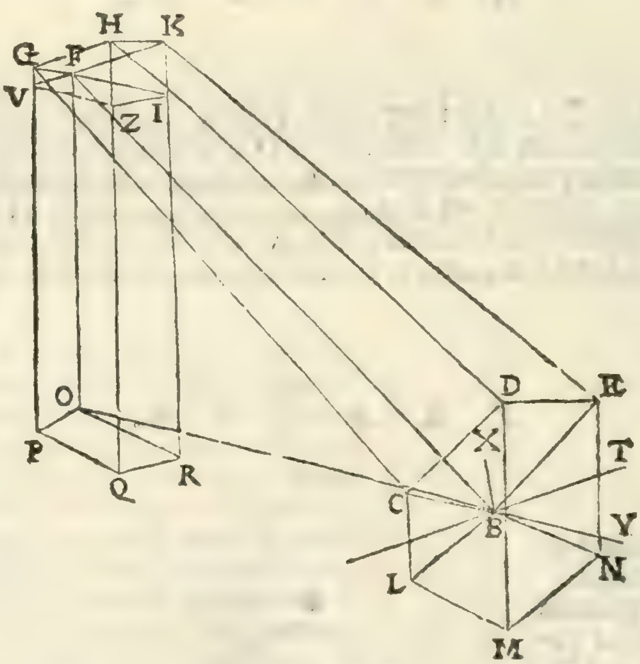
PRAXIS.



Sit in ſubiecto plano baſis priſmatis BCDE, cuius quidem duo deſcribantur parallelogramma CF CK. inueniaturque ex ſexta huius propoſitione punctum M, vbi nempe cadit perpendicularis à puncto G in ſubiectum planum; ſimulque inuenta ſit altitudo puncti G, quæ quidem ſit MX. deinde fiat ML æqualis, & æquidiſtans ipſi CB; deſcribaturque figura LMNO ipsi BCDE ęqualis, & similiter posita; erunt vtique puncta LMNO, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, quorum quidem altitudines sunt ipsi MX æquales. quod facere oportuit.

PROBLEMA PROPOSITIO. IX.

Dato prismatæ, cuius parallelogramma sint rectangula, basis verò sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, sitque communis sectio basis, subiectique plani data; vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares, eorumque altitudines inuenire.

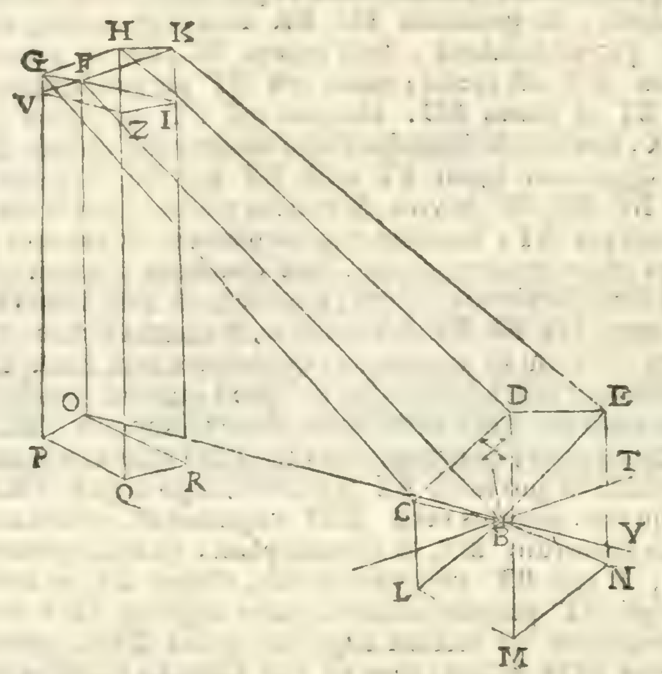


Sit BCDEFGHK prisma, cuius basis BCDE sit subiecto plano inclinata, quæ quidem data intelligatur, sitque primùm punctum B in subiecto plano; sitque BT plani BD, ac subiecti plani sectio communis. parallelogrammaq; BG BK &c. sint rectangula. oportet, vbi à punctis CDEFGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducantur à punctis CDE in subiectum

planum

planum perpendiculares CL DM EN. similiter à punctis FGHK 3. *huius.*
in idem planum perpendiculares ducantur FO GP HQ KR, quæ 11. *vndeci-*
quidem perpendiculares omnes sunt angulorum supra subiectum pla- *mi.*
num altitudines. & quoniam BG BK sunt rectangula, erit BF ip-
sis BC BE perpendicularis. sunt autem BC BE in plano BD, er- 4. *vndeci-*
go BF plano BD est erecta; quare ipsi BT perpendicularis existit, si- *mi.*
quidem est BT in plano BD. Ducatur ipsi BT in plano BD perpen-
dicularis BX, similiter in subiecto plano ducatur BY eidem BT perpen-
dicularis. Quoniam igitur BT ipsis BY BX BF est perpendicularis,
erunt lineæ BY BX BF in vno, & eodem plano; subiectum autem pla- 5. *vndeci-*
num pertransit per BT, subiectum igitur planum, & planum per BY BX *mi.*
BF transiens erunt inuicem erecta. Sed quoniam planum per BF FO 18. *vnde-*
transiens est subiecto plano erectum, siquidem est FO subiecto plano ere- *mi.*
cta; erunt lineæ FO FB BX BY in vno, & eodem plano. vnde produ-
cta BY cum FO in O conueniet. quandoquidem linea YB, ac pun-
ctum O in eodem sunt subiecto plano. quod quidem punctum O dabi-
tur. etenim cùm sit YBO recta linea, erunt tres anguli YBX XBF FBO
duobus rectis æquales; quorum, cùm sit XBF rectus, est enim FB pla-
no BD erecta, in quo linea BX reperitur, ergo anguli FBO XBY sunt
vni recto æquales. angulus verò XBY cognitus est, quoniam est angulus
inclinationis planorum BD, & subiecti plani. quandoquidem est BX in
plano BD, & ipsi BT perpendicularis, estque BY in subiecto plano
itidemque ipsi BT perpendicularis. quare angulus FBO dabitur, cùm
sit complementum ad rectum angulum ipsius XBY. deinde notus est
etiam angulus BOF rectus; cùm sit FO subiecto plano erecta. & datus
est prismatis latus BF; ergo trianguli BFO duo anguli ad BO dati erunt
cum latere BF. vnde linea BO data erit. ac per consequens punctum
O. Deinde ducatur planum per F subiecto plano æquidistans, quod
quidem lineam GP secet in V; HQ in Z, & KR in I. iunganturq;
que FVZI; erunt vtique lineæ FO VP ZQ IR interse æquales; cùm
planis diuidantur parallelis, lineæque FO GP HQ KR sint parallelæ,
propterea quod sunt subiecto plano erectæ. Quoniam igitur OF RI sunt
parallelæ, erit FI ipsi OR æqualis, & æquidistans. & ita aliæ. ex qui- 33. *primi*
bus sequitur figuram FVZI ipsi OPQR æqualem, & similiter positam *Ex præce-*
esse, cùm & latera, & anguli sint æquales. At verò quoniam BE FK ob *dnti.*
prisma sunt æquidistantes, & KIR EN similiter æquidistantes, sunt 6. *vndeci-*
enim subiecto plano erectæ; erit angulus BEN angulo FKI æqualis. an- *mi.*
gulus verò ENB rectus est æqualis recto KIF, latusque BE ob prisma 10. *vndeci-*
est lateri FK æquale; latus igitur FI lateri BN est æquale, & æquidistans *mi.*
quoque. propterea quod triangulum FKI triangulo BEN æquidistat; 26. *primi*
cùm lineæ FK KI sint lineis BE EN parallelæ, vt ostensum est. eadem-
que ratione ostendetur FV æqualem, & æquidistantem esse ipsi BL.
Quòd autem IZ sit æqualis, & æquidistans MN, patet, quia DE ob
prisma est æqualis, & æquidistans ipsi KH. lineæ verò EN DM sunt ip-
sis KI HZ parallelæ, sunt enim omnes subiecto plano perpendiculares,
quarum EN ostensa est æqualis ipsi KI. anguli deinde ENM DMN re-
cti rectis KIZ HZI sunt æquales, erit vtique quadrilaterum DENM qua-
drilatero HKIZ æquale, & similiter positum. Quare linea IZ ipsi NM
erit æqualis, & æquidistans. parique ratione ostendetur ZV æqualem, &
æquidistantem esse ipsi ML, ex quibus sequitur figuram FVZI æqualem,
& similiter positam esse, vt BLMN. sed OPQR est æqualis, & similiter
posita, vt FVZI; ergo figura OPQR æqualis est, & similiter posita, vt
BLMN. suntque OPQR, vbi à punctis FGHK in subiectum planum
perpendiculares cadunt, quorum quidem altitudines sunt FO GP HQ

KR.



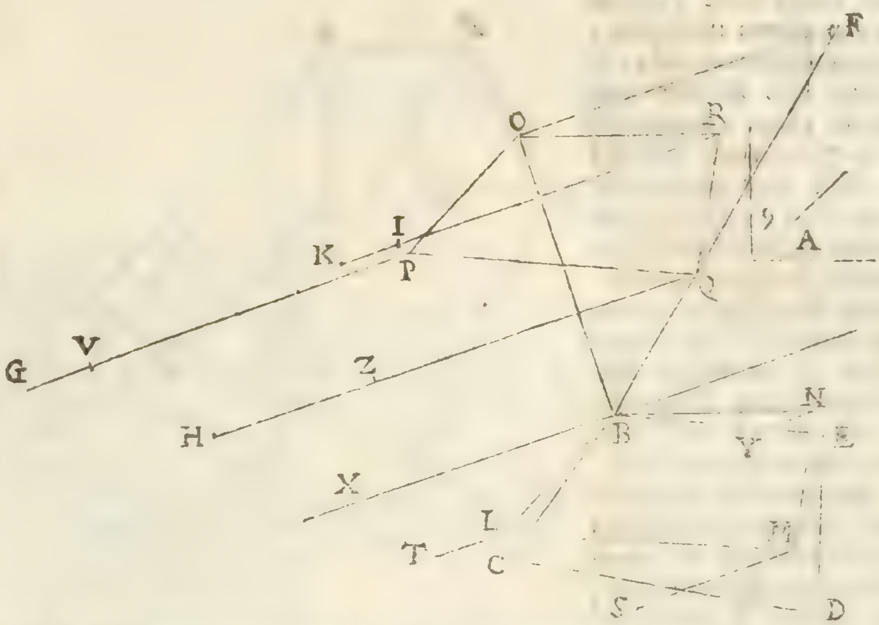
KR. sed quoniam KI est æqualis ipsi EN, erit KR maior, quàm EN quantitate IR. similiter ostendetur HQ maiorem esse DM quantitate ZQ. & GP maiorem, quàm CL quantitate VP. punctum autem F altiùs est, quàm B supra subiectum planum quantitate FO: & quoniam FO VP ZQ IR sunt ęquales, erunt altitudines punctorum FG-HK maiores, quàm altitudines punctorum BCDE quantitate FO: quę quidem est data, quoniam datum est triangulum BFO. vt ostensum est. quod facere oportebat.

Quòd si punctum B non tetigerit planum subiectum, simili modo omnibus altitudinibus addendo altitudinem ipsius B, omnia inuenientur.

PRAXIS.

Exponatur prismatis basis BCDE, tangatque primùm punctum B subiectum planum. Ducaturque BX, quæ sit communis sectio huius basis, & subiecti plani. horumque planorum inclinationis datus angulus sit A. Itaque inueniantur in subiecto plano puncta LMN, vbi nempè à punctis CDE in subiectum planum perpendiculares cadunt. quorum quidem altitudines sint LT MS NY. ducanturque lineæ BL LM MN NB. Deinde ducatur BO ipsi BX perpendicularis exponaturque angulus 9, 3. huius.

ita



ita vt ambo anguli A9 simul sumpti sint vni recto equales. Deinceps fiat OBF angulus angulo 9 æqualis. fiatque BF æqualis lateri dati prismatis; ducaturque FO ad BO perpendicularis; postea ducatur OP æqualis, & æquidistans ipsi BL, fiatque figura OPQR ipsi BLMN æqualis, & similiter posita. deinde ducantur PV, QZ, RI, quæ fiant ipsi OF æquales; ipsique PV adijciatur VG æqualis LT, ZH æqualis MS, & IK æqualis NY. erunt vtique puncta OPQR, vbi ab angulis alterius basis prismatis in subiectum planum perpendiculares cadunt. lineæque OF PG QH RK eorum altitudines ostendent.

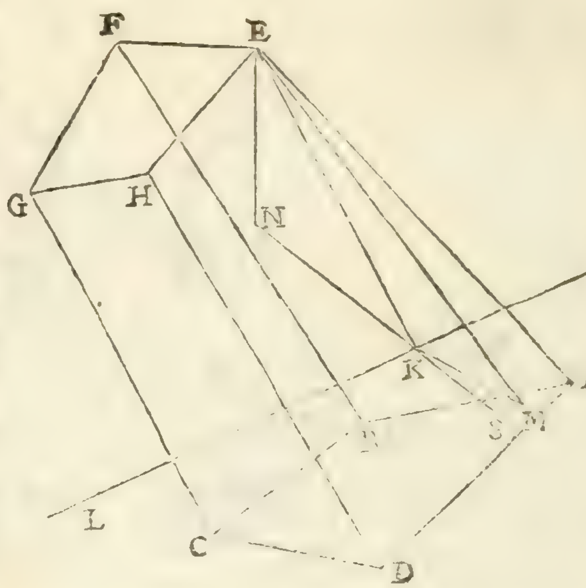
Si verò intelligatur punctum B non contingere subiectum planum, adijciatur ipsi B, & alijs altitudinibus altitudinem ipsius B altitudini æqualem; cæteris eodem modo factis, eruntque omnia, quæ proposita sunt, inuenta. quod facere oportebat. *Ex 3. huius*

PROBLEMA PROPOSITIO. X.

Dato solido, cuius basis sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, dataque sit communis sectio basis, ac subiecti plani, plana verò solidi circa basim figuras quadrilateras constituant; vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

Sit

Sit ABCDEFGH solidum, cuius basis AC sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, lineaque KL sit basis, ac subiecti plani communis sectio. plana verò BE BG CH AH sint quadrilatera. oportet, vbi ab angulis solidi AG in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducatur à puncto E ad basim AG perpendicularis EM; deinde ab M ad KL perpendicularis ducatur MK, quæ quidem erit in plano basis. deinde in subiecto plano itidem ipsi KL perpendicularis ducatur KN, cui à puncto E perpendicularis ducatur EN, & connectatur EK. Quoniam enim MK KN sunt ipsi KL perpendiculares, & est KM in plano basis, & KN in subiecto plano, erit MKN datus angulus inclinationis basis, ac subiecti plani; si tamen MKN est angulus rectus, vel acutus. quòd si est obtusus, producatur NK in S; tunc enim MKS erit angulus inclinationis. & quoniam EM est erecta plano AC, erit EMK angulus rectus, sed MK perpendicularis est ipsi KL, quæ quidem KL est in plano AC, ergo erit EK ipsi KL perpendicularis. at verò quoniam KL est tribus lineis KM KE KN perpendicularis, erunt lineæ KM KE KN in vno, & eodem plano. Vnde lineæ EM MK KN NE in vno quoque sunt plano. sed quoniam EK est ipsi KL perpendicularis, veluti quoque est KN, quæ quidem est in subiecto plano, & est EN ipsi KN perpendicularis, erit igitur EN subiecto plano perpendicularis, quæ quidem est altitudo ipsius puncti E; eritque punctum N, vbi ab angulo E in subiectum planum cadit perpendicularis. quod idem fiet alijs punctis FGH. Vbi verò ab angulis ABCD in subiectum planum cadunt perpendiculares, ex tertia huius inuenientur.



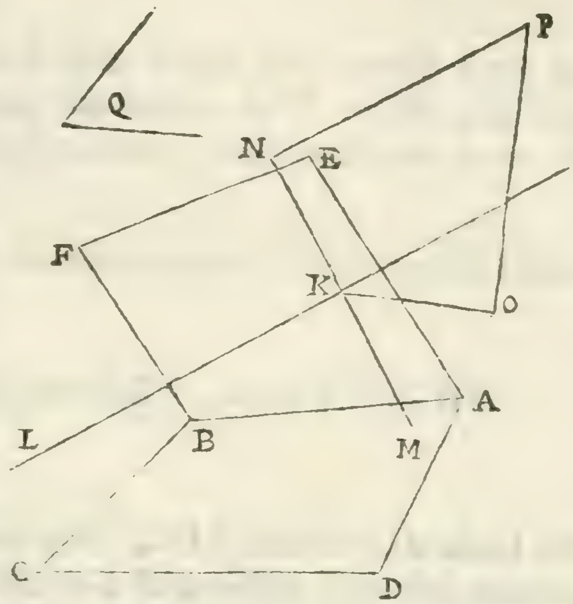
43. sexti Pappi. 5. vndecimi. Ex 2. vndecimi. 11. vndecimi.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet si datum solidum fuerit pyramis, eodem modo, vbi à vertice in subiectum planum perpendicularis cadit, eiusque altitudinem inueniri posse.

Vt si basis fuerit ABCD, vertex verò E

PRAXIS.



Exponatur basis ABCD, quæ intelligatur inclinata subiecto plano in angulo Q. sitque KL subiecti plani, ac basis sectio communis; vbi verò à punctis ABCD in subiectum planum perpendiculares cadunt, ex tertia huius propositione inuenietur. deinde describatur solidi quadrilaterum ABFE. & vbi à puncto E in basim AC perpendicularis cadit, punctum inueniatur M. quod fiet ex sexta huius, si in latere AD alterum solidi quadrilaterum describatur. deinde ex eadem inueniatur altitudo puncti E supra eandem basim, quæ sit OP. Ducatur. deinde MK ad KL perpendicularis. similiterque ducatur KN eidem KL perpendicularis, erit vtique MKN recta linea. & ad quam partem est inclinatio basis AC, ad eandem fiat angulus MKO æqualis Q. fiatque KO æqualis KM, exponaturque OP, quæ cum OK rectum angulum constituat; denique à puncto P ad KN perpendicularis ducatur PN, erit vtique punctum N, vbi cadit à puncto E in subiectũ planum perpendicularis; eiusque altitudo erit NP. vt perspicuum est, si intelligatur, manente KN, figura NPOK eleuata, ita vt PN sit subiecto plano erecta; intelligaturque ABCD eleuata in angulo Q; eritque tunc KM cum KO linea vna. denique intelligatur AEFB suo loco eleuata; eritque tunc punctum E in P. quod idem fiet alijs punctis dati solidi. quod facere oportebat.

COROLLARIVM I.

Vnde si datum solidum fuerit pyramis, cuius basis sit ABCD, ductaque esset linea BE, quæ vnà cum BA AE triangulum conſtitueret, ſimiliter manifeſtum eſt inueniri poſſe punctum N, vbi ſcilicet à vertice E in ſubiectum planum perpendicularis cadit cum ſua altitudine.

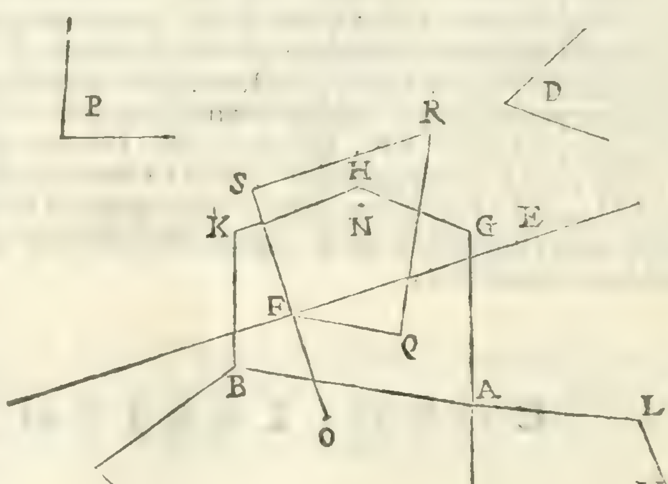
COROLLARIVM II.

Si verò figura AF fuerit multilatera, ſimiliter perſpicuum eſt, vbi ab E in ſubiectum planum perpendicularis cadit cum ſua altitudine, inueniri poſſe.

Eodem nanque modo inuenietur punctum N, cuiusque altitudo NP.

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

Sit baſis dati ſolidi ABC, duo verò plana multilatera lateribus AB AC adiacentia ſint AGHKB, & ALMC, vbi ab angulis figuræ AGHKB in ſubiectum planum perpendiculares cadunt cum ſuis altitudinibus inuenire.



Sit primùm baſis ABC ſubiecto plano inclinata in angulo D, quorum quidem planorum ſit cõmunis ſectio EF. Cùm enim ſint AG AL æquales, quæ quidem pro latere ſolidi deſeruiunt, ex proximo corollario inueniatur punctum N, vbi ab angulo G cadit in ſubiectum planum perpendicularis. Deinde inueniatur angulus P, angulus ſcilicet inclinationis plani AK cum baſi ABC. Cùm itaque inuen-

Cor. primum 6. huius.

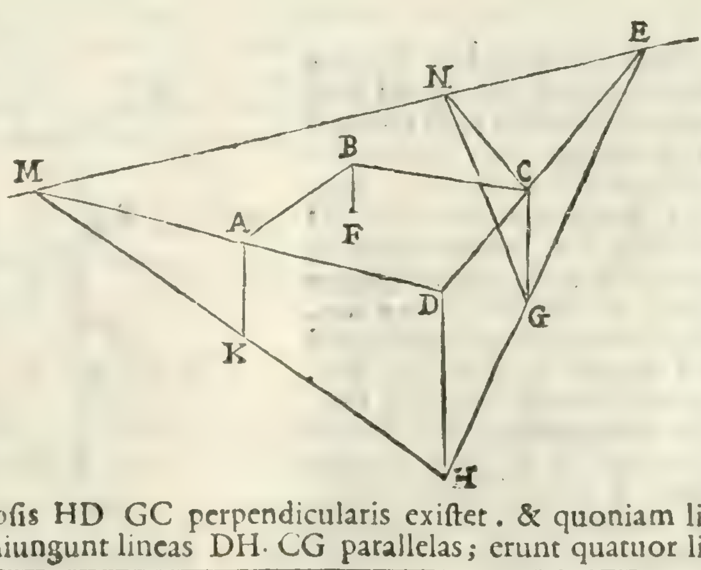
tus sit angulus P, inueniatur punctum O, vbi ab angulo H cadit perpendicularis in basim ABC, eiusque altitudo sit similiter inuenta QR. His ita constitutis ducatur OFS ad EF perpendicularis; fiatque angulus OFQ æqualis angulo D; fiatque FQ æqualis FO; constituaturq; QR ad angulos rectos cum FQ; ducaturq; RS ad OS perpendicularis; erit vtique punctum S, vbi cadit ab angulo H in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo est SR. huius quidem ratio eadem est, quæ est puncti G, vt ex præcedenti perspicuum esse potest. Idem quoque fiet puncto K. & ita in alijs. *Ex 6. huius.*

Si verò basis ABC est in subiecto plano, ex sexta huius propositione inueniatur angulus P inclinationis nempè planorum AK, & ABC, qui quidem angulus P in hoc casu erit inclinationis angulus plani AK, & subiecti plani, & AB horum planorum est sectio communis. vnde ex tertia huius propositione vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ AK in subiectum planum, facile est inuenire cum suis altitudinibus.

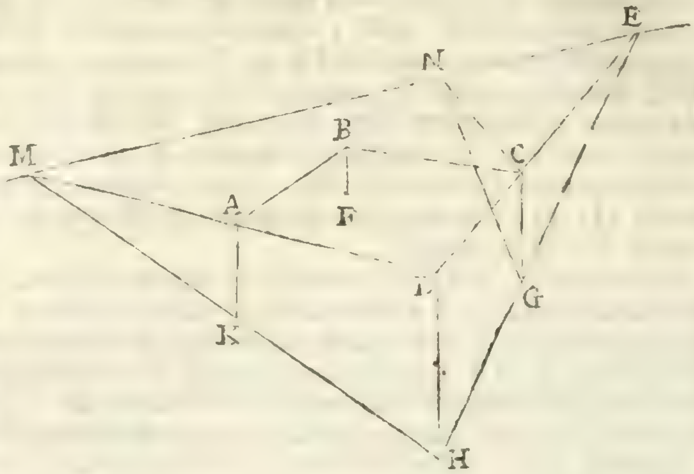
Quòd si ABC fuerit subiecto plano æquidistans, inueniantur similiter vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ AK in basim ABC, vnicuique altitudini addatur altitudò basis à subiecto plano, & factum erit, quod propositum fuerat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

Data figura rectilinea subiecto plano inclinata, datisq; punctis in subiecto plano, vbi ab angulis in ipsum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus; communem sectionem subiecti plani, ac plani inclinati, horumq; planorum inclinationis angulum inuenire.



Data sit figura ABCD subiecto plano inclinata. ab angulisque in subiectum planum perpendiculares cadant in FGHK; quorum altitudines datæ sint BF CG DH AK. oportet communem sectionem subiecti plani, ac plani BD, angulumque inclinationis horum planorum inuenire. Iungatur HG, quæ ipsis HD GC perpendicularis existet. & quoniam lineæ HG DC coniungunt lineas DH CG parallelas; erunt quatuor li- *Ex 7. vndecimi.*

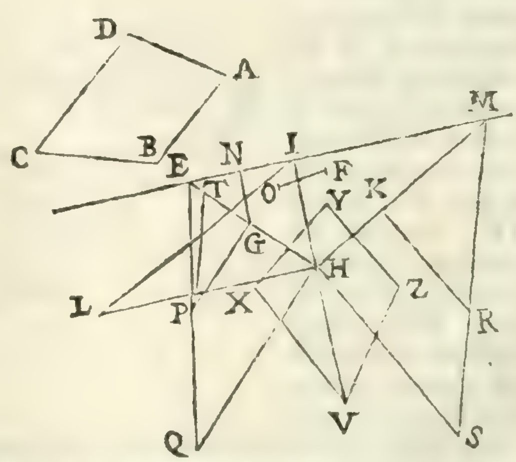


neæ DC CG GH HD in vno, & eodem plano. si igitur DC non est æquidistãs ipsi HG (quod erit, si HD GC non fuerint æquales) si producantur DC HG, simul vtique conuenient. producãtur itaque concurrantq; in E. Quoniam igitur punctũ E est in linea HG; erit E in subiecto plano. quia verò idem punctum E est in linea DC, erit punctum E in plano quoque BD. Parique ratione iungatur HK. quòd si HD KA non fuerint æquales, producantur HK DA, atque concurrant in M. similiter ostendetur, punctum M esse in subiecto plano, & in plano BD. Quare ducta EM, erit EM & in subiecto plano, & in plano BD; ac propterea est EM horum planorum sectio communis. Deinde ducatur GN ad EM perpendicularis; iungaturque CN. Quoniam igitur CG est subiecto plano perpendicularis, erit CGN angulus rectus; & est GN ipsi EM perpendicularis, erit igitur CN ipsi quoque EM perpendicularis. quare CNG inclinationis est angulus subiecti plani, ac plani BD. est enim CN in plano BD, siquidem punctum C, lineaque EM sunt in plano BD, lineaque GN est in subiecto plano.

43. sexti libri Pappi.
6. Def. vndecimi.

PRAXIS.

Data sit figura ABCD, quæ subiecto plano intelligatur inclinata, sed non suo loco collocata. ab angulis verò cadant perpendiculares in FGHK, quorum altitudines datæ sint FO GP HQ KR, quarum quidem duæ sumantur inęquales sibi proximæ, vt GP HQ, quæ constituantur ad rectos angulos ipsi HG ductæ. Iungaturque PQ. Deinde producantur HG QP, quæ concurrant in E; erit vtique punctum E, & in subiecto plano, & in dato plano inclinato. Deinceps aliæ similiter duæ altitudines sumantur, vt HQ KR; [illegible] ductæ KH constituantur ad angulos



gulos rectos. quod fiet, si fiat HS æqualis ipsi HQ, & ipsi HK perpendicularis. Determinet enim HS pro HQ. iungaturque SR; producanturque HK SR, quæ conueniant in M; ductaq; EM; erit EM communis sectio subiecti plani, ac plani inclinati. Itaque à puncto G ducatur GN perpendicularis ipsi EM. deinde ipsi GP ad rectos angulos ducatur GT, quæ cum HE coincidet; fiatque GT æqualis ipsi GN; iungaturque TP, erit sanè GTP inclinationis angulus subiecti plani, ac dati plani inclinati. quod facere oportebat.

Hic aduertendum est, quòd si ducta linea EM transiret per punctum F, tunc figura inclinata subiectum planum contingeret; essetque hoc punctũ absque altitudine FO.

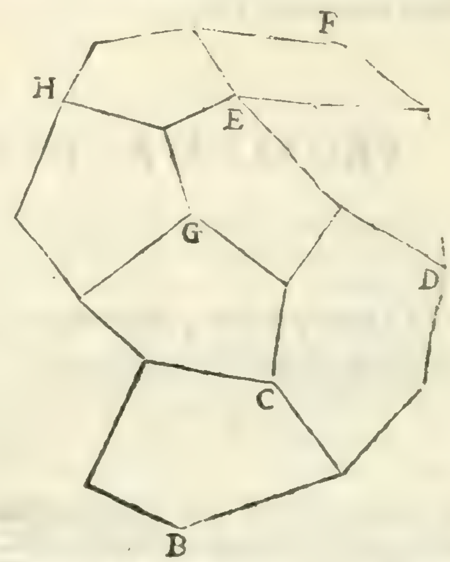
PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

Ijsdem positis, oporteat figuram ABCD suo loco in subiecto plano constituere.

Ducatur HI ad ME perpendicularis; deinde ducatur HL ad HI similiter perpendicularis, fiatque HL æqualis HQ; iungaturque IL; deinde fiat IV æqualis LI. eodemque prorsus modo fiat punctis GFK; ex quibus oriantur puncta XYZ. lineæque ducantur VX XY YZ ZV. Quoniam igitur ME est communis sectio subiecti plani, ac plani inclinati; ex tertia huius propositione punctum figuræ erit in linea IH. quia verò à puncto figuræ in subiectum planum perpendicularis cadit in H; erit altitudo præfati puncti in linea HL ipsi IH perpendicularis; quæ quidem HL sit æqualis HQ, vt supponitur. & quoniam IV est æqualis IL, erit V figuræ punctum, quod perpendiculariter in subiectum planum cadit in H, cuius altitudo est HL. & ita in alijs. Collocata est igitur figura VXYZ suo loco in subiecto plano; quæ quidem intelligi potest subiecto plano inclinata in angulo GTP, cuius, & subiecti plani sit communis sectio EM, ab angulisque figuræ in subiectum planum perpendiculares cadunt in punctis HGFK. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

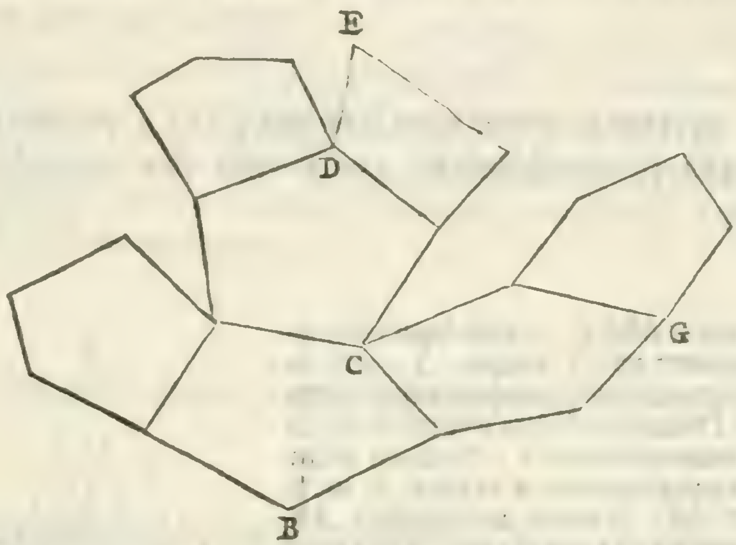
Dato solido ex pluribus datis quotcunque, & quomodocunque planis rectilineis constante, cuius quidem vnum sit, vel in subiecto plano, vel ipsi parallelo, vel inclinato, cuius inclinatio sit data. dataque sit huius plani, ac subiecti plani sectio communis, vbi ab angulis dati solidi in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



Datum sit solidum quomodocunque, cuius vnum planum sit BC; ipsiq; BC adiaciat planum CD, hoc autem sequatur planũ DE, quod quidem contingat planum EF &c. Rursus planum CG sit iuxta BC, deinde sit GE, postea EH, & HG (nunc autem sufficiat dati solidi partem ostẽdere) sit verò BC, vel in subiecto plano, vel ipsi æqui distans, vel ipsi inclinatum, cuius quidem inclinatio sit data, nec non ipsius BC, ac subiecti plani data sit cõmunis sectio. oportet vbi ab angulis dati solidi in subiectum planum perpendiculares cadunt, inuenire; simulque horum altitudines notas reddere. Primùm quidem inueniatur ex prima huius, si planum BC est subiecto plano æquidistans, vel ex tertia, si est inclinatum, vbi cadunt perpendiculares ab angulis ipsius BC cum suis altitudinibus in subiectum planum. Deinde, cùm sint data plana BC CD CG, inueniatur *Ex 6. huius.* inclinationis angulus planorum CD CB; & ex vndecima huius propositione vbi cadunt perpendiculares ab angulis plani CD in subiectum planum cum suis altitudinibus inueniatur. quod idem fiat plano CG; hoc est inuento inclinationis angulo planorum CG CB, vbi cadunt perpendiculares ab angulis plani CG in subiectum planum vnà cum suis altitudinibus inueniatur. Deinde quoniam data sunt plana GE GH, inueniatur *Ex 6. huius.* inclinationis angulus planorum GE GC. & quoniam sunt inuenta, & propterea nota sunt puncta, vbi ab angulis figuræ CG in subiectum pla- *12. huius.* num perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, inueniatur communis sectio plani CG, ac subiecti plani, horumque planorum inclinationis quoque angulus inueniatur, deinde ex vndecima huius inueniatur, vbi cadunt ab angulis figuræ GE in subiectum planum perpendiculares cum suis altitudinibus. quod idem quoque fiat plano GH. Postea eodem prorsus modo inuenta inclinatione plani GE ad subiectum planum, simulq; horum sectione communi inuenta, planorumque EH EG inclinationis angulo inuento, similiter, vbi ab angulis figuræ EH in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, inueniri poterunt. & ita in alijs, donec ex omnibus planis cognitis dati solidi, vbi ab omnibus angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus erunt inuentæ.

Quòd si contingeret, omnes alicuius plani (vt EH) perpendiculares in subiectum planum ductas, esse interse æquales, signum esset, planum EH esse subiecto plano æquidistans.

PRAXIS.



Exponatur primùm basis BC, quæ intelligatur, vel in subiecto plano existere, vel esse subiecto plano æquidistans, vel ipsi inclinata, cuius quidem inclinatio sit data. dataque sit horum planorum sectio communis. deinde datæ sint iuxta BC aliæ figuræ CD CG, postea inueniantur puncta, vbi ab angulis figurarum BC CD in subiectum planum perpendiculares cadunt. simulque eorum altitudines notæ reddantur. quod idem fiat cum alijs figuris, quæ sunt vndique circa basim BC. Deinde cùm sint nota puncta, vbi ab angulis figuræ CD in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, inueniatur angulus inclinationis figuræ CD cum subiecto plano, horumque planorum inueniatur communis sectio. Deinde collocetur figura CD suo loco vt in præcedenti dictum est, quæ intelligatur, tanquam basis. & quoniam cognitæ sunt aliæ figuræ dati solidi, quæ sunt iuxta CD, oportet eas describere iuxta CD suo loco collocata. atque his ita constitutis, inueniantur similiter, vbi ab harum figurarum angulis perpendiculares cadunt in subiectum planum, eorumque altitudines notæ fiant. Deinde accipiatur altera figura pro basi, quæ suo loco collocetur, & ita deinceps, donec inueniatur, vbi ab omnibus angulis dati solidi in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines notæ reddantur. quod facere oportebat.

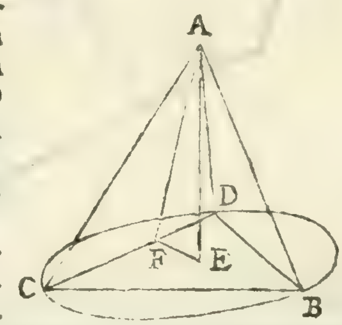
1. 3. 11. huius.

12. huius.

Ex iis, quæ dicta sunt, perspicuum est, vbi cadunt perpendiculares ab angulis quoque corporum regularium in subiectum planum *inuenire, eorumque altitudines notas reddere posse, vnde in sectione apparentes figuras describere non erit ignotum. Verùm quoniam faciliùs in aliquibus casibus describi possunt, idcirco hæc quoque prætermittenda non duximus.*

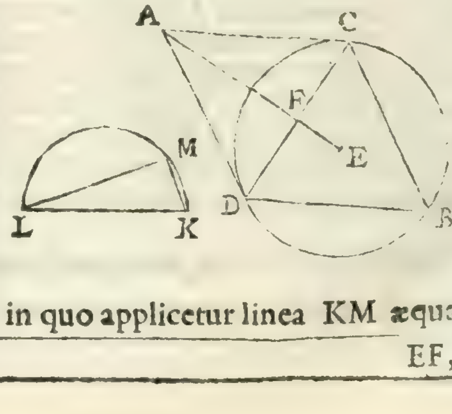
PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Data pyramide æqualium laterum, vbi á vertice in planum basis perpendicularis cadit cum sua altitudine inuenire.



Sit pyramis ABCD, cuius latera sint æqualia. oportet vbi à vertice A cadit in BCD perpendicularis, eiusque altitudinem inuenire. Describatur circa triangulũ BCD circulus, cuius centrum E. Primùm enim liquet, perpendicularem à vertice A in E cadere, vt AE. si enim intelligantur AB AD AC coni recti latera, erit AE axis. Deinde à puncto E ipsi CD perpendicularis ducatur EF. nimirum punctum F bifariam diuidet lineam CD: similiter à pun-
3. tertii. cto A ad CD perpendicularis ducatur, quæ quidem in F cadet, siquidem latera AC AD sunt æqualia. ducta igitur AF, erit ipsi CD perpendicularis. Itaque quoniam AE est plano BCD erecta, erit angulus AEF rectus, quòd cùm sint EF FA longitudine inuenta, erit AE nota.

PRAXIS.



Exponatur pyramis latus BC: fiatq; triangulum æquilaterũ BCD, circa quod describatur circulus, cuius centrum E. alterum deinde triãgulum æquilaterum constituatur DCA. ducaturq; AF ad CD perpendicularis; iungaturque EF, quæ similiter ipsi DC perpendicularis existet. Inuentisque lineis EF FA exponatur linea KL æqualis FA semicirculusque describatur KML, in quo applicetur linea KM æqualis

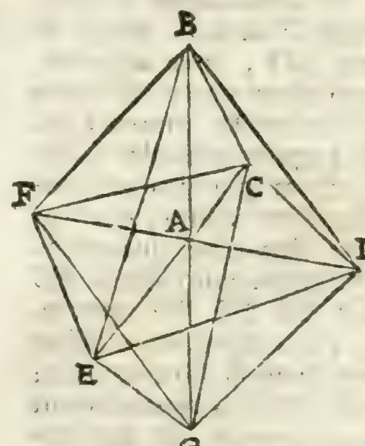
EF, iungaturque ML. quoniam enim angulus KML est rectus, ex demonstratis patet perpendicularem à vertice pyramidis in planum BCD in E cadere, eiusque altitudinem, ipsi ML æqualem existere. quod facere oportebat. 3. tertii.

De pyramide inclinata in decima huius propositione dictum fuit.

De Cubo similiter ex ijs, quæ in præcedenti libro, præcipuè in decimaquinta, & decimaseptima propositione dicta sunt, figuram apparentem inueniemus. Quòd si cubus fuerit inclinatus, ex decima huius propositione vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum cum suis altitudinibus inueniri poterunt; ex quibus apparentis in sectione figuræ facilis est descriptio.

PROBLEMA. PROPOSITIO. XVI.

Octaëdro dato, cuius linea oppositos angulos connectens sit subiecto plano erecta, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

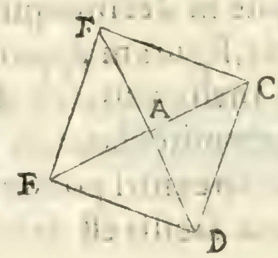


Datum sit octaëdrum BCDEFG. linea verò ducta BG sit subiecto plano erecta; sitque punctum G in subiecto plano. oportet, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Quoniam igitur octaëdri latera BC BD BE BF sunt æqualia, anguliique ad B sunt æquales; erit CDEF quadratum. ductis igitur diametris DF CE, linea BG per punctum A, vbi diametri se inuicem secant, transibit; quæ quidem erit plano CDEF erecta. sed BG supponitur esse subiecto plano erecta, ergo quadratum CDEF est subiecto plano æquidistans. ex quibus sequitur punctum A in subiectum planum perpendiculariter cadere in G, cuius altitudo est GA. similiter punctum B cadere in G, cuius altitudo est GB. puncta verò CDEF in subiecto plano cadere in alterum quadratum æquale, similiterque positum, cuius omnes altitudines sunt æquales ipsi GA. Quocirca quoniam propter octaëdrum 12. 7. decimi. 1. huius.

est æqualis AD ipsi AC, erit altitudo ipsius A, & per consequens punctorum CDEF à subiecto plano æqualis AD; puncti verò B altitudo erit æqualis duplæ AD, vt demonstrauit Euclides in decimaquarta propositione decimitertii libri elementorum.

PRAXIS.

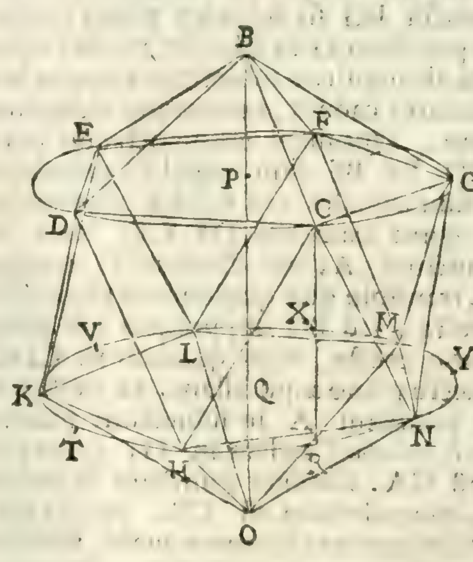
Exponatur octaëdri latus CD. describaturque quadratum CDEF; sitque punctum A, vbi diametri CE DF se inuicem secant. Itaque intelligatur A esse in subiecto plano; porrò altitudo punctorum CDEF erit ęqualis AD. reliqui verò puncti supra A altitudo erit dupla ipsius AD, quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Icosaëdro dato, cuius linea oppositos angulos nectens sit subiecto plano erecta, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

Sit icosaëdrum BCDEFGHKLMNO. sitque linea BO, quæ angulos oppositos nectit, subiecto plano erecta. oportet vbi ab angulis octaëdri in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Quoniam enim lineæ BC BD BE BF BG sunt æquales, triangulorumque anguli ad B sunt æquales; erit CDEFG pentagonum æquilaterum, & æquiangulum; circa quod circulus describatur, cuius centrum P. ex ijs autem, quę Euclides in decimotertio libro propositione decima



sexta

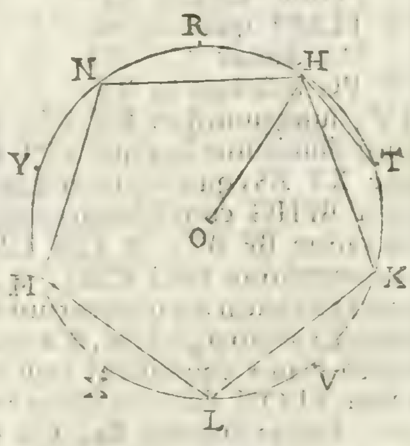
sexta demonstrauit, patet BO transire per centrum P, ac per centrum Q circuli circa HKLMN descripti. esseque BO planis CDEFG HKLMN erectam. quòd cùm sit BO subiecto plano erecta, erunt plana CDEFG HKLMN subiecto plano parallela. quare si intelligatur punctum O esse in subiecto plano; punctum B in subiectum planum perpendiculariter cadet in O. at verò quoniam ostendit Euclides in eodem loco, lineam OQ esse æqualem lateri decagoni in circulo HKN descripti; QI verò æqualem lateri hexagoni in eodem circulo descripti, & PB rursus æqualem lateri decagoni, hoc est ipsi OQ æqualem. erit altitudo puncti B supra O æqualis duobus lateribus decagoni vna cum latere hexagoni in circulo HKM descripti. Et quoniam planum HM est subiecto plano æquidistans, cadet pentagonum HKLMN in subiectum planum in alterum pentagonum æquale, & similiter positum. altitudinesq; punctorum HKLMN erunt æquales OQ, hoc est lateri decagoni in circulo HLN descripti. Postea diuidantur circunferentiæ NH HK KL LM MN bifariam in punctis RTVXY. ducta CR erit (ex eadem Euclidis propositione) plano circuli HLN erecta. quare punctum C in planum circuli HLN perpendiculariter cadit in R. Parique ratione ostendetur D in T, E in V, F in X, & G in Y cadere. Quare, cùm sit circulus HLM subiecto plano æquidistans, puncta CDEFG in subiectum planum cadent, tanquam in punctis RTVXY, quorum altitudines sunt æquales OP, hoc est lateribus decagoni, & hexagoni simul sumptis equales.

12. vndecimi.

ex 1. huius.

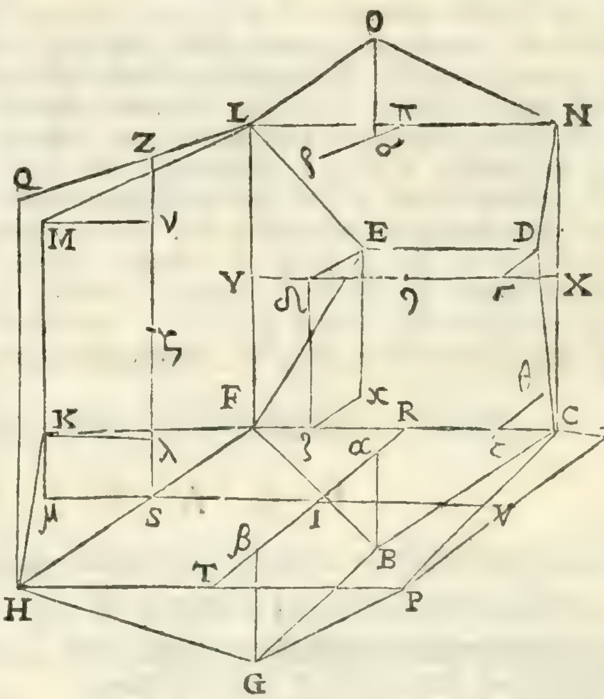
PRAXIS.

Exponatur dati icosaedri latus HK. describaturque pentagonum equilaterum, & æquiangulum HKLMN. circa quod describatur circulus, cuius centrum O. circunferentiæq; NH HK KL LM MN bifariam diuidantur in RTVXY; iunganturque OH HT. constat, cùm sit OH latus hexagoni, & HT latus decagoni, puncta icosaedri in subiectum planum cadere in punctis HTKVLXMYNRO. primumque punctum O in subiecto plano absque altitudine existere; punctorum verò supra HKLMN existentium altitudines esse æquales ipsi HT; punctorum autem supra RTVXY altitudines esse æquales ipsis OH HT simul sumptis; reliqui verò puncti supra O altitudinem esse æqualem lineæ, quæ sit æqualis duplæ HT & ipsi HO. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Dodecaedro dato, cuius latus sit in subiecto plano, pentagonaque ex vtraque huius lateris parte exiſtentia, æqualem cum ſubiecto plano inclinationem habeant; vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



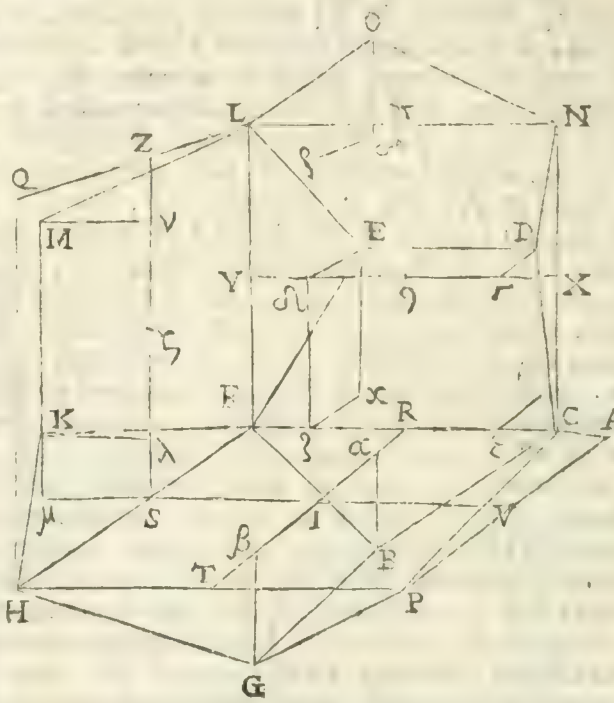
Dodecaedri pentagona ſint BCDEF BCAPG, BGHKF ELMKF & DNOLE. ſitque latus BG in ſubiecto plano, planaque BFKHG BCAPG cum ſubiecto plano æqualem habeant inclinationem. oportet vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, earumque altitudines inuenire. Iungantur CF CN NL LF FH HP, & CP. Deinde ducatur HQ ipſi FL ęquidiſtans, & LQ ipſi FH. His ita conſtitutis ex ijs, quæ in decimotertio libro demonſtrauit Euclides in propoſitione decimaſeptima, erunt CFLN CFHP FLQH quadrata cubi. Diuidantur CF FH HP PC bifariam in RSTV; iunganturque RT VS, quæ ſe inuicem ſecent in I. deinde bifariam diuidantur quoque CN FL LQ in XYZ punctis; connectanturque XY ZS, quæ bifariam & ipſæ diuidantur in 9℞. Quoniam igitur planum BFHG cum ſubiecto plano æqualiter inclinat, vt planum BCPG, lateraque BF BC, & GH GP ſunt æqualia, cùm ſint dodecaedri latera, angulique FBG CBG, & HGB PGB ſunt æquales, ſiquidem ſunt pentagonorum æquilaterorum anguli; erunt lineæ FH CP ipſi BG, ac ſubiecto plano parallelæ, & æqualiter diſtantes. vnde quadratum CFHP ſubiecto plano ęquidiſtans exiſtit. ex quo ſequitur, quadratum CFLN, veluti FLQH ſubiecto plano erecta eſſe; ſiquidem ſunt quadrato CH erecta. Itaque ducatur Bα, Gβ quadrato CFHP perpendiculares; ex eadem Euclidis propoſitione Bα in IR, & Gβ in IT cadet; ita vt IR IT extrema, ac media ratione in αβ diuiſæ proueniant, ſintque maiores portiones Iα Iβ. quòd cùm ſint IR IT ęquales, erunt & Iα Iβ æquales. deinde ex eadem propoſitione conſtat lineam Bα ipſi Iα ęqualem eſſe, ſimiliterque Gβ ipſi Iβ ęqualem; & propterea Bα Gβ interſe ſunt æquales. ſimiliter ducantur à punctis DE pentagoni BCDEF in planum quadrati CNLF perpendiculares Dγ Eδ, quæ (ex eadem) in XY cadent; eruntque 9X 9Y extrema, & media ratione diuiſæ in γδ; eruntq; 9γ 9δ portiones maiores, quibus ęquales ſunt γD δE; & ob id γD δE

interſe

interſe ſunt ęquales. Quare diuidantur RC RF extrema, ac media ratio- 30. *ſexti*
ne in εζ, ſintque Rε Rζ maiores portiones, erunt Rε ϑγ, Rζ ϑδ æ-
quales. in plano igitur quadrati CFHP, ſed extra, ducantur εθ ζκ ipſi
CF perpendiculares, quæ fiant æquales Rε Rζ. Dico punctum E in
plano quadrati CH perpendiculariter cadere in κ. iungantur δζ Eκ.
quoniam igitur δY ζF ſunt ęquales, & parallelæ, cùm ſint minores por-
tiones æqualium linearum ϑY RF, quæ ſunt extrema, mediaque ratio
ne diuiſæ in δζ; erit δζ parallela YF. ſed YF latus cubi eſt plano CF- 33. *primi.*
HP erecta; ergo & δζ eſt plano CH erecta. quoniam autem κζ eſt in 8. *vndeci-*
plano CH, & eſt perpendicularis lineę CF, erit κζ plano CNLF ere- *mi.*
cta, cui etiam eſt erecta Eδ. vnde Eδ κζ ſunt interſe parallelæ. ſed ſunt *Ex 38. vn-*
etiam æquales, ergo Eκ ipſi δζ eſt æqualis, & æquidiſtans. oſtenſum *decimi.*
autem eſt δζ eſſe plano CH erectam; erit igitur Eκ plano CH ere- 6. *vndeci-*
cta. quare punctum E perpendiculariter cadit in κ. Parique ratione *mi.*
oſtendetur punctum D cadere in θ, altitudinemque punctorum DE ſu- 33. *primi.*
pra θκ eſſe lineam æqualem FY dimidio lateri cubi; ſiquidem ſunt FY 8. *vndeci-*
ζδ κE interſe æquales. ex quibus ſequitur puncta pentagoni BCDEF in *mi.*
planum CFHP cadere in αCθκF. puncta enim CF in ipſomet ſunt
plano CFHP. Nunc autem, vbi cadunt in idem planum CH perpendi-
culares pentagoni BFKHG conſiderare poſſumus. ac primùm conſtat
puncta BG in αβ cadere, & FH in ipſo plano exiſtere. à puncto autem
K ducatur Kλ ad planum LMHF perpendicularis, ex Euclide in eodem
loco elicitur punctum λ eſſe in linea ℞S, quæ in λ extrema, ac media
ratione diuiſa prouenit, maioremque portionem eſſe ℞λ, eſſeque λK ℞λ
æquales. ſi igitur à puncto S in plano CH, ſed extra, ducatur Sμ per-
pendicularis FH, quæ fiat æqualis ℞λ; erit Sμ plano LH erecta, & *Ex 38. vn-*
propterea ipſi λK æqualis, & ęquidiſtans. quare ducta Kμ erit ipſi λS *decimi.*
æqualis, & ęquidiſtans. eſt verò λS plano CH erecta, cùm ſint ZS LF
parallelæ; ergo punctum K in planum CH cadit in μ; cuius altitudo
eſt ęqualis λS, hoc eſt minori portioni lineæ ℞S extrema, mediaque
ratione diuiſæ. Itaque habemus puncta αFμHβ, vbi cadunt puncta pen-
tagoni BFKHG in planum CH. Nunc igitur tranſeamus ad pentagonum
ELMKF. primùmque patet punctum E in planum CH cadere in κ,
cuius altitudo eſt FY, hoc eſt F℞, ſiue IR, punctum F eſſe in ipſo
plano, & punctum K in μ cadere, cuius altitudo eſt λS, hoc eſt αR.
ſunt quippe ℞S IR æquales, & æqualiter diuiſæ in λα. deinde perſpi-
cuum eſt punctum L in F cadere, cuius altitudo eſt FL, vel CF; eſt
enim FL latus cubi. reliquum igitur eſt inuenire, vbi cadit punctum M.
quare ab ipſo M ad planum LH perpendicularis ducatur Mν, quæ ex
eadem Euclidis propoſitione in ℞Z cadet, eritque ℞Z in ν extrema,
& media ratione diuiſa, & maior portio erit ℞ν; cui quidem eſt æqualis
νM. vnde cùm ſint ℞Z ℞S æquales, & ob id ℞ν ℞λ æquales, linea
νM erit æqualis, & æquidiſtans ipſis λK Sμ. quare punctum M in pla-
num CH cadet in idem punctum μ, vbi nempè cadit punctum K. alti-
tudo autem puncti M, cùm ſit μM, erit æqualis Sν, quæ eſt æqualis
Tα. ſiquidem ſunt SZ TR æquales, & æqualiter diuiſæ in punctis λ℞ν,
& βIα. Denique ad pentagonum DELON ſermonem conuertamus.
Iamque oſtenſum eſt puncta DE in planum CH cadere in θκ; NL ve-
rò cadunt in CF; quorum altitudines ſunt CN FL, hoc eſt cubi latus
CF; vt autem inueniatur, vbi cadit punctum O, diuidatur NL bifa-
riam in ϖ, & in plano per NL LQ tranſeunte, quod eſt cubi planum
ipſi CH parallelum, ducatur ϖρ ipſi NL perpendicularis, quæ quidem
ϖρ ſit æqualis RI dimidio cubi lateri; patet vtique puncta ϖρ in planum
CH cadere in RI. Deinde ab O ad planum per NL LQ ductum per-

pendicularis ducatur Oσ. ex eadem propoſitione Elementorum conſtat punctum σ eſſe in linea $\varpi\rho$ extrema, ac media ratione diuiſa in σ, cuius maior portio eſt $\rho\sigma$, quippe quæ $\rho\sigma$ ipſi σO æqualis exiſtit. Cum itaque puncta $\varpi\rho$ in planum CH cadant in RI; nimirum punctum σ cadet in α. quandoquidem $\rho\varpi$ IR ſunt æquales, & ad eandem partem æqualiter diuiſæ in $\sigma\alpha$. Quoniam igitur planum per NL LQ eſt plano CH æquidiſtans, lineaq; Oσ eſt plano per NL LQ erecta, producta Oσ erit & ipſi CH erecta. quare manifeſtum eſt punctum O in planum CH cadere in α, cuius altitudo

Ex 14. vndecimi.



eſt æqualis lineis ſimul ſumptis CN σO. nam ſi ducta eſſet $\sigma\alpha$, eſſet ipſi CN æqualis. vnde ſequitur puncti O altitudinem ſupra punctum α eſſe æqualem lineis ſimul ſumptis CFIα. Eademque prorſus ratione ad alteras partes, vbi reliqua dodecaedri puncta cadunt, inueniri poterunt. Cæterùm hucuſque puncta inuenta ſunt in plano CH, altitudineſque ſupra hoc planum repertæ ſunt. quoniam autem planum CH eſt ſubiecto plano æquidiſtans, omnia in ſubiecto plano perpendiculariter cadent in figuram æqualem, & ſimiliter poſitam; at vnicuique altitudini inuentæ neceſſe eſt addere quantitatem Bα, hoc eſt Iα, quandoquidem planum CH à ſubiecto plano diſtat quantitate Bα. ſi igitur intelligatur planum CH vnà cum $\theta\kappa\mu$ eſſe in ſubiecto plano, primùm quidem loco ipſorum BG puncta $\alpha\beta$ deſeruient, punctaque $\alpha\beta$ erunt in ſubiecto plano abſque vlla altitudine; puncta verò ſupra CFHP habebunt altitudinem ſupra ſubiectum planum æqualem Iα; alia verò puncta ſupra CFHP habebunt altitudinem æqualem lineis CF, & Iα ſimul ſumptis; puncta verò ſupra $\theta\kappa$ altitudinem habebunt CR Iα, hoc eſt RI Iα ſimul ſumptis æqualem; puncti autem ſupra μ erit altitudo æqualis ipſis Iα αR, hoc eſt ipſi IR æqualis, alterius verò puncti ſupra μ altitudo erit æqualis ipſis Tα αI ſimul ſumptis; denique punctum ſupra α altitudinem habebit lineis CF $\alpha\beta$ ſimul ſumptis æqualem. Quòd ſi ad alteras partes eadem conſtruantur, cùm ſint (vt ſupponitur) dodecaedri anguli hinc inde æqualiter conſtituti, vbi cadunt omnes dodecaedri anguli perpendiculariter in ſubiectum planum cum ſuis altitudinibus, erunt inuenti.

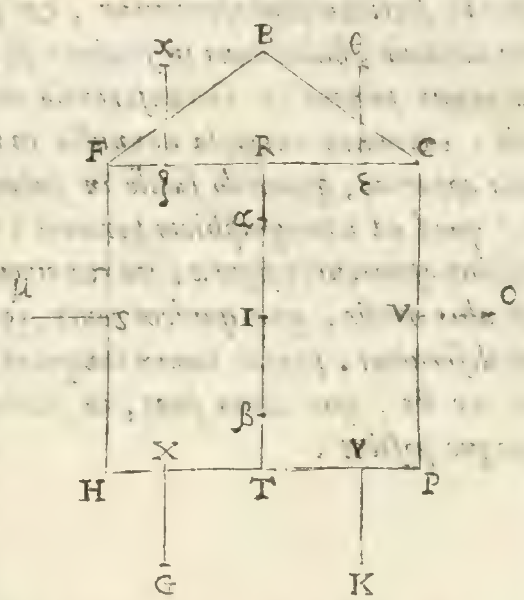
Ex 1. huius.

Hinc, & ex eodem Euclidis loco colligitur latus CF, quod eſt ſanè latus cubi, & quadrati CFHP, angulum CBF pentagoni BCDEF ſubtendere.

Ex quibus omnibus facilis, breuiſque conſurgit praxis hoc modo.

PRA-

PRAXIS.



Exponatur dati dodecaedri latus BC; fiatque pentagoni angulus CBF; ponaturque BF æqualis BC; iungaturque CF. Deinde quadratum describatur CFHP cuius latera bifariam diuidantur in RSTV; iungaturque RT, quæ bifariam diuidatur in I. deinde diuidatur IR extrema, ac media ratione in α; sitque Iα maior portio; fiantq; Iβ Rε Rζ TX TY equales Iα. à punctis autem εζSXYV quadrati lateribus (extra tamen) perpendiculares ducantur εθ ζκ Sμ XG YK VO, quæ quidem omnes fiant æquales ipsi Iα. ex demonstratis constat dodecaedri angulos, in subiecto plano cadere in punctis αβ CFHP θκμG KO; primaque puncta αβ esse in subiecto plano absque altitudine; puncta verò supra CFHP altitudinem habere Iα; deinde puncta supra μO altitudinem habere IR; postea punctorum supra θκGK altitudinem esse lineis RI Iα simul sumptis æqualem; rursus alia duo puncta supra μO ipsis Tα αI simul sumptis æqualem habere altitudinem; aliorum verò punctorum supra CFHP altitudinem esse lineis CF Iα simul sumptis æqualem; denique altitudinem duorum punctorum supra αβ lineis CF αβ simul sumptis æqualem existere. Inuentum est igitur, vbi ab angulis dati dodecaedri in subiectum planum perpendiculares cadunt cū suis altitudinibus. quod facere oportebat.

Alia quoque tum ex Euclide, tum ex Pappo de corporibus regularibus in medium afferre possemus. sed ne circa eadem, quàm par sit, nimis immoremur, ea omittere duximus. nobis enim sufficere visum est, ea, quæ faciliora visa sunt, selegisse; vt eorum sequendo ordinem, quæ dicta sunt, vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum ab angulis cuiuslibet corporis regularis, cuius latus sit datum, cum suis altitudinibus inueniri possit. ex quibus figuræ in sectione apparentes describi facilè poterunt.

Quamuis autem in iis omnibus, quæ dicta sunt, de rectilineis tan-

tùm

tùm verba facta sint, omnia tamen circulis, ellipsibus, aliisque figuris curuilineis, ac etiam mixtis deseruire quoque possunt; etenim figuræ curuilineæ ad rectilineas reducuntur. propterea possumus quemlibet circulum, vel quamlibet figuram curuilineam omnibus modis antea secundo libro expositis in sectione repræsentare, vt cæteras figuras rectilineas. sumptis enim in circunferentia quotlibet punctis, quæ in sectione repræsententur, & per puncta linea curua diligenter ducatur, habebimus in sectione figuram apparentem. & quò plura erunt puncta in circunferentia circuli assumpta, eò opportuniùs erit. Attamen exempla nonnulla in medium afferemus, vt euidentiùs appareat, quomodo facilè in subiecto plano disponendi sint circuli (quod ad ichnographiam pertinet) vt ex ipsis in sectione inueniri possint apparentes figuræ; ita vt circuli appareant erecti, inclinati, & aliis modis. quæ quidem conis, cylindris, aliisque figuris maximè deseruient. praxes tamen tanquam in erecta sectione fient; quamuis ex iis, quæ dicta sunt, in sectione inclinata, & in aliis fieri quoque possint.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

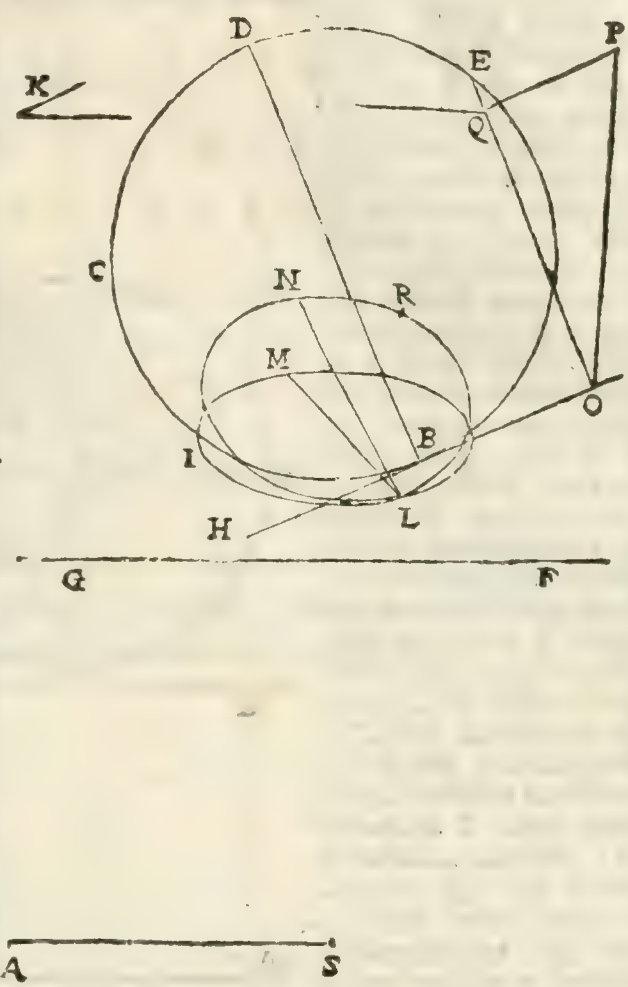
Oculo dato, datisque duobus circulis cum diametris sese tangentibus, sibique inuicem inclinatis, quorum inclinatio sit data; sitque alter circulus in subiecto plano, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit circulus BCDE in subiecto plano, FG sectionis linea, S punctum distantiæ, SA oculi altitudo, & ex antedictis in secundo libro inueniatur figura LMI, quæ circulum BCDE repræsentet; pluribus nempe sumptis punctis in BCDE, vt diximus. deinde intelligatur circulus BCDE esse duo circuli, quorum vnus sit in subiecto plano, alter verò sit huic inclinatus in angulo K, tangantque sese hi circuli in puncto B. ducaturque diameter BD, cui à puncto B perpendicularis ducatur BH; quæ erit in vtroque plano horum circulorum, quoniam BH vtrosque circulos continget; vnde ipsorum erit communis sectio. Cùm itaque intelligamus cir-

Ex 16. tertii.

culum

culum BCDE inclinatum in angulo K, erit BH ſubiecti plani, in quo intelligitur eſſe alius circulus, ac circuli inclinati communis ſectio. quare inueniatur figura LNR, quæ circulum BCDE inclinatum repræſentet; vt exempli gratia, à puncto E circuli ducatur EO ad BH perpendicularis, fiatque EOP angulus æqualis K, fiatq; OP æqualis OE, ducaturque PQ ad OE perpendicularis; Deinde in ſectione inueniatur punctum R, quod oſtendat punctum ſupra Q altitudine QP; punctum quidem R oſtendet punctum E circuli inclinati, & ita fiet in alijs; veluti punctum N oſtẽdat punctum D circuli inclinati, & punctum L oſtendat punctum B in ſubiecto plano exiſtens, veluti punctum M oſtendat punctum D circuli in ſubiecto ſimiliter plano exiſtentis. iunganturque LM LN. ex quibus ſequitur lineam LM diametrum BD in ſubiecto plano exiſtentem oſtendere, LN verò diametrum BD inclinatum. vnde angulum NLM inclinationis angulum oſtendere perſpicuum eſt. figura igitur ex LMI LNR compoſita erit in ſectione apparens figura: quod facere oportebat.



3. & 4. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

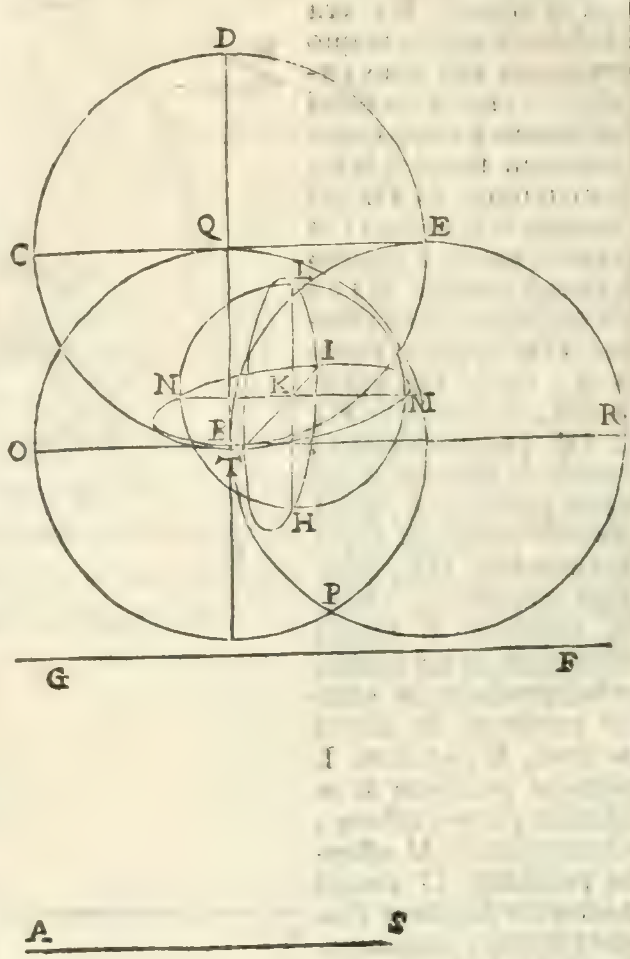
Oculo dato, datisque tribus circulis æqualibus ſeſe ad angulos rectos ſecantibus, quorum duo ſubiectum planum contingant, alter verò ſit ſubiecto plano æquidiſtans in propoſita ſectione figuram apparentem deſcribere.

Exponatur circulus BCDE, cuius centrum Q, qui ſubiecto plano intelligatur erectus, contingatque subiectum planum in B. si igitur in plano circuli ducatur BO circulum contingens, erit hæc circuli, ac subiecti plani communis sectio, quæ si erit æquidistans sectionis lineæ FG, erit planum BCDE tanquam sectioni æquidistans. vnde figura in sectione hunc circulum repræsentans erit similis ipsi BCDE; quare circulus erit. Itaque inueniatur punctum H ipsum B repræsentans. deinde inueniatur punctum K, quod ostendat punctum supra B altitudine BQ; centro igitur K, interuallo autem KH, circulus describatur HMLN. producaturq; HK in L; punctum quidem L punctum supra B altitudine BD ostendet. ductaque MKN ipsi HL perpendiculari, linea MN ipsam EC repræsentabit. At verò quoniam intelligimus tres circulos esse ad angulos rectos, circulumque BCDE esse subiecto plano erectum; circulus igitur ipsi BCDE æqualis, & erectus, subiectoque plano æquidistans, transibit per EC. perpendiculares igitur ab hoc circulo in subiectum planum cadent in circulum æqualem; sed quoniam punctum Q cadit in B, cum intelligatur BQ subiecto plano erecta; centro igitur B, circulus describatur OPQ æqualis ipsi BCDE. in sectione autem figura inueniatur MNT, quæ circulum repræsentet, qui supra circulum QPO, ipsique æquidistans existat altitudine BQ. deinde ipsi BQ perpendicularis ducatur BR, quæ fiat æqualis ipsi BD. diametroque BR describatur circulus BPRE, qui intelligatur erectus supra subiectum planum; quod quidem planum in puncto B contingat. intelligaturque linea BQ huius circuli, & subiecti plani communis sectio. Itaque in sectione figura describatur LHT, quæ circulum BPRE, tanquam subiecto plano erectum repræsentet; nimirum figura ex MNT HMLN LHT constans tres circulos sibi inuicem ad rectos angulos existentes repræsentabit, punctumque H subiectum planum contingere ostendet. Inuenta est igitur figura in sectione apparens. quod facere oportuit.

Ex 16. tertii huius.

Ex 1. huius.

Ex 2. huius.



Quòd si linea OBR non fuerit ipsi FG æquidistans, tunc LMHN non erit circulus, qui quidem in sectione repræsentabitur, vt factum est circulo BPRE, quem in sectione ostendit LHT.

COROLLARIVM I.

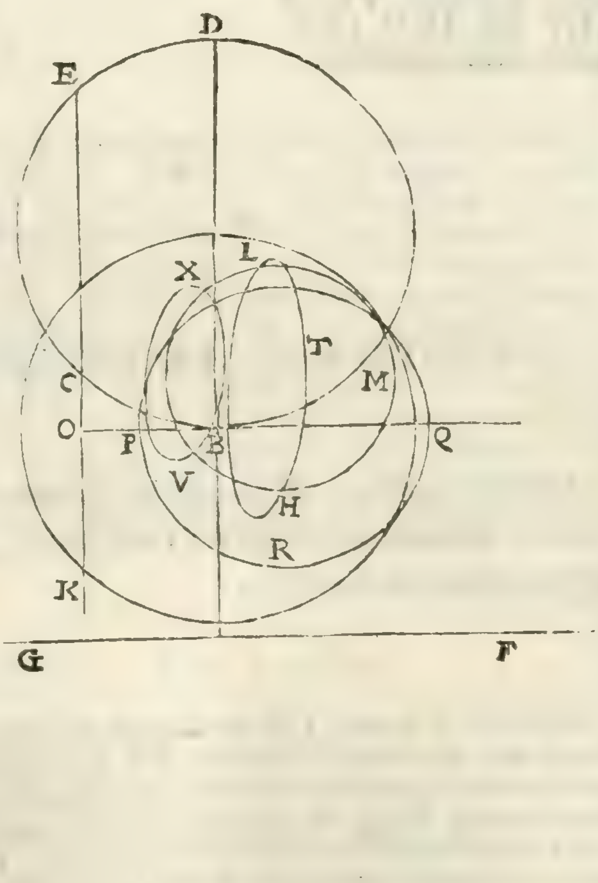
Patet ex hoc datos circulos esse in sphæra maximos.

COROLLARIVM II.

Ex hoc manifestum est etiam, si connectantur communia puncta MN TI LH, lineas LH MN TI circulorum diametros sibi inuicem ad rectos angulos in sectione ostendere.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

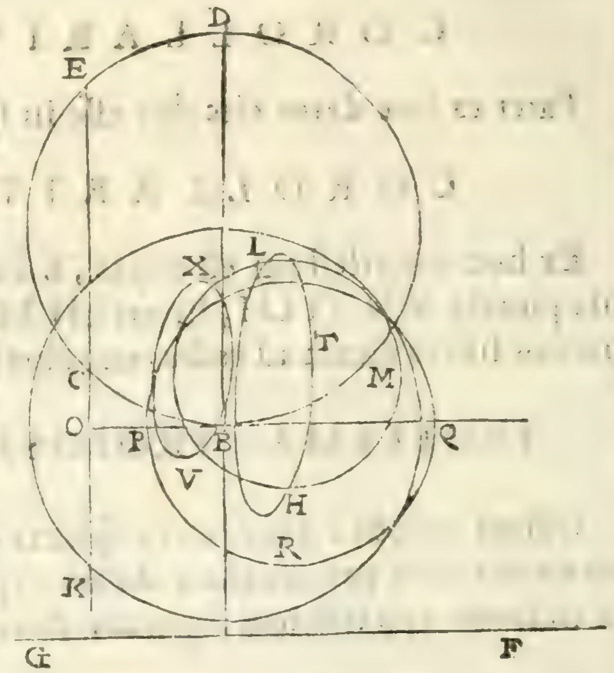
Ijsdem positis, datoque in sphæra circulo subiecto plano erecto non per centrum ducto, ipsique BDE erecto, in sectione apparentem figuram describere.

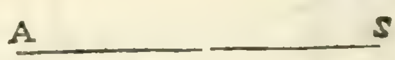


Quoniam intelligitur circulus BDE subiecto plano erectus, ducatur in circulo linea CE ipsi BD æquidistans, quæ intelligatur diameter circuli dati circulo BDE, ac subiecto plano erecti. cadent vtique à punctis EC in subiectum planum perpendiculares in O. quoniam BO intelligitur circuli BDE, ac subiecti plani communis sectio. & quoniam communis sectio circuli dati circulo BDE, ac subiecto plano erecti, ipsiusque subiecti plani est linea ipsi BO perpendicularis; est autē COK ipsi BO perpendicularis, ergo COK est communis sectio dati circuli per CE transeuntis, ac subiecti plani. Itaque in linea OB fiat OP æqualis OC, & PQ æqualis CE; deinde diametro PQ circulus describatur PQR. quòd si manente CK, intelligantur BDE & OQ subiecto plano erectæ, diameter PQ erit in CE; eritque circulus PQR circulo BDE, ac subiecto plano erectus; cuius, ac subiecti plani communis sectio est CK: quare in sectione inueniatur figura VX, quæ ostendat circulum PQR, tanquam subiecto plano erectum; cuius, ac subiecti plani communis sectio sit CK; quę quidem VX ipsi LHM apparebit erecta. Inuenta est igitur VX apparens figura. quod facere oportebat.

Ex 2. huius.

Quoniam autem diameter EC ipsi DB parallela existit, VX ipsi LHT æquidistans apparebit; siquidem VX, & LHT ipsi LHM ad angulos rectos apparent.



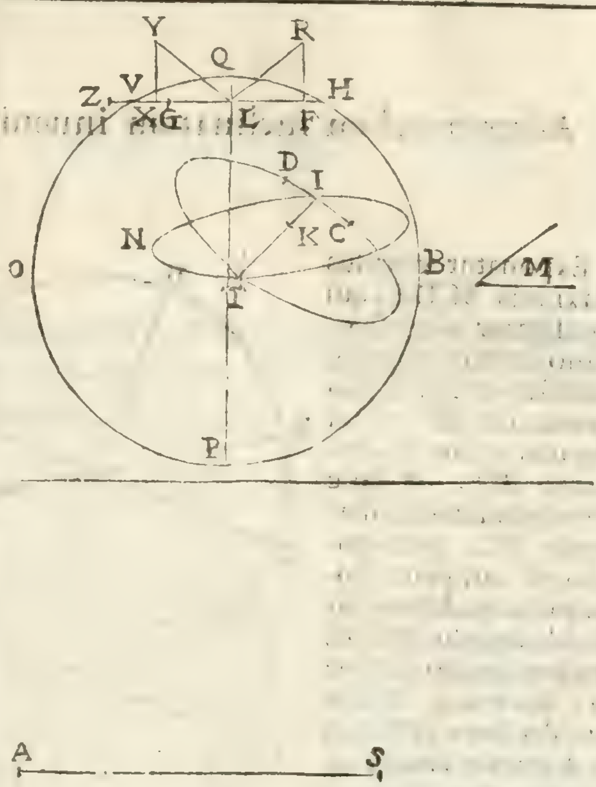


PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

Ijsdem positis, datoque in sphæra circulo per centrum ducto, subiectoque plano inclinato, in sectione figuram apparentem inuenire.

In 20: huius.

Ostendat, vt antea, TIN in sectione circulum PQO horizonti ęquidistantem, ducaturque diameter PQ secundùm situm, quem intelligimus habere circulum inclinatum, cuius inclinatio sit angulus M. & quoniam circulus PQO intelligitur horizonti æquidistans; eandem habebit inclinationem circulus inclinatus ad circulum PQO, veluti habet ad subiectum planum; hoc tamen modo, vt medietas, putà QBP sit infra circulum, altera verò QOP sit supra circulum. eritque propterea PQ sectio communis circuli inclinati, ac circuli horizonti ęquidistantis. Itaque sumpto pũcto H in circunferẽtia, ducatur HL ad PQ perpendicularis fiatq;



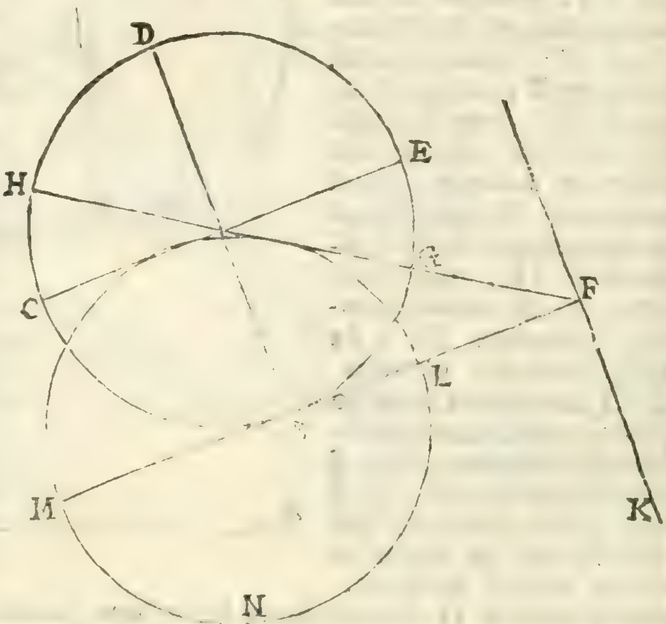
HLR angulus angulo M æqualis, & LR ipsi LH æqualis. ducaturq; RF ad LH perpendicularis. punctum quidem H circuli inclinati in plano circuli cadit in F, cuius altitudo est RF. parique ratione inueniatur, vbi cadit punctum V; quod quidem cadat in X, cuius altitudo sit XY. quæ quidem puncta HV interse hac differunt ratione, quòd punctum H intelligitur infra circulum existere altitudine FR, punctum verò V esse supra circulum altitudine XY. At verò quoniam circulus OPQ intelligitur subiecto plano æquidistans quantitate semidiametri, ideo si intelligatur circulus OPQ in subiecto plano, ex quo describenda sit apparens figura circuli inclinati, tunc punctum H habebit supra subiectum planum altitudinem, quæ sit minor semidiametro quantitate FR; hoc est, fiat FZ æqualis semidiametro circuli OPQ; fiatque ZG æqualis FR; reliqua quidem FG erit altitudo quæsita. quare in sectione inueniatur punctum C, quod ostendat punctum supra F altitudine FG; tunc punctum C ostendet punctum H circuli inclinati. Sed quoniam punctum V intelligitur supra circulum, si in sectione inueniatur punctum D, quod ostendat punctum supra X, cuius altitudo sit semidiametro circuli OPQ, & ipsi XY simul sumptis æqualis, perspicuum est, punctum D ostendere punctum V circuli inclinati. Omnia igitur puncta semicirculi QBP in sectione inueniantur, vt dictum est de puncto H; quæ verò in semicirculo QOP existunt, reperiantur, vt factum est de puncto V; habebimusque in sectione figuram TCD, quę datum circulum inclinatum ostendet. quod facere oportebat.

Ex 3. huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, si iungantur communia puncta IT, lineam IT vtrorumque circulorum diametrum repræsentare.

Aliter circulum inclinatum inuenire.



Exponatur circulus maximus BCDE, qui intelligatur ſubiecto plano erectus; cuius, & ſubiecti plani ſit ſectio communis BF; cui ad angulos rectos ſit diameter BD. & huic ſit perpendicularis diameter EC, quæ quidem eſt tanquam horizonti æquidiſtans. ſit deinde circulus BCDE erectus circulo inclinato; ducaturq; in hoc circulo linea GH, quę ſit diameter circuli inclinati, quæ nimirum non erit horizonti æquidiſtans. quare producatur, occurratque ipſi BF in F. Deinde à puncto F ducatur linea FK ad BF perpendicularis. ſi igitur manentibus FB FK in ſubiecto plano intelligatur circulus BCDE ſubiecto plano erectus, erunt HF BF ipſi FK perpendiculares; quare KF erit plano BCDE erecta. & quoniam inclinatus circulus eſt plano BCDE erectus, & eſt HF in circulo inclinato; ergo erit FK in plano circuli inclinati. ſed eſt quoque in ſubiecto plano; erit igitur FK circuli inclinati, & ſubiecti plani communis ſectio: eritque BFG angulus inclinationis; cùm ſint lineæ HF BF ipſi FK perpendiculares. Quare in linea FB fiat FL æqualis FG, & FM æqualis FH, diametroque LM, deſcribatur circulus LMN. Itaque intelligatur circulus LMN inclinatus in angulo LFG; circuliqúe LMN, & ſubiecti plani communis ſectio FK, ex ijs, quæ dicta ſunt, dato oculo figuram apparentem in data ſectione inuenire non erit difficile. quod facere oportebat.

Ex 4. huius.

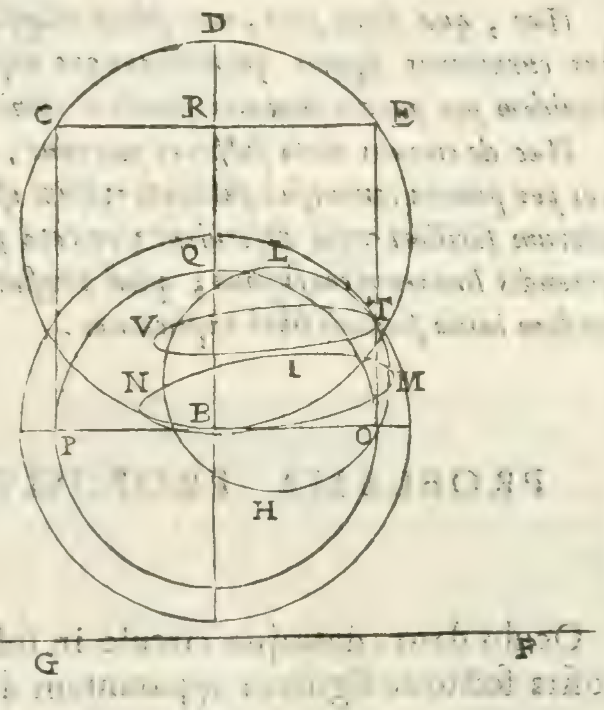
COROLLARIVM.

Ex hoc perſpicuum eſt, quemlibet circulum in ſphæra ſubiecto plano inclinatum inueniri poſſe.

Hoc eſt ſiue ſit GH per centrum, ſiue minùs, eodem prorſus modo fiet.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

Iisdem adhuc positis, datoque in sphæra circulo subiecto plano æquidistante per centrum non transeunte, in sectione figuram apparentem inuenire.



Iisdem enim positis, intelligatur similiter circulus BCDE subiecto plano erectus, qui subiectum planum contingat in B. Ducatur que diameter BD subiecto plano perpendicularis, cui ad rectos angulos sit linea EC, quæ intelligatur dati circuli diameter; cuius planum sit plano BCDE erectum; quod quidem subiecto plano erit parallelum. porrò huius circuli centrum erit R. Deinde quoniam in subiecto plano perpendiculares à circulo, cuius diameter est EC, cadunt in circunferentia circuli ipsi æqualis, propterea centrum R cadet in B. cùm intelligatur BD subiecto plano erecta. centro igitur B, circulus describatur OPQ cuius diameter OP sit ipsi EC æqualis, & æquidistans. Hisque ita constitutis describatur in sectione figura TV, quę circulum ostendat, qui supra circulum OPQ, ipsique æquidistans existat altitudine BR; figura vtique TV subiecto plano parallelum circulum ostendet. Inuenta est igitur figura in sectione apparens. quod fieri oportebat.

Ex 1. huius.

Ex 1. huius.

Ex constructione figura TV apparet circulus ipsi quoque MNI æquidistans.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est, quomodo sphæra repræsentari possit.

Quicunque enim dati sphæræ circuli ex dictis repræsentari possunt.

Hæc, quæ dicta sunt, non solùm ellipsibus, verùm etiam omnibus curuilineis figuris quomodocunque descriptis deseruire possunt. siquidem per puncta inueniri similiter omnia debent.

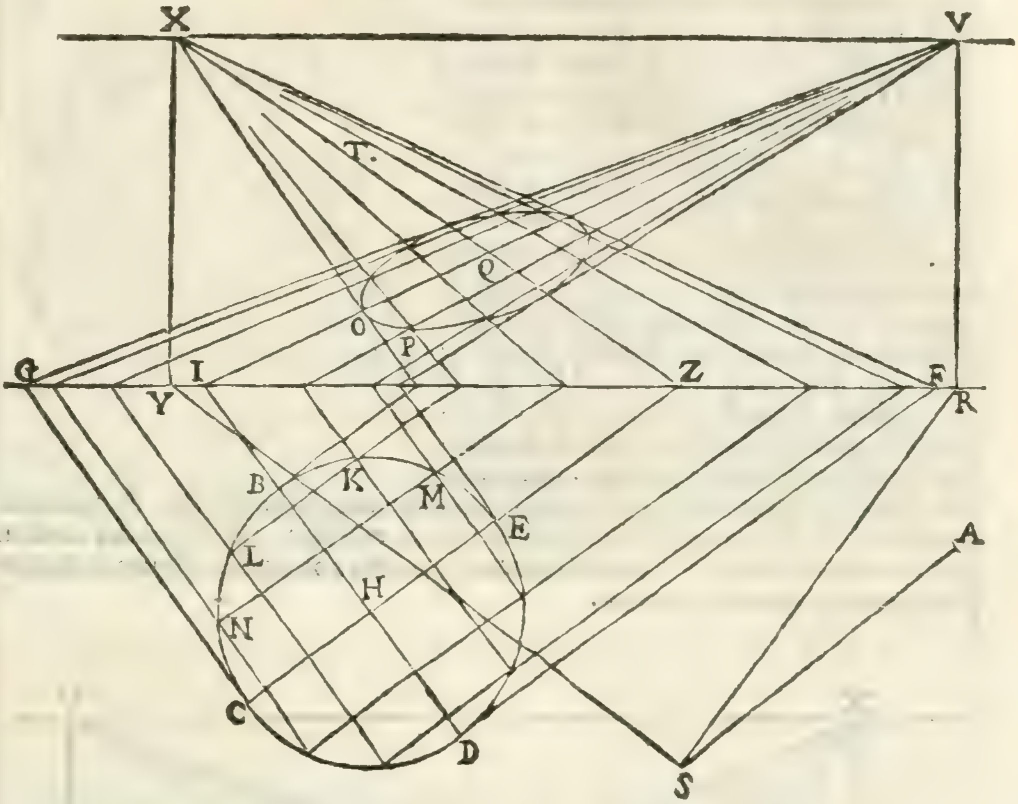
Hæc de circulis dicta sufficere poterunt, aliquot tamen adhuc praxes pèr puncta concursus subiicere visum est, quæ quorundam etiam aliorum faciliori vsui deseruient; euitata præsertim in exemplis afferendis linearum confusione; quod præstari poterit iuxta secundum modum initio secundi libri explicatum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIIII.

Oculo dato, datoque circulo in subiecto plano, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit punctum S punctum distantiæ in subiecto plano; oculi verò altitudo intelligatur AS; sit sectionis linea FG; circulus verò in subiecto plano sit BCDE, cuius centrum H. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducantur ad rectos angulos diametri BD EC. ita tamen, vt ex punctis BE productæ sectionis lineæ FG occurrere possint. Deinde circunferentiæ sumantur ex vtraque parte BK BL æquales, itidemque BM BN æquales, & aliæ, si libuerit. Iunganturque KL MN, quæ interse, & ipsi EC parallelæ erunt; à punctisque MKLN ipsi BD parallelæ ducantur, quæ circunferentias assument ex vtraque parte ipsius D æquales; quæ deinde iungantur; erunt vtique omnes lineæ, vel ipsi

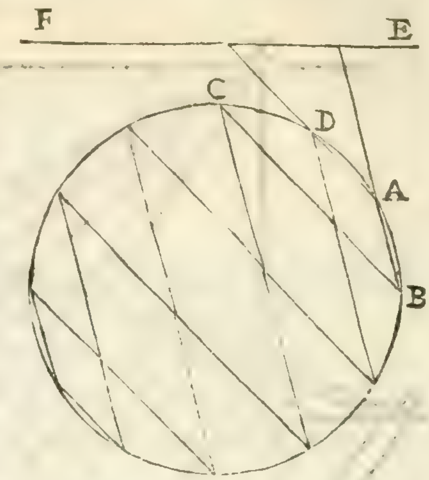
BD,

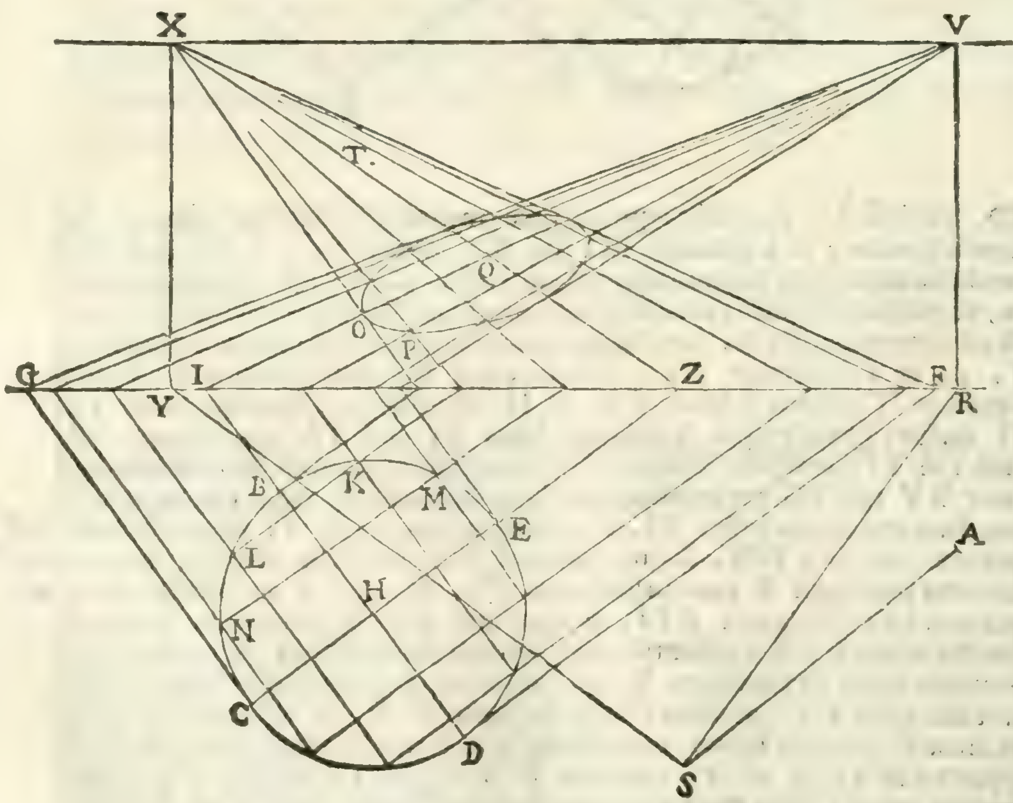


BD, vel ipsi EC parallelæ; quippe quæ omnes producantur vsque ad sectionis lineam; & à punctis EC ipsi BD, à punctis verò BD ipsi EC parallelæ ducantur; diametrique producti sint CEZ DBI. His ita inuentis, vt puncta concursus inueniamus, quoniam obiectum, nempè circulus est ad partem puncti S, intelligatur ad alteram sectionis partem punctum T, ita vt si duceretur HT, esset hæc ipsi FG perpendicularis; sitque punctum T distans à linea FG, vt H. Deinde intelligantur lineæ TZ TI ductæ; à punctoque S ducatur linea SY ipsi TZ æquidistans, SR verò ipsi TI parallela. Nunc verò planum intelligatur sectio, in quo ducatur RV ipsi FG perpendicularis, quæ fiat æqualis SA; erit vtique V punctum concursus ipsius TI, & earum, quæ sunt ipsi TI æquidistantes; quarum loco sunt DBI, & quæ sunt ipsi BD parallelæ. similiterque inueniatur punctum X concursus ipsius TZ, & ipsi TZ æquidistantium; quarum vice deseruiunt CEZ, & quæ sunt ipsi CE parallelæ. Itaque à punctis in linea FG existentibus, vbi occurrunt lineæ ipsi BD parallelę, ducantur lineæ ad punctum V; ab alijs verò punctis, vbi scilicet occurrunt lineæ ipsi CE parallelæ, lineæ ducantur ad X; & vbi eiusdem puncti lineæ se inuicem secant, erunt puncta in sectione apparentia; veluti B apparebit in O, K in P, centrum H in Q, & ita in alijs. & per hęc inuenta puncta linea ducatur curua. habebimusque in sectione figuram apparentem circulum repræsentantem. vt perspicuum est, si intelligatur AS, & sectio subiecto plano erectæ, fueritque oculus in A. intelligaturque circulus ad alteram sectionis partem, vt initio secundi libri dictum fuit. quod facere oportebat.

1. & 2. secundi huius.

Hanc ſtatuimus in circulo EBCD diuiſionem, vt quælibet linea duobus punctis deſeruire poſſit; vt facilior ſit praxis, quæ quidem diuiſio alijs quoque modis fieri poteſt. vt ſcilicet diuidatur circulus ABCD in quotcunque partes æquales, & numero pares; ſitque ſectionis linea EF; deinde in circulo duo iungantur pũcta AD, ita vt producta ſectionis lineæ occurrere poſſit. poſtea iungantur BC, & alia contermina puncta. erunt quidem hæ ductæ lineæ interſe parallelæ, cùm ſit circunferentia AB circunferentiæ DC æqualis. & ita in alijs. Deinde alia ſimiliter duo ſumantur puncta AB; ita vt ducta linea AB, & producta ipſi EF occurrere quoque poſſit, aliaque iungantur ſimiliter ſequentia puncta: nimirum hæ quoque lineæ ob eandem cauſam erunt interſe parallelæ. & quamuis hæ lineæ ſibi inuicem haud perpendiculares exiſtant, nihilominus eodem prorſus modo inuentis harum linearum punctis concurſus, figura in ſectione apparens inueniri poterit.





Poſſumus quoque, quamuis S diſtantiæ punctum datum non fuerit, ducere lineam VX ipſi FG parallelam, quæ quidem ab FG ita diſtet,

quantum

quantum intelligimus esse altitudinem oculi supra subiectum planum; & in linea VX sumere vbicunque duo puncta V X; similiterque ad V lineas ducere ab IG, & ab alijs punctis in FG existentibus, quæ à lineis BD, ipsique parallelis inueniuntur, vt priùs factum est. similiterque ad X lineas ducere à punctis F Z, & ab alijs punctis in FG existentibus, quæ à linea CE, ipsique parallelis efficiuntur. eritque itidem inuenta figura in sectione. vt dictum est.

Assumpta verò sunt puncta VX, vt sint puncta concursus, quod quidem assumi posse hoc modo demonstrabitur; inueniendo nempè situm puncti distantiæ, atque oculi, ita vt oculo puncta VX puncta concursus appareant.

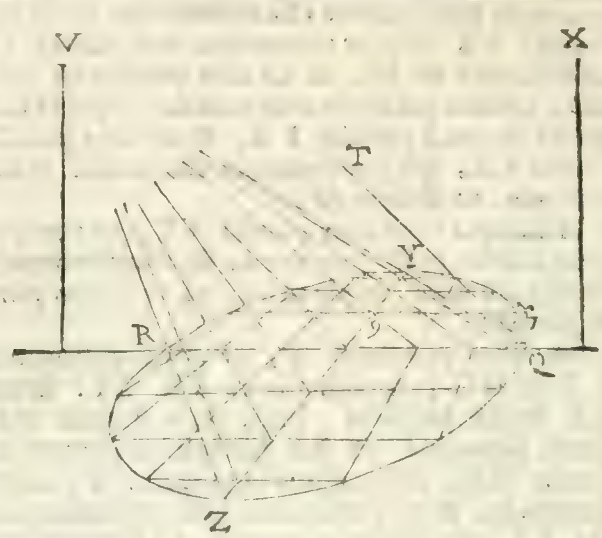
Sit enim punctum T, vt priùs collocatum. ducanturque à punctis V X ad FG perpendiculares VR XY. deinde ducatur linea YS lineæ TZ ductæ parallela; linea verò ducatur RS lineæ TI ductæ ęquidistans. lineæque YS RS sibi ipsis occurrant in S. Fiatque linea SA æqualis RV. Nunc igitur intelligatur S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo. & ne paulo ante dicta repetamus, ex constructione patet puncta VX esse puncta concursus, linearum scilicet BD CE, ipsisq; æquidistantium. quod quidem ostendere oportebat.

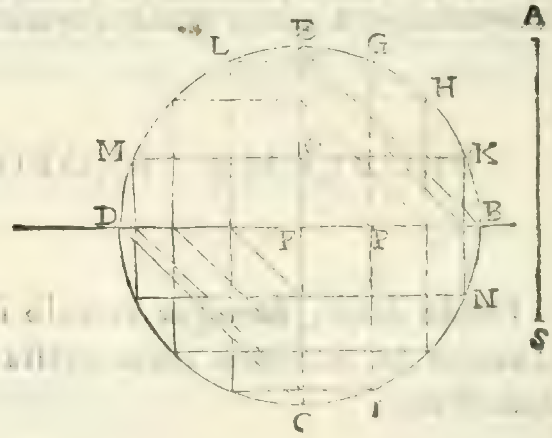
PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

Oculo dato, datoque circulo in subiecto plano, cuius centrum in sectionis linea existat, figuram apparentem describere.

Sit circulus BCDE, cuius diametri interse perpendiculares sint BD EC; sitque centum F; sectionis verò linea BFD. Diuidatur quælibet quarta in partes æquales; vt quarta BE diuidatur punctis GHK, & ita aliæ quartæ. Ducanturque lineæ GL KM, &c. quæ ipsi BD æquidistantes erunt. Iunganturque KN GI, &c. quæ ipsi CE parallelæ erunt. omnesque sibi inuicem ad rectos angulos existent. Deinde iungantur puncta, quæ in BD CE reperiuntur. ducantur scilicet EB OP DC, &c. quæ omnes erunt interse parallelæ. Nam cùm sint circunferentiæ BK DM ipsis EG CI æquales; erit KM æqualiter à centro distans, vt GI. vnde FO est ipsi FP æqualis. & quoniam FE est FB æqualis, erit EF ad FO, vt BF ad FP. diuidendoq; EO ad OF, sic BP ad PF. Quare OP est ipsi EB æquidistans. Hacque ratione omnes ostendetur ipsis EB DC parallelas esse. vnde sequitur, etiam interse parallelas esse. His cognitis, vt figuram in sectione apparentem describamus, primùm constat, puncta, quæ sunt in diametro BD in ijsdemmet punctis apparere; cùm sint in sectione. deinde inueniendum est punctum concursus, ipsarum scilicet KN EC, & aliarum ipsis æquidistantium. similiter reperiendum est punctum concursus EB OP DC, & aliarum ipsis æquidistantium. & à punctis, vbi hæ secant lineam, quæ repræsentet EC, ipsi

Ex 14. tertii.
17. quinti.
2. sexti.





sectionis lineæ parallelæ ducantur, quæ quidem lineæ in sectione repræsentabunt lineas GL KM BD, &c. & vbi ea, quæ repræsentat KM, secuerit eam, quæ repræsentat KN, in eo puncto apparebit punctum K. & ita in alijs. At verò si hoc modo apparentem figuram describere voluerimus, cum sit BD sectionis linea; in eodem fermè loco, & obiectum BCDE, & apparens figura existet. Quocirca, ne oriatur linearum confusio, seorsum exponatur sectionis linea QR; sitque S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS; fiatque QR equalis BD; & vt diuisa est BD, ita diuidatur QR. Deinde fiat angulus RQT æqualis angulo DBE. Inueniaturque

1. & 2. secundi huius. punctum V, quod sit punctum concursus ipsius QT; est enim QT loco BE, siquidem BD in QR existere mente concipere oportet. Vnde V erit punctum concursus ipsius BE, & omnium ipsi BE equidistantium. & quoniam EC

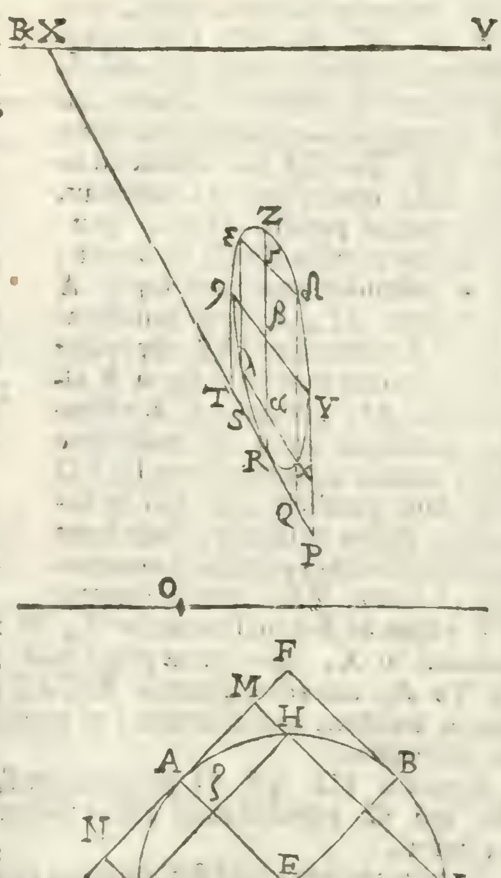
1. & 2. secundi huius. KN GI &c. sunt ipsi BD perpendiculares; inueniatur punctum X, quod sit punctum concursus, linearum scilicet, quę sint ipsi QR perpendiculares. deinde à punctis in QR existentibus ducantur lineæ ad punctum X, & ad punctum V; & vbi lineæ ad punctum V tendentes secant lineam YZ, quæ repræsentet circuli diametrũ EC, ab his punctis in YZ exi-

25. primi huius. stentibus (vt à puncto 9) ipsi QR parallelæ ducantur, quę lineas GL KM &c. ostendent, nimirum hoc pacto inueniemus puncta quęsita; vt punctum 8 repręsentabit punctum, quod ipsi K respondet. quòd si intelligatur sectio subiecto plano erecta, pars QYR supra subiectum planum semicirculum BED repræsentabit, pars verò QZR semicirculum BCD ostendet. dummodo nempe intelligatur B in Q, lineaque BD in QR existere, circulusque BCDE in subiecto plano esse. quod facere oportebat.

Simili quoque modo, vt in præcedenti diximus, lineam possemus ducere XV ipsi QR parallelam secundùm altitudinem oculi; omisso nunc puncto S. deinde in ipsa XV vbicunque sumere puncta XV, quæ intelligantur puncta concursus; ad ipsaque puncta ducere lineas, vt dictum est. eritque similiter apparens inuenta figura. quod quidem eodem modo demonstrabitur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

Dato circulo ſubiecto plano erecto, ipſumque contingente, figuram in propoſita ſectione apparentem repræſentare.



Exponatur circulus ABCD, cuius centrum E; qui quidem intelligatur contingere ſubiectum planum in A. Ducatur linea FAG; quæ circulum contingat in A. erit vtique linea FA communis ſectio erecti circuli, & ſubiecti plani. Ducatur deinceps AEC, quæ ſit ipſi FG perpendicularis; & ad rectos angulos ipſi AC ducatur altera diameter BED; ducanturq; BF DG ipſi AC parallelæ; fiantque BH BI DK DL circunferentiæ æquales; ducanturq; IHM LKN, quę quidem erunt ſimiliter ipſi CA parallelæ; connectanturque HK IL, quæ ipſi BD parallelæ erunt; eruntque propterea IL BD HK ipſi FG parallelæ. His conſtructis. ſit ſectionis linea O, cui æquidiſtans ducatur linea VX, ita diſtans à linea O; quanta eſt oculi altitudo ſupra ſubiectum planum; quam quidem altitudinem datam intellimus. Deinde ex ijs, quæ diximus in vigeſima ſecunda huius propoſitione, conſtituantur puncta VR in linea VX, ita vt V è regione oculi exiſtat; hoc eſt ſit V, vbi ab oculo in ſectionem perpendicularis cadit; ſitque VR æqualis lineæ à puncto diſtantiæ ad ſectionis lineã O ductę. Hisque ita conſtitutis, in ſectione inueniatur linea PT, quę ipſam FG in ſubiecto plano exiſtentem repræſentet; & in PT inueniantur puncta QRS, quæ MAN oſtendant: quod quidem breuiter hoc modo fiet, ducendo nempe ab A lineæ O perpendicularis, quæ 20. ſecundi huius.

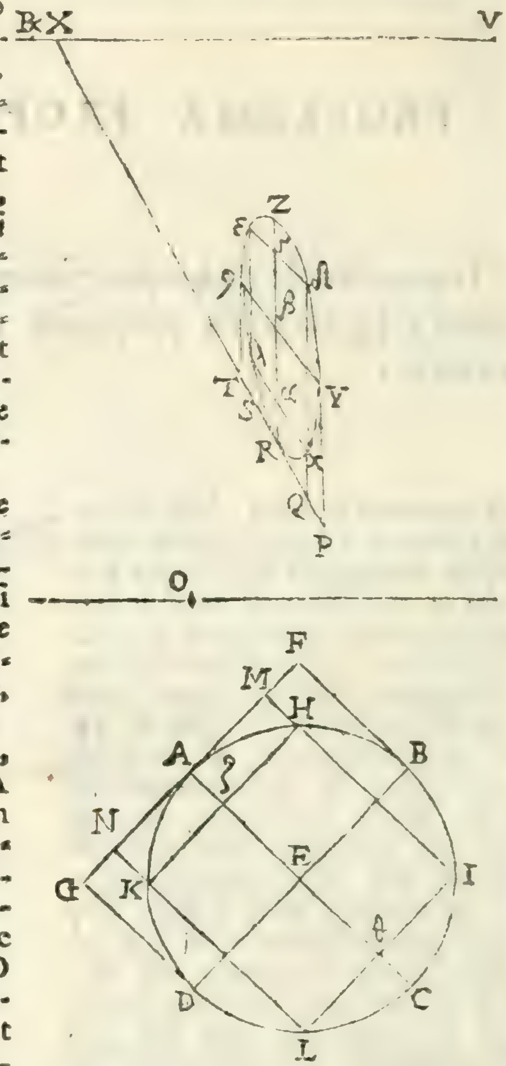
cadat (exempli gratia) in O; & ab hoc inuento puncto O ducatur linea ad V, quæ secet PT in R. porrò punctum R ipsum A ostendet. quia cùm sit V punctum concursus, linearum scilicet, quæ sunt sectionis lineę O perpendiculares, apparebit punctum A in linea (si duceretur) OV; sed apparet quoque in PT, siquidem PT ostendit FG. ergo punctum A in R apparebit. quod idem fiet in alijs. At verò quoniam intelligimus circulum subiecto plano erectum, lineæ FB MI AC NL GD tanquam subiecto plano erectæ intelligendæ sunt. quare in sectione lineę, quæ nas FB MI AC NL GD repręsentant, sectionis lineę O perpendiculares esse debent. Quare ipsi O perpendiculares ducantur lineæ PY RZ T9 Q♂ Sε. deinde in linea RZ, quę ipsam AC ostendit, inueniantur puncta αβΓZ, quæ ostendant puncta ζEθC. ita tamen, vt α ostendat punctum supra A altitudine Aζ, β verò punctum supra A altitudine AE repręsentet; Γ autem punctum supra A altitudine Aθ; punctumq; Z ostendat punctum supra A altitudine AC. deinde quoniam lineæ IL BD HK sunt parallelę ipsi FG in subiecto plano existenti, habebunt nimirum omnes punctum concursus in linea VX. quare ducatur PT vsque ad dictam lineam in X, & à punctis αβΓ lineę ducantur, quæ tendant in X, quæ lineas priùs ductas ipsi O perpendiculares secent in κλ Y9 ♂ε; lineaque ducatur RκY♂Zε9λ; hæc vtique circulum subiecto plano erectum repręsentabit; vt propositum fuerat. quod quidem facere oportebat.

Ex 20. secundi huius.

26. primi huius.

3. tertii huius.

2. Cor. 33. primi huius.



Quòd si FG ipsi O parallela existeret, tunc PT; & omnes κλ Y9 ♂ε ipsi O ęquidistantes essent faciendę; figuraque in sectione circulus existeret.

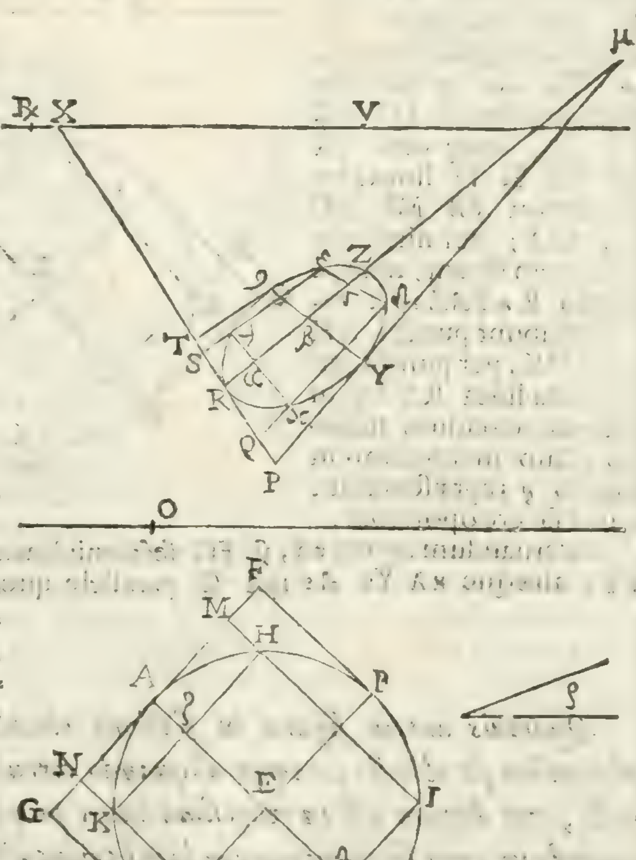
25. primi huius.

Facilitas in hoc consistit, quia expeditè inueniri possunt, non solùm puncta Zε9λRκY♂, verùm etiam alia multa. nam quò plura erunt in circulo ABCD eodem modo assumpta puncta, eò meliùs, faciliùsque figura Z9RY describetur. quod idem euenit in sequenti. veluti quoque in pręcedentibus contigit.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

Dato circulo ſubiecto plano inclinato, cuius & ſubiecti plani data ſit communis ſectio, in ſectione figuram apparentem inuenire.



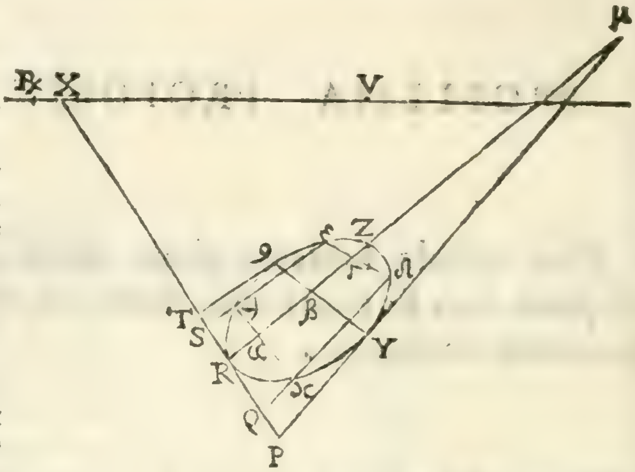
Iiſdem poſitis, nempe circulo ſimiliter diuiſo, cuius, & ſubiecti plani ſit communis ſectio FG. intelligatur autem circulus ſubiecto plano inclinatus, cuius inclinatio ſit angulus ϱ. Sitque linea O, lineaque VX, punctaq; VX, vt in præcedenti conſtituta. Ideoque ſimiliter inueniantur in ſectione puncta PQRST, quæ oſtendant puncta FMANG in ſubiecto plano exiſtentia. deinde inueniatur linea PY, quę oſtendat lineam FB ſubiecto plano inclinatam in angulo ϱ: ſimiliterque inueniatur RZ, quę oſtendat lineam AC eadem anguli ϱ inclinatione inclinatam; & in RZ puncta inueniantur $\alpha\beta\gamma$, quę oſtendant puncta ζEθ; hoc eſt Rα oſtendat Aζ inclinatam in angulo ϱ, lineę verò Rβ Rγ oſtendant lineas AE Aθ eadem inclinatione inclinatas. His inuentis, quoniam lineæ FB MH AC NL GD ſunt parallelę, in ſectione in vnum, & idem punctum concurrere apparebunt. quare productæ PY RZ conueniant in μ. deinde à punctis QST lineæ ducantur Qδ Sε Tϑ quę in μ tendant. Cùm enim omnes in idem punctum concurrere debeant, ergo vbi duæ PY RZ interſe conueniunt, omnes quoque

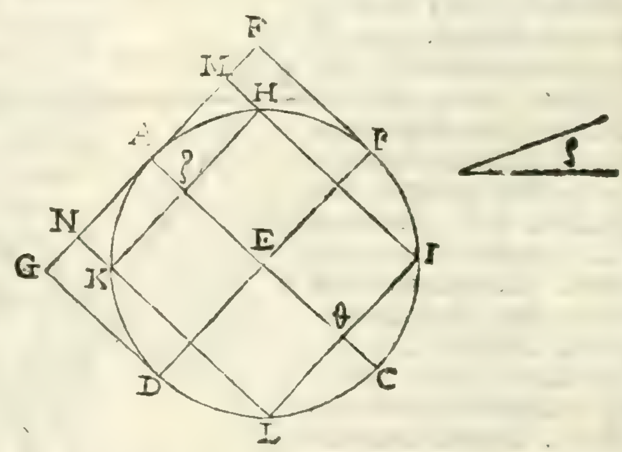
Ex 4. huius.

2. Cor. 32. primi huius.

que in idem punctum concurrent. At verò quoniam FG HK BD IL sunt equidistantes, hæ quoque in sectione in pũctum concursus tendere apparebunt. quoniam autem HK BD IL sunt ipsi FG parallelæ, quæ quidem FG in subiecto plano existit, erit vtique harum linearum punctũ concursus in linea VX. quare producatur PT, donec ipsi VX occurrat in X. per punctaq; αβγ lineæ ducantur κλ Y9 δε, quæ tendant in X. Quoniam igitur lineę PT κλ Y9 δε in sectione ostendunt lineas FG HK BD IL, lineę verò PY Qδ RZ Sε T9 lineas repræsentant FB MI AC NL GD; vbi nimirum se inuicem secant, nempe puncta RκYδZε9λ representabunt puncta AH BICLDK. per puncta igitur ducta linea RYZ9 in sectione circulum subiecto plano inclinatum in angulo ρ repræsentabit. quod facere oportebat.

2. Cor. 33. primi huius.





Obseruandum autem est, si FG sectionis lineæ O parallela fuerit, tunc PT, aliæque κλ Y9 δε ipsi O parallelę quoque essent faciendæ.

25. primi huius.

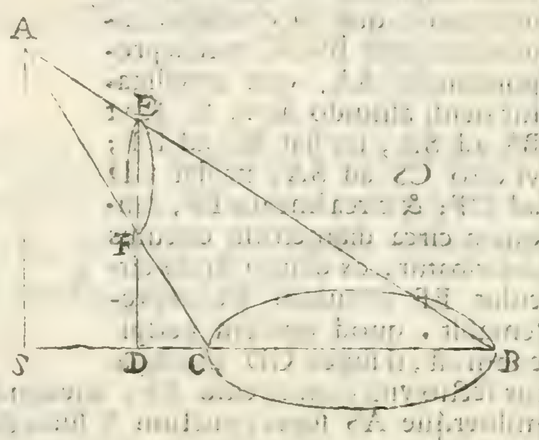
Quamuis autem figura in sectione circulum repræsentans, vt plurimùm sit ellipsis; tamen aliquando circulus quoque existere potest, vt dictum est in vigesima huius propositione. At verò quia quando in cono sectio vtrunque latus trianguli per axem secat, triangulumque ad verticem triangulo per axem simile, subcontrariè verò positum, efficere potest, in qua tunc sectione circulus apparet, & existit; vocaturque sectio subcontraria; quomodo hoc quoque perspectiuæ deseruiat, explicare libuit.

Ex 5. primi Apollonii.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

Dato circulo in ſubiecto plano, datoq; puncto diſtantiæ, dataque ſectione non ſolùm ſubiecto plano, verùm etiam lineæ à puncto diſtanriæ per centrum circuli ductæ erecta; oculi altitudinem inuenire, ita vt figura in ſectione circulum datum repræſentans ſit circulus.



Datus ſit circulus BC, datumque ſit punctum S diſtantię; ac per circuli cētrum ducatur BCS recta linea. data verò ſit ſectio per DE tranſiens, quę & ſubiecto plano, & ipſi BS ſit erecta. oculi altitudinem ſupra punctū S inuenire oportet, ita vt figura circulum reprę́ſentans ſit circulus. Inueniatur inter BS SC media proportionalis SA; ſitque SA ſubiecto plano erecta; intelligaturq; oculus in A. Dico punctum A eſſe altitudinem oculi quęſitam. Intelligatur conus ABC, cuius triangulum per axem ſit ABC; erit vtique planum trianguli ABC ſubiecto plano, ac per conſequens baſi, circulo ſcilicet BC erectum, cùm ſit planum ABC in plano ABS; quod eſt ſubiecto plano erectum propter lineam AS. Quoniam autem ſectio per DE tranſiens eſt, & ſubiecto plano, & lineæ BS erecta; erit ſectio plano ABS, hoc eſt plano trianguli per axem ABC erecta. eritque linea DE ipſius ſectionis, & plani ABS communis ſectio ſubiecto plano erecta, & ob id ipſi AS æquidiſtans. Quoniam autem angulus ASB vtrique triangulo ABS ACS communis exiſtit, & circa hunc angulum latera ſunt proportionalia, cùm ſit BS ad SA vnius, vt AS ad SC alterius; erit triangulum ABS triangulo ACS ſimile. quare angulus ABS angulo CAS eſt æqualis. angulus verò CAS eſt æqualis AFE angulo; ergo angulus ABC angulo AFE eſt æqualis. ſed angulus BAC eſt vtrique triangulo ABC AFE æqualis, reliquus igitur angulus AFF angulo ACB eſt æqualis. quare triangulum AFE ſimile eſt triangulo ABC; eſt autem ſubcontrariè poſitum, ergo EF figura in ſectione circulus erit. quod facere oportebat.

Propter praxim etiam ſciendum eſt, lineam FE diametrum eſſe circuli EF, & ita eſſe BD ad DE, vt BS ad SA; & vt CD ad DF, ita CS ad SA. eſt enim DE ipſi SA æquidiſtans.

13. ſexti.

Ex 18. vndecimi.

Ex eadem. 19. vndecimi.

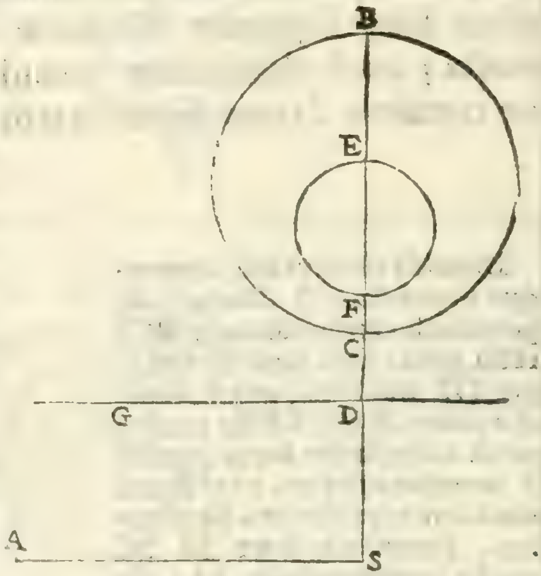
6. ſexti.

29. primi.

5. primi conicorū Apollonii.

Ex 4. ſexti.

PRAXIS.



Datus sit in subiecto plano circulus BC; datumque sit punctũ S distantiæ. Ducatur per centrum circuli linea BCS. sitque sectionis linea GD ipsi BS perpendicularis, sectioque intelligatur subiecto plano erecta. oportet oculi altitudinem inuenire, in sectioneque apparentem figuram describere, quæ sit circulus. In-
13. sexti. ueniatur inter BS SC media proportionalis SA, quæ intelligatur oculi altitudo supra S; & vt
12. sexti. BS ad SA, ita fiat BD ad DE; vt verò CS ad SA, ita fiat CD ad DF; & circa lineam EF, tanquam circa diametrum circulus describatur. ex demonstratis circulus EF circulum BC repręsentabit. quod quidem perspicuum est, si super GD intelligatur sectio vnà cum circulo EF, lineaque EFD subiecto plano erecta; similiterque AS supra punctum S subiecto quoque plano erecta; oculusq; in A extiterit. quod fieri oportebat.

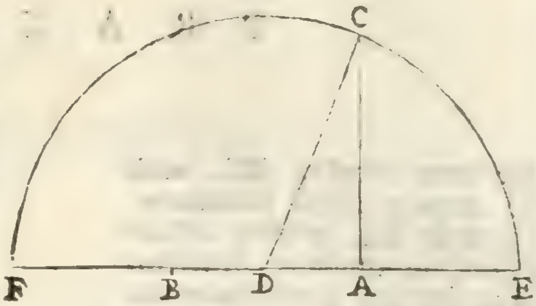
LEMMA.

Duabus datis rectis lineis, lineam inuenire, quæ vnà cum altera data ad reliquam eandem habeat proportionem, quam hæc ad inuentam.

Sint datæ rectæ lineæ AB AC. oporteat lineam inuenire, quæ vnà cum AB ad AC eandem habeat proportionem, quam AC ad inuentam.

exponantur

exponantur AB AC ad rectos sibi inuicem angulos; diuidaturq; bifariam AB in D, iungaturque DC; atque centro D, interualloque DC, circulus describatur ECF, qui lineam AB ex vtraque parte productam secet in EF. Quoniam enim DE est æqualis DF, & DA ipsi DB, erit BF ipsi AE æqualis. est autem FA ad AC, vt AC ad AE, hoc est ad BF; ergo inuenta est BF, quæ cum BA eandem habet proportionem ad AC, quam habet AC ad inuentam BF. quod facere oportebat.



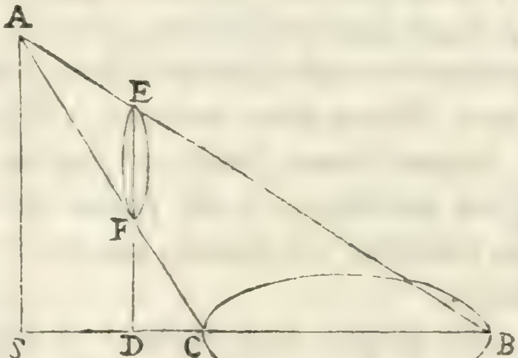
Ex 13. sexti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

Dato circulo in subiecto plano, dataque oculi altitudine, punctum distantiæ inuenire, ita vt apparens figura in data sectione subiecto plano, & lineæ à puncto distantiæ per centrum circuli ductæ erecta, sit circulus.

Sit datus circulus BC cuius diameter BC; dataq; sit oculi altitudo SA; data verò sit sectio per DE transiens, vt dictum est. punctum distātiæ inuenire oportet, supra quod collocandus sit oculus, cuius altitudo sit SA; ita vt apparens figura in sectione sit circulus. Inueniatur linea CS, sitque BC vnà cum CS, hoc est BS ad SA, vt SA ad CS. erigaturque supra punctum S linea SA subiecto plano erecta; intelligaturque oculus in A; sectioque per DE transiens sit subiecto plano, & lineæ BS erecta. Quoniam igitur SA media est proportionalis inter BS SC, erit apparens figura in sectione circulus. quod facere oportebat.

Lemma.

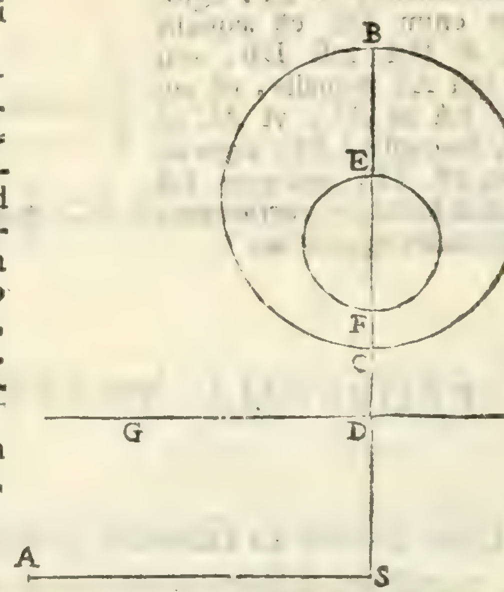


Ex præcedenti.

PRAXIS.

Sit datus circulus BC, oculi verò altitudo supra subiectum planum sit SA. oportet distantiæ punctum inuenire, in sectioneque figuram apparentem describere, quæ sit circulus. Inueniatur linea CS, ita vt BS ad SA sit, vt SA ad SC; intelligaturq; S punctũ distantiæ, supra quod intelligatur oculi altitudo SA. sitque sectionis linea DG, quæ sit ipsi BS perpendicularis. eodem prorsus modo vt in præcedenti circulum EF describemus, qui erit apparens figura in sectione subiecto plano erecta. quod facere oportebat.

Lemma.



De cono omnia inuenientur, vt de pyramide dictum est. describatur enim in circulo, hoc est in basi quæuis rectilinea figura, ducanturque ad verticem lineæ, erit vtique figura rectilineis figuris hoc modo contenta, pyramis. quare si basis fuerit in subiecto plano, ex sexta huius propositione, vbi à vertice in subiectum planum perpendicularis cadit cum sua altitudine inuenietur. Quòd si basis coni fuerit subiecto plano inclinata, idipsum habebitur ex decima huius.

Si verò datum fuerit coni frustum, descriptis in vtroque circulo figura rectilinea, ita vt latera coni angulos coniungant, nimirum hoc reducetur ad figuras, quæ circa basim habent quadrilateras figuras.

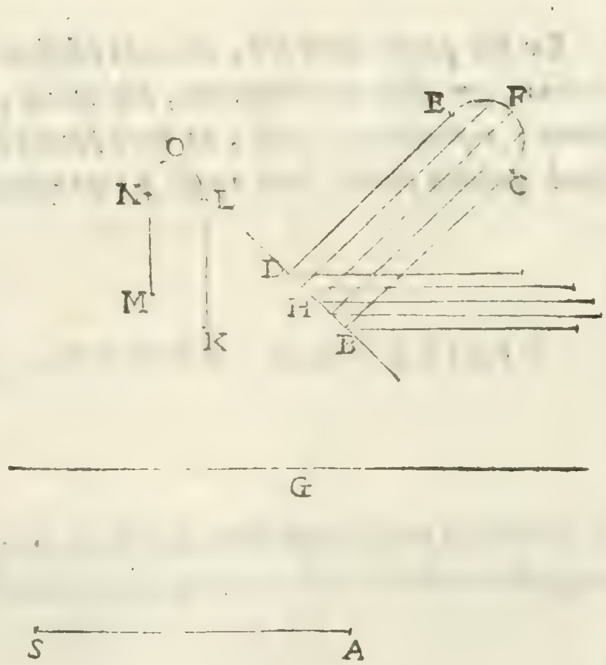
Hoc quoque modo cylindri ad prismata reducuntur, & si bases fuerint in subiecto plano, vel ipsi inclinatæ, similiter inuenientur, vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum cum suis altitudinibus. cylindri verò frusta reducuntur ad ea, quæ circa basim habent quadrilateras figuras, vt in decima huius dictum est.

Ex quibus quomodo in data sectione apparere possunt, ex dictis facilè inuenietur. quare in his non est immorandum.

PROBLE

PROBLEMA PROPOSITIO. XXX.

Duabus in eodem plano datis rectis lineis, quas coniungat curua linea, quarum quidem planum sit subiecto plano erectum, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio; in proposita sectione figuram apparentem describere.

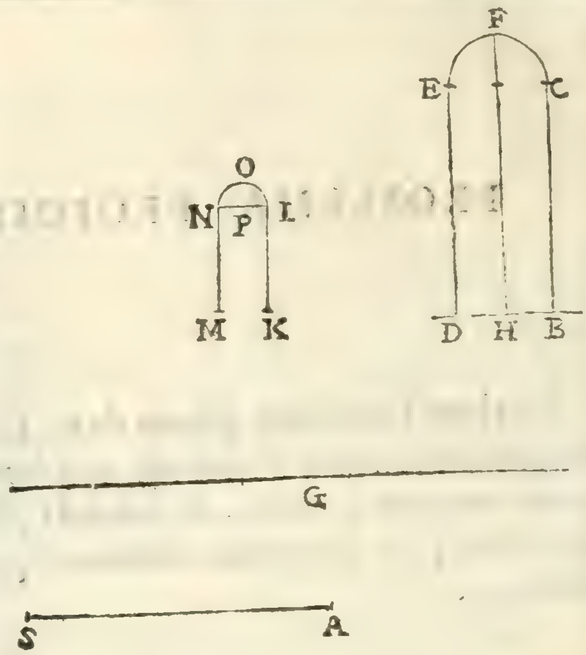


Datæ sint rectæ lineæ BC DE, quas coniungat linea curua CFE, quę sit, vel ellipsis, vel circuli circunferentia, vel alia quæpiam. sitq; BD communis sectio plani erecti BFD, ac subiecti plani. sit verò S distantiæ punctum; & SA oculi altitudo; sitque G sectionis linea. oportet figuram inuenire apparentem, quæ obiectum BCFED subiecto plano erectum ostendat. à punctis curuæ lineæ CFE ad BD plures ducantur lineæ perpendiculares, quæ quidem ex secunda huius propositione, erunt altitudines punctorum ipsius CFE supra subiectum planum. Inueniantur igitur KL MN, quæ in sectione lineas BC DE tanquam subiecto plano erectas ostendat. similiter inueniatur LON, quæ ipsam CFE repræsentet, eritque KLONM apparens figura. *Ex II. tertii huius.*

Cæterùm si linea BD fuerit sectionis lineæ G parallela, fueritque sectio subiecto plano erecta; quoniam planum BFD intelligitur subiecto

Ex 16. tertii huius.

cto plano erectum, erit vtique sectio huic plano æquidistans. vnde constat apparentem figurã KOM similem ipsi BFD prouenire. hoc namque modo secatur pyramis basi æquidistans. quare si CFE fuerit semicirculus, tunc iungatur LN, quæ bifariam diuidatur in P, centroq; P semicirculus describatur LON. nimirum semicirculus LON semicirculum CFE in sectione ostendet; eritque KLONM apparens figura. Quòd si CFE fuerit ellipsis vel alia, & LON describenda similiter erit ellipsis, vel alia. quod facere oportebat.



Ex his perspicuum est, arcuata edificia, quæ non solùm in porticibus, & aliis construuntur, sed etiam, quæ inter columnas existunt, repræsentari posse. ea verò faciliùs punctis concursus (præcipuè quando plures sunt arcus) repræsentari possunt hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXI.

Plures lineas cum suis arcubus in planis sibi inuicem ad angulos rectos existentes in sectione repræsentare.

Exponatur in subiecto plano ichnographia tantùm AB BC ad rectos angulos; supraque ABC, hoc est in AE FB BG HD IC çqualibus intelligantur æquales subiecto plano erectæ lineæ, quarum altitudines sint ipsi K æquales, hoc est vsque ad initium arcuum. intelliganturque super EF GH DI arcus, qui sint semicirculi; sintque EF GH DI çquales.

quare

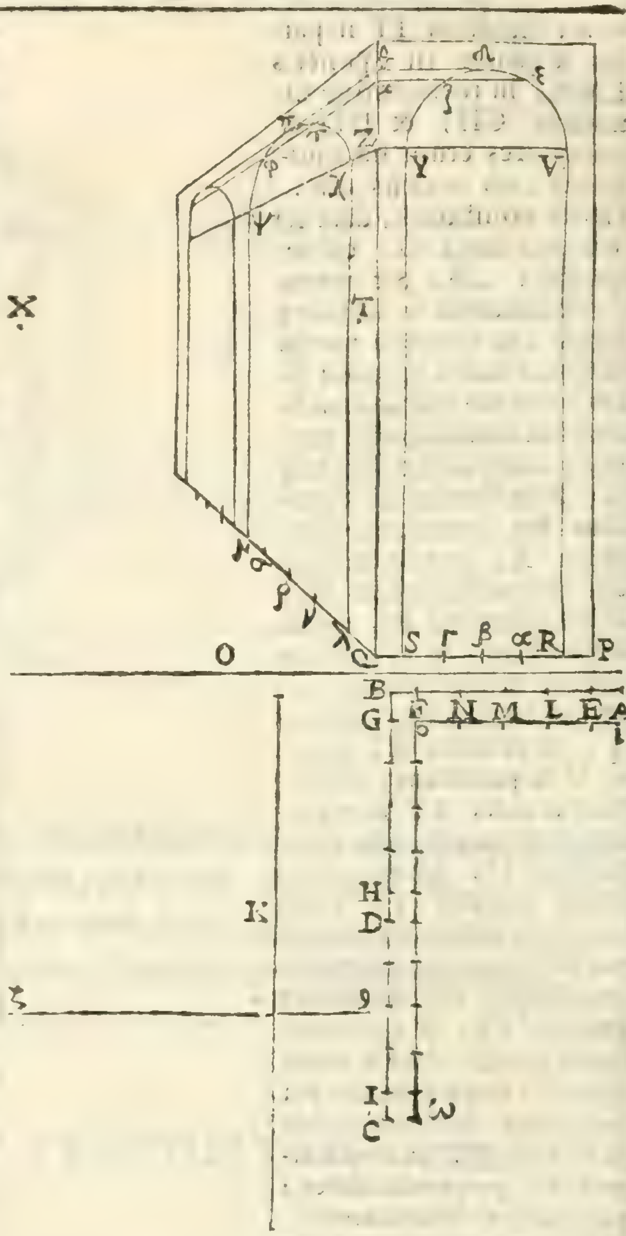
quare diuidatur EF in partes æquales in punctis LMN; in totidemque diuidatur GH, & DI; & quò plures erunt hæ diuisiones, eò meliùs erit. His ita constitutis, data sit sectionis linea O, cui æquidistet AB. Sit autem repræsentanda in sectione figura, vt secundo modo diximus initio secundi libri huius ob euitandam linearum confusionē. quare ex dato puncto distantię ℞, & ex data oculi altitudine ℞9, inueniatur punctum X, punctum scilicet concursus ipsius BC, & omnium ipsi BC æquidistantium, & vt decimo quinto modo vtamur, alterum inueniatur pūctum T, ita vt ducta XT sit ipsi O æquidistans, distantiaque inter XT sit ęqualis distantiæ à puncto ℞ ad lineam O. Itaque primùm punctis TX concursus in sectione inueniatur PQ, quæ ostendat AB, punctaque RS ostendant puncta EF. & quoniam super puncta AEFB intelliguntur lineæ subiecto plano erectæ, ducantur igitur RV SY QZ sectionis lineæ O perpendiculares; punctaque inueniantur VYZ, quæ ostendant pūcta supra EFB existentia altitudine K. Deinde diuidatur RS in tot partes æquales in punctis αβγ, sicuti diuisa est EF, quæ quidem puncta αβγ ostendent puncta LMN. nam quoniam AB est ipsi O parallela, erit & PQ ipsi O æquidistans; sed planum, quod intelligitur esse supra AB, est sectioni æquidistans; ergo (vt diximus) figura PZ erit similis ei, quæ est supra AB. propterea puncta αβγ repræsentabunt LMN. Deinde facto diametro VY describatur semicirculus VδY, qui repræsentabit semicirculum supra EF existentem supra altitudinem K. Ducanturque à punctis αβγ lineæ ipsi O perpendiculares, lineaque ex α pertingat in ε, ex β in δ, & ex γ in ζ. ducanturque ipsi O parallelæ lineæ δθ εκ vsque ad lineam QZ. quòd cùm sit Rα ęqualis γS, erit εζκ recta linea. etenim si ductæ essent lineæ αε γζ, essent hæ interse æquales. ostenderentque lineæ αε βδ γζ lineas subiecto plano erectas, quæ à punctis LMN vsque ad circumferentiam

20. secundi huius.

3. tertii huius.

25. primi huius.

tiam



tiam pertingerent. Deinde quoniam punctum X est punctum concursus ipsius BC, linearũq; ipsi BC æquidistantium, ideo ducatur Qμ ad X; inueniantur que puncta $\lambda\mu$. quæ ostendant pũcta CH; puncta verò similiter inueniantur $\nu\rho\sigma$, quæ ostendant puncta, quæ sunt inter GH. ducantur deinde lineæ $\theta\varpi$ $\kappa\tau\phi$ Z$\chi\psi$, quæ tendant ad X; à punctis verò $\lambda\nu\rho\sigma\mu$ ipsi O perpendiculares ducantur, vt $\lambda\chi$ $\mu\psi$; ductæque intelligantur $\nu\tau$ $\rho\varpi$ $\sigma\phi$. patet ductam lineam $\chi\tau\varpi\phi\tau$ arcum ostendere supra GH existentem, supraque altitudinem K. siquidem lineæ, quæ tendunt ad X, ostendunt lineas ipsi BC parallelas, quæ secant circunferentiam supra GH existentem, & supra altitudinem K. veluti $\delta\theta$ $\epsilon\zeta\kappa$ VZ ostendunt lineas, quę secant eodem modo circunferentiã supra EF existentem, & supra altitudinem K. quod quidem similiter prorsus demonstrabitur. eademque ratione fiet in alijs. quod facere oportebat.

20. secundi huius.

Obseruandum autẽ est, si PQ esset linea sectionis, quòd tota figura Pθ absque perspectiua describi poterit. In hoc enim casu lineæ PQ AB essent vna tantùm linea, quæ quidem sectionis linea existeret.

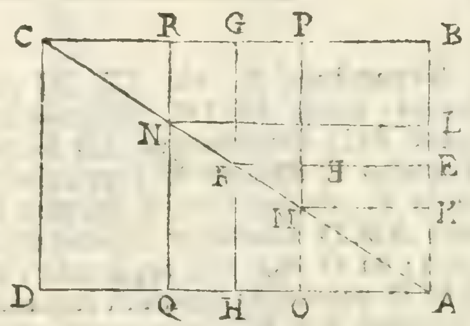
Quòd si aliæ lineę cum suis arcubus ipsis iam descriptis respondentes secundùm latitudinem, siue crassitudinem inuenire voluerimus, ducantur ipsis AB BC parallelæ lineæ ιo $o\omega$ secundùm latitudinem, quam intendimus, quæ quidem lineæ ita prorsus diuidantur, vt diuisæ sunt AB BC. deinde in sectione omnia fiant eodem prorsus modo, vt factum est lineis AB BC; erunt vtique omnia in sectione repræsentata, vt propositum est.

Hæc autem fortasse adhuc faciliùs alia quoque methodo describi poterunt, hoc tamen prius demonstrato.

PRO-

PROPOSITIO. XXXII.

Sit rectangulum ABCD, diuidaturque AB secundùm datam proportionem in E; iungaturque AC; deinde ducatur EF ipsis AD BC parallela, quæ lineam AC secet in F; ac per F ducatur GFH ipsi AB æquidistans. Dico rectangulum BD secundùm datam proportionem AE EB diuisum esse linea GH.



Cùm enim sit EF ipsi BC equidistans, erit AE ad EB, vt AF ad FC. similiterque quoniam GH ipsi CD est parallela, erit AH ad HD, vt AF ad FC. quare ita est AH ad HD, sicut AE ad EB. sed vt AH ad HD, ita est parallelogrammum AG ad HC; parallelogrammum igitur AC diuisum est linea GH secundùm datam proportionem AE EB. quod demonstrare oportebat. *2. sexti.* *11. quinti.* *1. sexti.*

Hinc sequitur, si AE est æqualis EB, similiter AG ipsi HC æqualem esse.

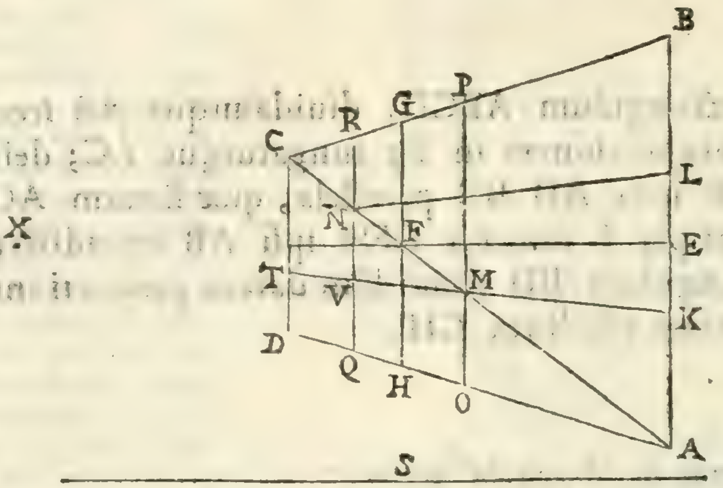
Quòd si AB diuisa fuerit in AK KL LB, ductæque fuerint KM LN ipsi AD parallelæ, & ab MN lineæ ducantur OMP QNR ipsi AB parallelæ, similiter perspicuum est, ita esse AP OR QC, sicut AK KL LB. Quòd si AB in alias quomodocunque partes fuerit diuisa, hac ratione, & lineæ AD BC, ac per consequens parallelogrammum similiter diuisum proueniet.

Præterea si AKMO fuerit quadratum, deinde ducta diametro AM, productaque, si ducantur EF FH ipsis AD AB parallelæ, erit & EH quadratum, & ita LQ, &c.

Hæc autem perspectiuæ deseruient hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

In sectione sit apparens figura ABCD, quæ ostendat rectangulum, oporteatque lineâ ipsis AB DC parallela diuidere rectangulum BD secundùm apparentiam in data proportione.



Sit punctum X, vbi AD BC conueniunt, tanquam in punctum concursus. sintq; AB DC sectionis lineæ S perpendiculares. Deinde iungatur AC; diuidaturque AB secundùm datam proportionem in E. & à puncto E ducatur EF, quæ tendat in X, quippe quæ ipsi AC occurrat in F. denique per F ducatur GFH ipsi S perpendicularis; erit vtique ABCD secundùm datam proportionem diuisum secundùm apparentiam; ita vt AG HC appareant, vt se habent AE EB. Nam quoniam ABCD parallelogrammum repræsentat, cuius apparens diameter est AC, siquidem AD BC apparent parallelæ, veluti quoque AB DC, lineaq; deinde EF ipsis BC AD apparet æquidistans, ductaque est GFH ipsi S perpendicularis, quæ ob id ipsis AB DC est, apparetque parallela; ergo ex proximè demonstratis, in eadem est proportione AE ad EB, sicut secundùm apparentiam est AH ad HD, & vt AG ad HC. quandoquidem AG HC parallelogramma apparent. quod facere oportebat.

In præcedenti.

Quòd si AB diuidatur in KL, ducanturque KM LN in X tendentes, quæ ipsi AC occurrant in MN; à punctisque MN sectionis lineę S perpendiculares ducantur PMO RNQ, perspicuum est ita apparere BP PR RC, & AO OQ QD, & AP OR QC, veluti diuisa est AB in punctis KL. quòd si AK KL LB fuerint equales, & BP PR RC. deinde AO OQ QD, ac denique AP OR QC apparebunt equales. quod idem omnibus alijs quibuscunque diuisionibus similiter contingere ostendetur.

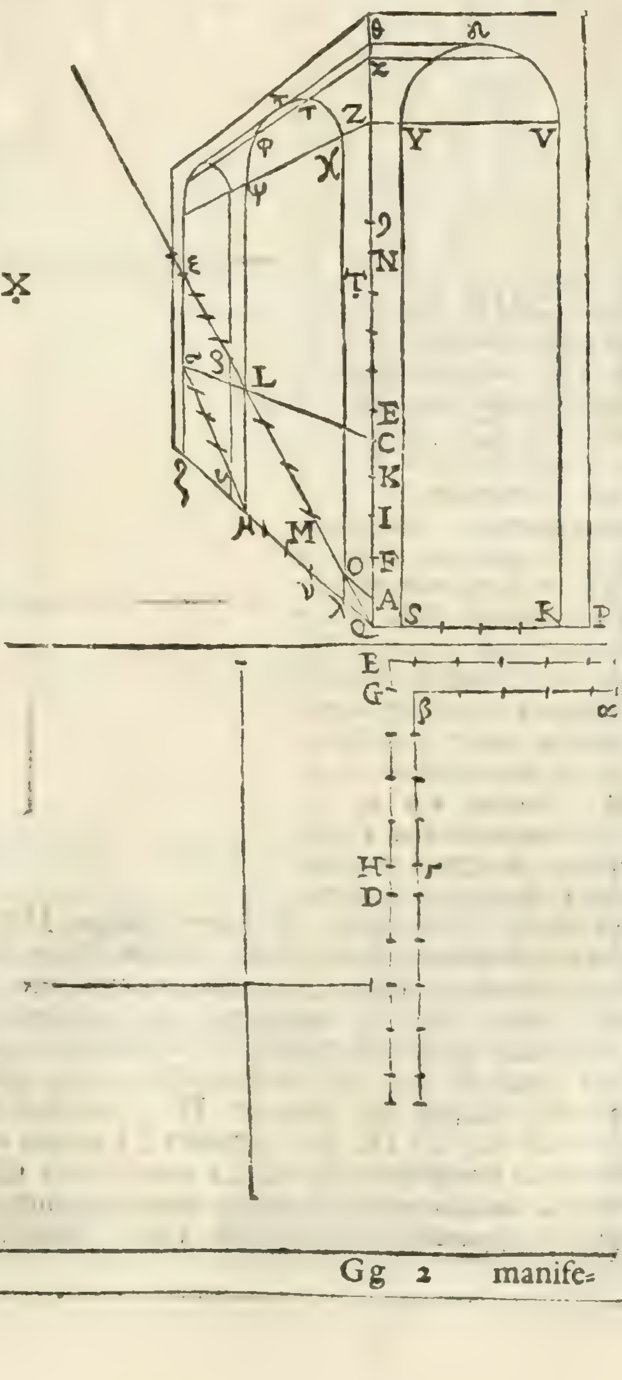
Ex præcedenti.

Cæterùm si AO apparet ęqualis AK, ductaque sit OM lineæ S perpendicularis, KM verò in X tendat; perspicuum est AKMO quadratum apparere. quia lineæ AK OM ęquales apparent, veluti quoque AO KM; sed AO apparet ęqualis AK; ergo omnes quatuor lineę apparent interse ęquales. rectus verò angulus apparet KAO, vt supponitur; igitur AKMO quadratum apparet. Itaque iungatur AM, quæ producatur; deinde ducatur EF ad X, quæ AM secet in F; ducaturque FH similiter ipsi S perpendicularis; figura quoque AEFH quadratum apparebit, veluti quoque ALNQ, &c.

Præterea si producatur KM, quæ lineas QR DC secet in punctis VT; similiter OMVQ, & QVTD quadrata apparebunt; supposito nempè AO ipsis OQ QD æqualem apparere. Perspicuum est enim AK OM QV DT æquales videri, veluti quoque KM MV VT. ex quibus constat non solùm OV QΓ apparere quadrata, verùm etiam quadrata AM OV QΓ æqualia quoque interse apparere. At verò ad particularia magis accedamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Aliter ea, quæ in trigesimaprima huius proposita sunt, inuenire.



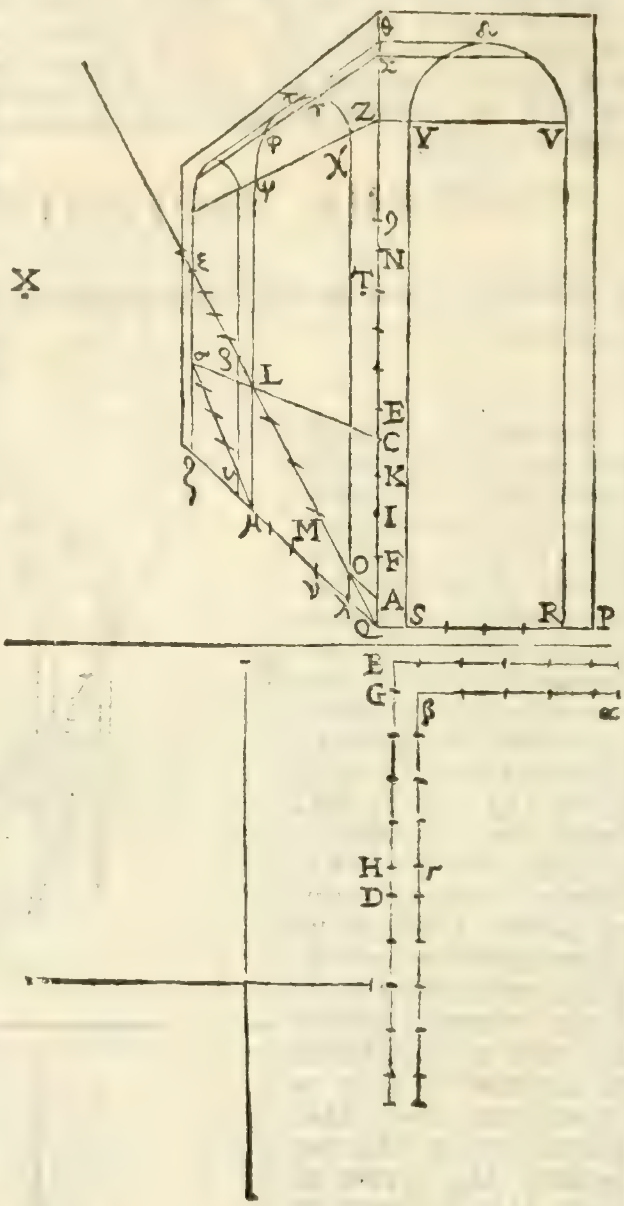
Exponatur eadem figura, hoc est descripta sit tantùm figura Pθ. inuentaque sint similiter puncta θκZ in linea Qθ. puncta verò TX eodem fungantur officio. Vt autem inueniantur aliæ lineæ rectæ cum suis arcubus, quorum planum ad rectos angulos cum Pθ appareat. Diuidatur linea Qθ in A; sitque QA æqualis QS. deinde fiat AC æqualis ipsi SR, & CE ipsi RP. Deinceps vnum tantùm ex punctis GHD in sectione repræsententur; sitque exempli gratia in sectione inuentum punctũ μ, quod quidem ipsum H repræsentet. ex antea demonstratis linea Qμ ostendit lineam BH, quę quidem Qμ apparet æqualis QR. sed quoniam in Pθ res describuntur, vt sunt, absque perspectiua; si igitur linea Qμ æqualis apparet ipsi QR, ergo eadem Qμ ipsi quoque QC apparebit æqualis; siquidem QC est ipsi QR æqualis. Itaque ducatur primùm μΨ sectionis lineæ perpendicularis; deinde ducatur linea CL, quæ tendat in X; quippe quæ lineam μΨ secet in L.

manifestum est QCLμ quadratum apparere. siquidem CL Qμ apparent parallelæ, & QC μL parallelæ; ac propterea æqualis apparet QC ipsi μL; sed QC apparet etiam æqualis Qμ, tres igitur CQ Qμ μL apparent æquales, & ad angulos rectos, vt supponitur. ergo QCLμ quadratum apparet. quare linea ducatur QL. præterea supponantur puncta $\lambda\nu$ inuenta, vt in trigesimaprima huius. deinde ducatur AO ad X, quæ secet QL in O; ducaturque ab O sectionis lineæ perpẽdicularis vsque ad lineam Zψ in χ; hęc proculdubio cadet in λ; quia QAOλ quadratum apparet; lineaque Qλ ipsi QA æqualis apparet. quandoquidem Qλ ipsi quoque QS apparet æqualis, vt antea factum fuit. Cæterum vt arcum inueniamus, diuidatur AC in quatuor partes in FIK, veluti diuisa est SR; à punctisque FIK lineæ ducantur ad X, quæ QL secent; à quibus punctis sectionis lineæ perpendiculares ductæ intelligantur; & quæ ducitur, vt ab M, lineam $\kappa\phi$ in X tendentem secet in τ. erit vtique punctum τ punctum apparens in arcu quæsitum. Idem enim est ducere lineam Mτ, vt $\nu\tau$. eadem enim est perpendicularis sectionis lineæ, si enim ductę essent lineę FM Mν, similiter ostendetur FM νQ quadratum apparere. atque hac ratione puncta inuenientur $\varpi\phi$; & huiusmodi alia; eritque inuenta figura $\lambda\varpi\mu$, quę ipsi RδS apparebit ęqualis. Vlteriùs autem progrediendo, secetur similiter linea E6 in N9; sitque EN ęqualis ipsi CA; ac per consequens ipsi SR; sitque N9 æqualis EC; diuidaturque EN in quatuor partes partibus AF FI IK KC æquales; à quibus omnibus punctis in EN existentibus lineæ ducantur ad X, quæ lineam QL productam secent; cæteraque eodem modo fiant; eruntque inuentæ aliæ lineæ cum arcu; quæ quidem apparebunt æquales ipsi $\lambda\varpi\mu$. Quòd si adhuc aliæ lineæ cum arcu

Ex præcedenti.

Ex præcedenti.

In trigesimaprima huius.



inuenire voluerimus, diuidatur eodem modo linea Nθ, quæ si opus fuerit, protrahatur, cæteraque similiter prorsus fiant, omniaque, vt dictum est, apparebunt. quod facere oportebat.

Perspicuum est hinc, si VδY non esset semicirculus, neque $\chi\varpi\psi$ semicirculum apparere. & huiusmodi alios.

Obseruandum autem occurrit, quòd postquam inuentum fuerit punctum ϵ, linea scilicet ducta à puncto N ad X, quæ lineam QL secet in ϵ, tunc absque diuisione lineæ EN, & $\rho\epsilon$, vt describantur lineæ cum arcu, hoc quoque modo efficere poterimus. nempe à puncto ϵ ducatur linea $\epsilon\zeta$ sectionis lineæ perpendicularis, deinde producatur CL, quæ lineam $\epsilon\zeta$ secet in σ. primùm quidem patet $\mu L\sigma\zeta$ quadratum apparere æquale QCLμ. vt ex præcedenti constat. Itaque iungatur $\mu\sigma$, quæ ipsi QL æquidistans, & ęqualis apparet. siquidē quadrata QL $\mu\sigma$ in iisdem sunt lineis constituta. Vnde apparens diameter $\mu\sigma$ ipsi Lϵ ęquidistans, & æqualis quoque apparebit. Quamobrem iisdemmet lineis, quæ ducuntur à punctis AFIK ad X, secabitur $\mu\sigma$, ita scilicet, vt AO producta secet $\mu\sigma$ in υ, &c. eritque $\upsilon\sigma$ in quatuor partes diuisa, vt OL, & vt $\rho\epsilon$. à quibus punctis in $\upsilon\sigma$ existentibus ducantur lineæ sectionis lineæ perpendiculares, eodem prorsus modo inuenientur puncta, quibus poterunt arcus similiter describi. perpendiculares enim lineę sectionis lineę ductæ à punctis in $\upsilon\sigma$ existentibus per puncta quoque in $\rho\epsilon$ inuenta transirent. siquidem $\rho\epsilon$ $\upsilon\sigma$ æquales, & parallelæ, & ęqualiter diuisæ apparent.

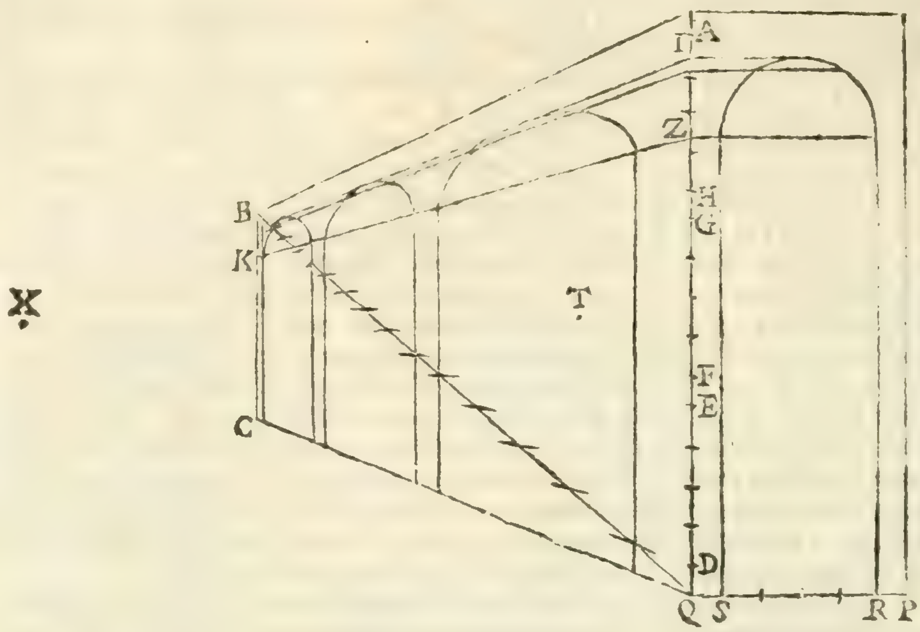
Vt verò inueniantur aliæ lineæ cum aliis arcubus secundùm latitudinem, siue crassitudinem, describantur, vt in trigesimaprima huius, lineę $\alpha\beta\Gamma$, quibus eadem fiet praxis eodem modo prorsus, vt mox diximus. diuidendo nempè similiter linea, quę in sectione lineam supra punctum β subiecto plano perpendicularem repręsentabit. quippe quæ simili ratione diuidenda est, vt factum est in linea Qθ, lineęque alię, vel tendent in X, vel sectionis lineę perpendiculares erunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Iisdem positis, describatur scilicet PA, vt antea in trigesimaprima, & in præcedenti, determinataque sit figura QABC, quæ vel ex ichnographia, vel ad libitum quoque determinari poterit, in qua oporteat describere lineas cum duobus, vel tribus, vel quatuor, &c. arcubus, qui interse appareant æquales.

Sint verò describendi tres arcus cum suis lineis. Diuidatur QA ita, vt QD EF GH IA sint æquales interse; itidemq; interualla DE FG HI

sint



ſint tria, & interſe æqualia; quæ quidem ſiue ſint diuiſionibus in PQ exiſtentibus, ſiue non ſint æqualia, nihil refert. Ducaturque primùm QB. Deinde ad X tanquam ad punctum concurſus ducantur lineæ à punctis DEFGHI; & vbi hæ lineæ lineam QB diſpeſcunt, ipſi PQ lineæ ducantur perpendiculares, quæ quidem PQ linea intelligatur ſectionis; præfatę verò lineæ perpendiculares ducantur vſque ad QC, & ZK. Hæ quidem lineæ diuidunt ſpacium QABC ſecundùm apparentiam, veluti diuiſa eſt QA ex demonſtratis. vt patet ſi dictæ perpendiculares lineæ vſque ad AB peruenirent. Quare tria ſpacia inter has lineas perpendiculares exiſtentia, apparebunt interſe æqualia; ſiquidem æqualia ſunt interualla DE FG HI. His ita conſtitutis, vt deſcribantur arcus, diuidantur DE FG HI in quatuor partes æquales, quandoquidem in totidem diuiſum eſt interuallum RS. deinde à punctis inter DE FG HI exiſtentibus ducantur lineæ ad X; cæteraque eodem prorſus modo fiant, vt in præcedenti, arcuſque ſimiliter deſcribentur; & factum erit, quod propoſitum fuerat.

33. huius.

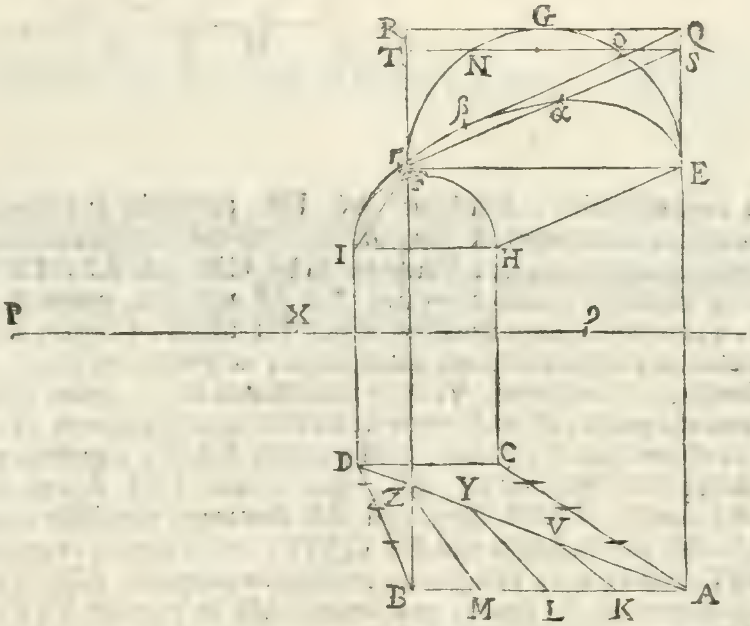
Quòd ſi plures adhuc lineas cum pluribus arcubus inuenire voluerimus, diuidatur ſimiliter QA ſecundùm plures diuiſiones, reliquaque eodem modo ſemper fiant.

Obſeruandum autem eſt arcus in QABC inuentos, quamuis interſe appareant æquales, tamen arcui in PA exiſtenti æquales, vt plurimùm minimè apparere, niſi caſu id acciderit.

Latitudo, ſiue craſſitudo arcuum, & linearum fieri ſimiliter primùm poterit, vt antea, ex ichnographia, inuentis enim figuris, quæ iuxta PA QB apparent, tunc quemadmodum diuisa est QA, ita similiter erit diuidenda linea, quæ ostendit lineam iuxta QA existentem. cæteraque eodem modo fient. ad quæ plurimùm sequentia problemata conducent. ex quibus absque ichnographia hæc omnia fient.

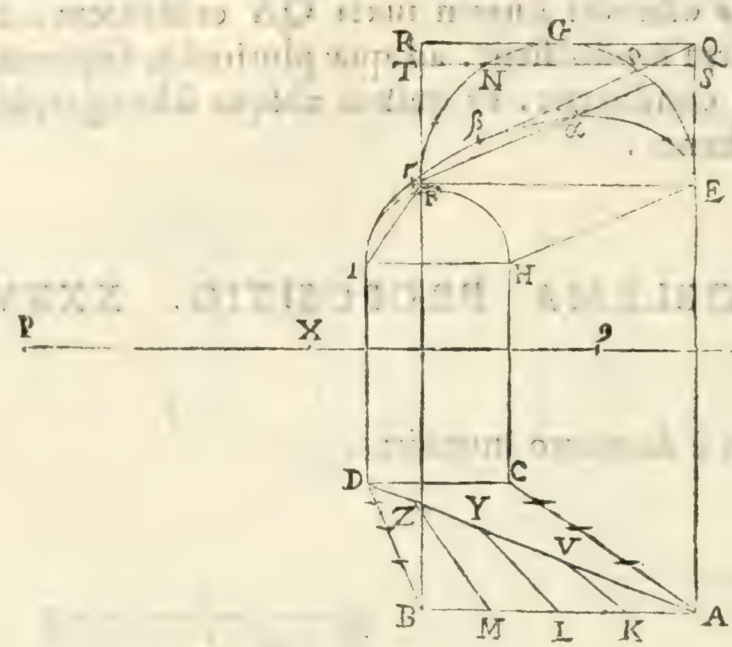
PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVI.

Arcus è diametro inuenire.



Sit deinde AB sectionis linea, vel sectionis lineæ parallela. sit X vbi ab oculo in sectionem perpendicularis cadit; ac per X ducatur linea XP ipsi AB æquidistans; ducanturque AC BD ad X; ducaturque CD parallela ipsi AB. primùm quidem ACBD parallelogrammum ostendet, tanquam in subiecto plano. Deinde erigantur AE BF æquales, & perpendiculares ipsi AB; describaturque arcus EGF; similiterque ducantur CH DI ipsi AB, ac per consequens ipsi CD perpendiculares; ducanturque EH FI, quæ tendant in X. similiter AEHC parallelogrammum

erectum



erectum repræsentabit ; siquidem AC EH parallelæ apparent; quia in idem punctum concursus X concurrunt. ob eandemque causam BFID parallelogrammum apparet : Vnde ex dictis CH ipsi AE, DI verò ipsi BF apparet æqualis. quare cùm sint AE BF æquales, erunt & DI CH æquales. quare describatur similiter super HI arcus. planum enim CH-ID repræsentat planum sectioni parallelum; ac propterea arcus super HI arcum similiter repræsentat. Vt verò describatur arcus, cuius termini sint EI è diametro positi; altitudo verò sit secundùm altitudinem G. Diuidatur AB in plures partes ęquales, vt in punctis KLM; à quibus perpendiculares ductę intelligantur ad AB, quæ arcum EGF secent in punctis OGN; & à punctis OGN lineæ ipsi AB ducantur parallelæ, quæ secent lineas AE BF productas in punctis QRST; erit vtique (vt antea dictum est) SONT recta linea. Hisque ita constitutis iungatur AD; à punctisq; KLM ducantur ad X lineæ, quæ secent AD in punctis VYZ; proculdubio AD apparebit diuisa, vt AB. nam lineæ KV LY MZ BD parallelæ apparent; & ob id AB AD in eadem proportione diuisæ apparent. Itaque producta intelligatur AD, quæ ipsi lineæ per X ductæ occurrat in P. Deinde ducta intelligatur à puncto V perpendicularis ipsi AB, cui occurrat linea Sα ad P ducta in puncto α, linea verò à puncto Y similiter ducta occurrat lineæ Qβ in β ad P tendenti. perpendicularisque à puncto Z occurrat lineæ SαΓ in Γ. lineaque ducatur EαβΓI. nimirum ostendet EαβΓI arcum quæsitum. nam quoniam linea AD ostendit lineam in subiecto plano existentem, omnes lineæ huic lineæ æquidistantes habebunt punctum concursus in linea XP; sed AD tendit in P. ergo punctum P est punctum concursus dictarum linearum; quare AD SαΓ Qβ parallelæ apparent. Vnde punctum β æquealtum apparet, vt

In 31. huius.

2. Cor. 33 primi huius.

punctum

punctum Q, quæ est altitudo puncti G; punctaque αΓ æquealta, vt punctum S apparebunt, quæ est altitudo punctorum O N. ostendit igitur EαβΓI arcum quæsitum.

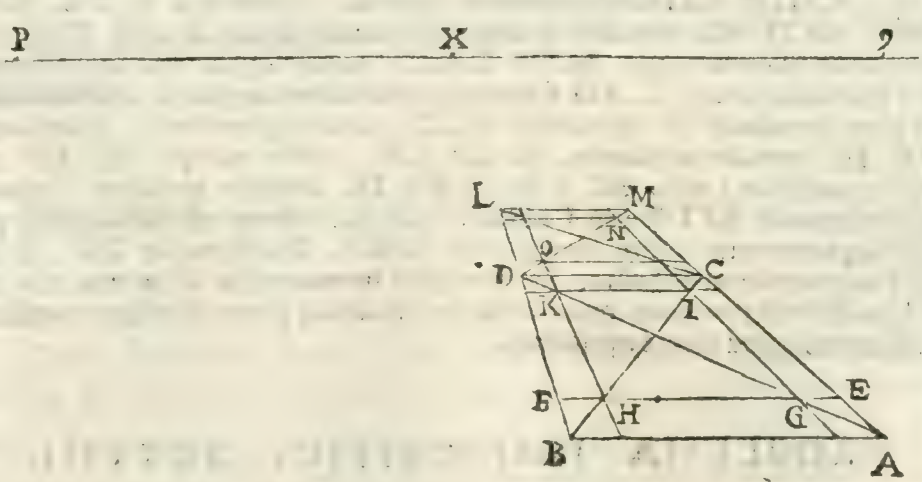
Parique ratione si connectatur BC, quæ lineam XP secet in 9, quæ quidem BC similiter diuisa proueniet à lineis KV LY MZ, vt AB. Deinde à punctis RT lineæ ducantur ad 9, quæ secent similiter lineas ductas à punctis in linea BC existentibus, ipsique AB perpendiculares; eodem prorsus modo alter inuenietur arcus, cius termini erunt FH, altitudoque itidem G.

Quomodo autem inueniantur arcus super EH FI, ex trigesimaprima huius perspicuum est. lineæ enim, quæ in punctum concursus tendunt, omnes in X concurrere debent. siquidem ipsis AC BD parallelæ apparere debent. quæ quidem AC BD in quatuor similiter partes diuisæ apparebunt, ducendo lineas per puncta VYZ ipsi AB parallelas. cætera verò eodem prorsus modo, vt in trigesimaprima huius fiant: quæ quidem omnia perspicua sunt.

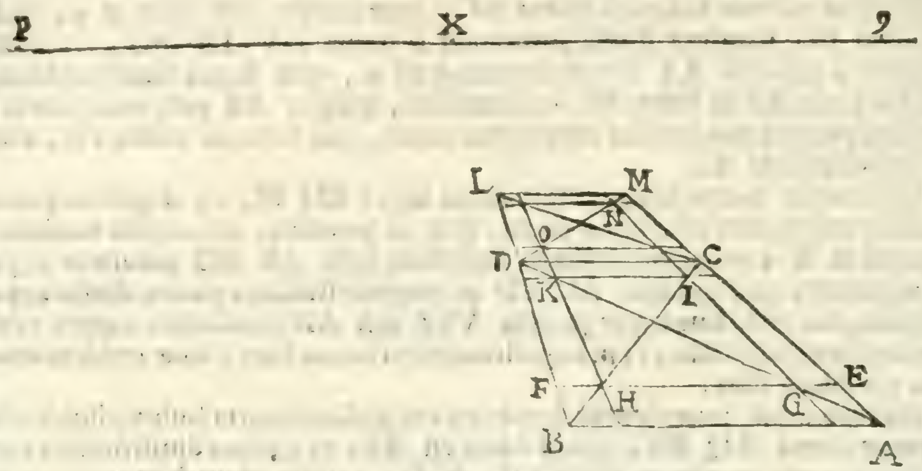
Hi verò arcus inuenientur quoque ex trigesimaquarta huius, diuidendo nempe lineas AQ BR, veluti diuisa est AB; ex quibus diuisionibus non solùm inuenientur arcus supra EH, & FI; verùm etiam & multi alij ipsis in directum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVII.

Vt verò præfati omnes arcus, & insuper alij, secundùm latitudinem, siue crassitudinem absque ichnographia describantur, hoc modo fieri poterit.



Sit vt in præcedenti linea 9XP, quæ intelligitur esse secundùm altitu-

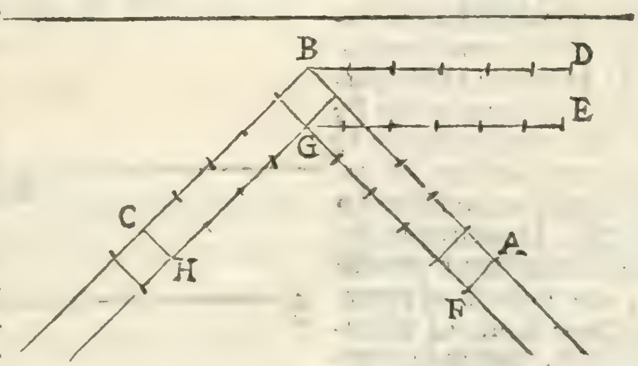


dinem oculi, quæ quidem sectionis lineæ est parallela; describaturque similiter figura ACDB parallelogrammum repræsentans, cuius lineæ AB CD sint sectionis lineæ parallelæ. apparentes vero diametri AD BC tendant in puncta P9; ducaturque linea EF ipsi AB æquidistans ad libitum, secundùm nempe apparentiam latitudinis, siue crassitudinis arcuum, quam apparere volumus; secetque EF lineam AD in G, & BC in H; à punctisque GH ducantur ad X lineæ GI HK. secet verò HK lineam AD in K, linea verò GI secet BC in I. Deinde ducatur KI, quę apparebit, eritque parallela ipsi AB, lineæque vsque ad ACDB pertingant. Postea producantur lineæ AC GI HK BD, quæ quidem omnes tendunt in X. deinde ducatur CL, quæ tendat in P; & vbi CL productas lineas secat, ab his punctis lineæ ipsi AB parallelæ ducantur; figuraque CMLD parallelogrammum ostendet ęquale ipsi ACDB. Nam lineæ ABCD ML æquales, & æquidistantes apparent, & AM BL itidem parallelæ videntur; ergo ACDB CMLD parallelogramma apparebunt. sed quoniam lineę CL AD similiter ęquidistantes apparent, quia tendunt in idem punctum P, apparebit ACLD parallelogrammum. quare lineæ AC DL æquales apparent. sed DL CM, veluti quoque AC BD apparent æquales; ergo AC CM, & BD DL æquales apparent. æquale igitur apparet ACDB ipsi CMLD. pariquе ratione ostendetur NO parallelogrammum apparere æquale ipsi GIKH. Ducta itaque DM, ex ijs, quæ in præcedenti dicta sunt, super omnes lineas electæ lineæ cum suis arcubus describi poterunt. quod idem fiet, si adhuc plures similiter constitutæ fuerint. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVIII.

Data verò sit linea sectionis, datumque sit distantię punctum vnà cum oculi altitudine; lineæ verò AB BC sint vt antea in trigesimaprima, & trigesimaquarta huius dispositæ, sed ipsarum neutra sit sectionis lineæ parallela; oporteatque omnia similiter inuenire.

Ducatur BD sectionis lineæ parallela, ipsique AB æqualis; quæ quidem diuidatur, vt AB. in sectione verò describantur lineæ cum arcu secundùm lineam DB, & secundùm altitudinem propositam, vt in superioribus factũ est. deinde in sectione diuidatur linea, quę lineam supra B existentem ostendit, vt antea in trigesimaquarta huius dictum est. ex quibus diuisionibus deinde, si inueniantur puncta concursus, linearum scilicet AB, & BC, inuentisque in sectione tantùm punctis, quæ ostendant puncta AC, ex vtraque parte inueniemus plures arcus cum suis lineis eo modo, vt in eadem trigesimaquarta huius factum fuit. Parique ratione idem fiet lineis FG GH, ducta scilicet linea GE ipsi BD parallela, & ęquali, & ęqualiter diuisa. quod facere oportebat. 31.34. *huius.*



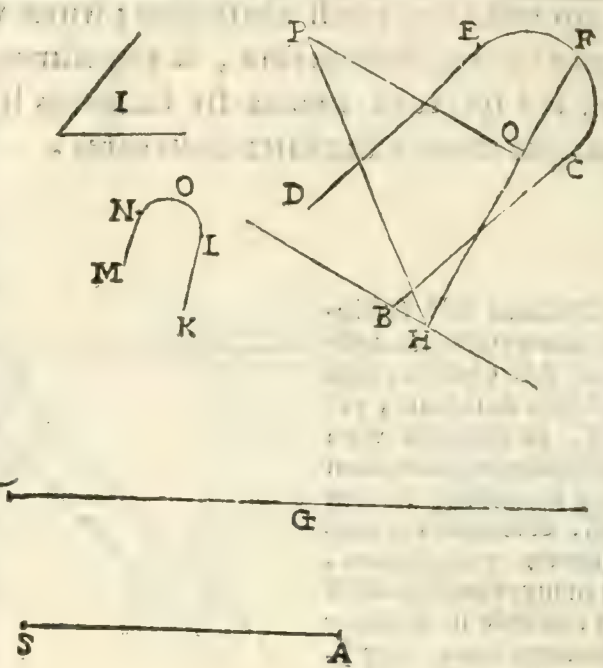
Quòd si AB BC non fuerint ad angulos rectos, eodem prorsus modo eadem inuenire poterimus.

Aliis quoque modis hæc omnia inueniri poterunt. sed hæc dicta sufficiant.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIX.

Datis similiter lineis, vnà cum linea curua, quarum planum sit subiecto plano inclinatum, horumque planorum data sit communis sectio, datusque sit inclinationis angulus, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit BFD figura data, hoc est sint BC DE rectæ lineæ, CFE verò sit curua . deinde sit BH plani BFD, ac subiecti plani communis sectio, quorum quidem planorum inclinatio sit datus angulus I. Inueniatur ex propositione tertia huius libri, vbi punctum F perpendiculariter cadit in subiectum planum, ducta nempe FH ipsi BH perpendiculari, factoque angulo FHP equali angulo I; factaque HP equali HF, denique ducta P ad HF perpendiculari Q nimirum punctum F cadet in Q; cuius altitudo est QP. Quocirca in sectione inueniatur punctū O, vbi nempè apparet punctum supra Q altitudine QP. eademq; prorsus ratione alia inueniantur puncta in arcu CFE existentia, quod idem fiat puncto D, quæ quidem omnia in sectione appareant in LONM. denique quoniam punctum B in subiecto plano existit, inueniatur K, vbi scilicet in subiecto plano punctum B apparet, iungaturque KL; erit sanè KLONM apparens figura, quæ obiectum BCFED inclinatum in angulo I ostendet, quod facere oportebat.



QVARTI LIBRI FINIS.

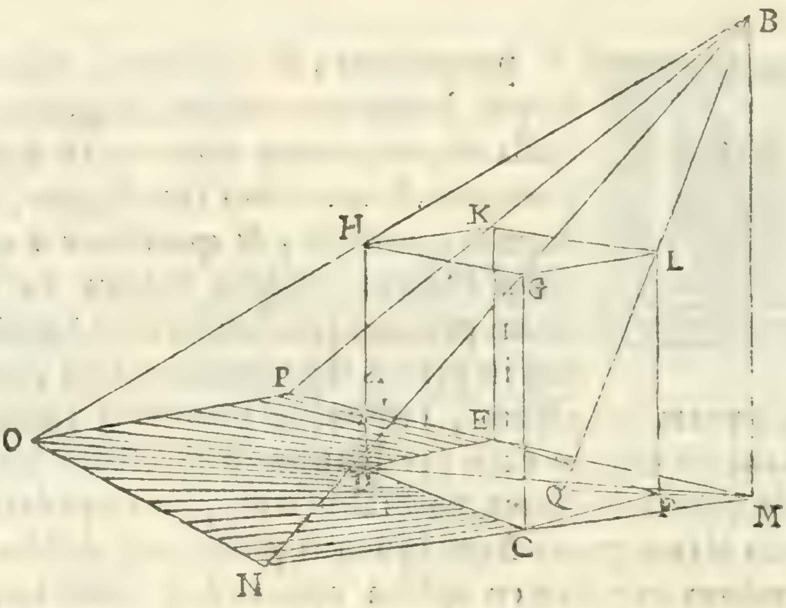
GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS

PERSPECTIVAE LIBER QVINTVS.

HIS pertractatis, & absolutis, adhuc suscepto congruere videtur negocio nonnulla de vmbrarum apparentijs breuiter attingere, & rationem inuestigare, vt noscamus quorsum, & quousque à corporibus lumini obiectis vmbræ in subiectum planum proijciuntur. Quocirca illud in primis supponendum est, lumen esse tanquam punctum, radiosque propterea luminosos tanquam ab vno puncto prodeuntes in directum tendere. Deinde quoniam totam vmbram (nisi quid impediat) in subiecto plano productam inueniri posse non dubitamus, statuendum erit lumen ipsum oportere à subiecto plano corporis sibi obiecti distantia longiùs abesse, ne subiectum planum propter vmbram ipsius corporis alioqui infinitam luminis illustratione prorsus careat. si enim lumen à subiecto plano æquè, ac aliqua pars corporis obiecti distaret, tunc vmbra esset subiecto plano æquidistans; nec vllo pacto in subiecto plano omnes vmbrarum termini inueniri possent; idque multò minùs, si corporis pars aliqua magis à subiecto plano, quàm lumen ipsum distaret. quamquam hoc quoque dato (vt ex dicendis constabit) vmbram non quidem totam infinitam, sed quorsum talis esse contingeret, non esset inuentum difficile.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Dato lumine, datoque prismate, cuius basis sit in subiecto plano, eius verò parallelogramma sint rectangula, ipsius prismatis vmbram in subiecto plano inuenire.



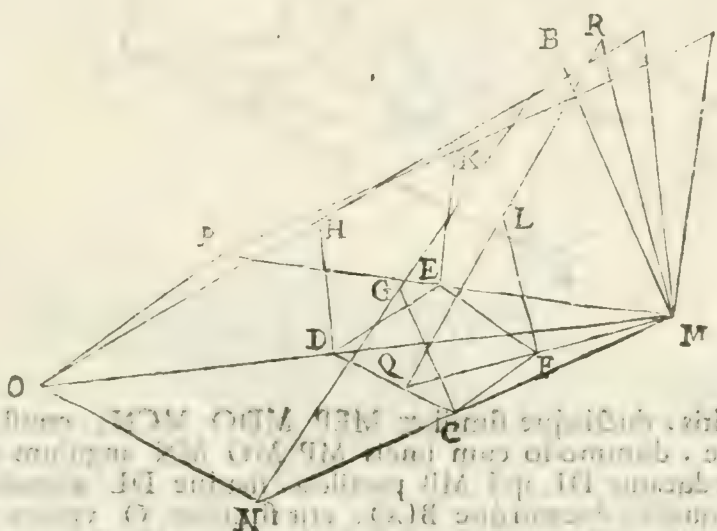
Datum sit lumen B, cuius supra subiectum planum altitudo sit BM: Datum verò prisma sit CDEFGHKL, cuius basis CE sit in subiecto plano; parallelogramma verò CH DK EL FG sint rectangula. oportet in subiecto plano prismatis CK vmbram inuenire. Quoniam enim angu-
4. vndecimi. li GCD GCF sunt recti, erit CG subiecto plano erecta. sed BM est subiecto quoque plano erecta; ergo CG ipsi BM est æquidistans. si itaque
6. vndecimi. iungantur BG MC, erunt BG MC in eodem plano, in quo sunt BM
7. vndecimi. GC. at verò quoniam BM maior est GC, productis BG MC, interse conuenient, vt in N. eritque CN vmbra lateris CG. quod quidem erit tanquam gnomon. eademque ratione ductis BHO MDO, demonstrabitur DO esse vmbram lateris DH. ductisque BKP MEP, esse EP vmbram lateris EK. similiter ductis BLQ MFQ, ostendetur FQ esse vmbram lateris LF. Quocirca, iunctis PO ON, pars subiecti plani lumine carens, ea est, quæ continetur CDEPON. Nouisse autem oportet, nos vmbram CDEF in subiecto plano infra basim existentem, nec non vmbram FQ missas facere; cùm non appareant.

Hic

Hic conſiderandum occurrit, quòd cùm termini vmbræ ſint EP PO ON NC, in ſolido lineæ partem luminoſam ab opaca diuidentes, erunt lineæ ipſis reſpondentes; vt ſunt EK KH HG GC. ſiquidem EP eſt vmbra lateris EK, PO lateris KH, ON ipſius HG, & NC vmbra lateris GC exiſtit. Quare ſolidi partes illuminatæ erunt plana FK FG GK, opaca verò DK DG, atque etiam FD; quod idem in omnibus ſolidis figuris rectilineis obſeruandum eſt.

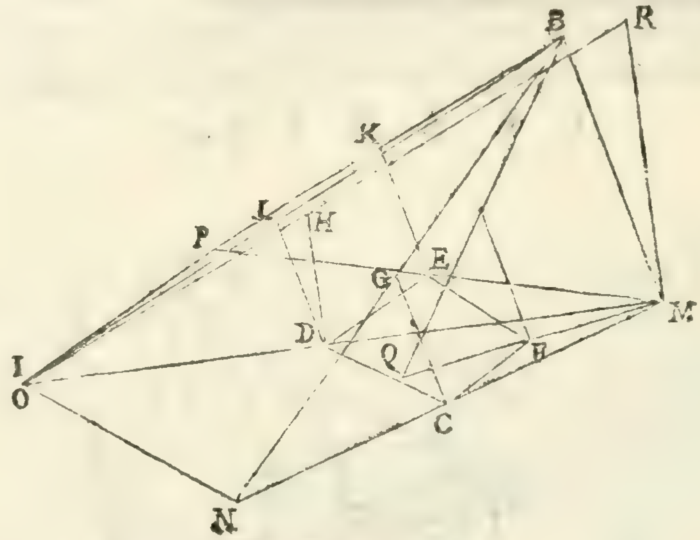
Quòd ſi ſolidi latera CG DH &c. non fuerint interſe ęqualia, eodem prorſus modo vmbra in ſubiecto plano inuenietur.

PRAXIS.



Exponatur dati priſmatis baſis CDEF. ſtatuaturque punctum, vt M, vbi in ſubiectum planum à lumine perpendicularis cadit. Ducaturque MCN; à punctiſque CM perpendiculares ipſi MN ducantur MB CG; fiatque MB ęqualis altitudini luminis ſupra ſubiectum planum; CG verò fiat ęqualis altitudini dati priſmatis; ducaturque BGN, quæ ipſi MC occurrat in N. Porrò CN erit vmbra lateris dati priſmatis ſupra punctum C perpendiculariter exiſtentis altitudine CG. vt patet ſi intelligatur triangulum BMN, manente MN conuerti, donec BM GC ſubiecto plano fiant erectæ. tunc enim, & lumen, & latus priſmatis erunt ſuis locis collocata. Eademque ratione ducatur MDO, cui perpendiculares ducantur DH MR. ſitque DH ęqualis CG (ſiquidem huiuſmodi dati priſmatis latera ſunt ęqualia) RM autem ipſi MB ęqualis. ductaq; RHO, erit ob eandem cauſam DO vmbra lateris ſupra D exiſtentis. punctum enim R in hoc caſu pro lumine deſeruiet, & ita fiet in alijs. eruntque inuentæ vmbræ EP FQ, quarum FQ omittenda eſt; cùm non appareat, propterea quod ipſa infra baſim FD reperitur, quæ quidem vmbra terminatur lineis figuræ CDEPON. In ſubiecto igitur plano dati priſmatis vmbra inuenta eſt. quod facere oportebat.

ALITER.



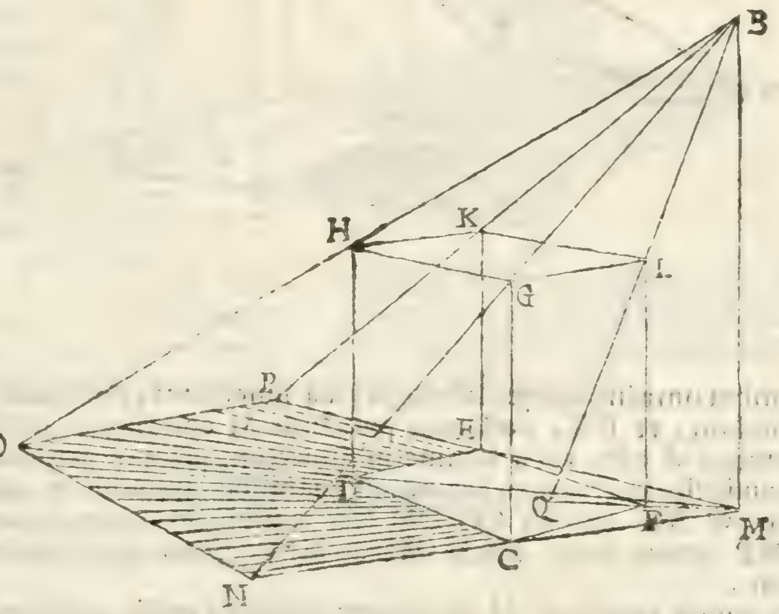
Iisdem positis, ductisque similiter MEP MDO MCN, constituatur MB vtcunque, dummodo cum lineis MP MO MN angulum constituat. Deinde ducatur DL ipsi MB parallela, fiatque DL altitudini dati prismatis ęqualis; ducaturque BLQ; erit similiter O vmbra puncti supra D altitudine DL. nam si ipsi DO ducantur MR DH perpendiculares, sitq; MR æqualis MB, & DH æqualis DL; ducaturq; RHI; erit ex demonstratis I vmbra puncti supra D eadem altitudine DH & quoniam triangula MRI DHI sunt similia, siquidem est DH ipsi MR
Ex 4. sexti. æquidistans; erit MI ad ID, vt MR ad DH. at verò similiter cùm sit DL æquidistans MB, erunt triangula MBO DLO similia; quare ita est MO ad OD, sicut MB ad DL. eadem autem est proportio MR ad DH, vt MB ad DL; cùm sint MB MR æquales, itidemque DH DL
11. quinti. æquales. ergo ita est MI ad ID, vt MO ad OD; diuidendoque ita est
17. quinti. MD ad DI, vt MD ad DO. ex quo sequitur IO esse vnum tantùm punctum. si igitur ducantur EK CG ipsi MB parallelæ, fiantque EK CG altitudini solidi ęquales, ductis BKP BGN, erunt PN similiter vmbræ termini. quod facere oportebat.

Quod si solidi latera essent inęqualia, eodem modo fiet, faciendo nempe EK DL CG inęquales.

Hæc praxis ijs quoque, quæ dicenda sunt deseruire poterit.

Quomodo autem ex his in sectione inueniatur apparens figura, ex iis, quæ antea dicta sunt, facilè constat.

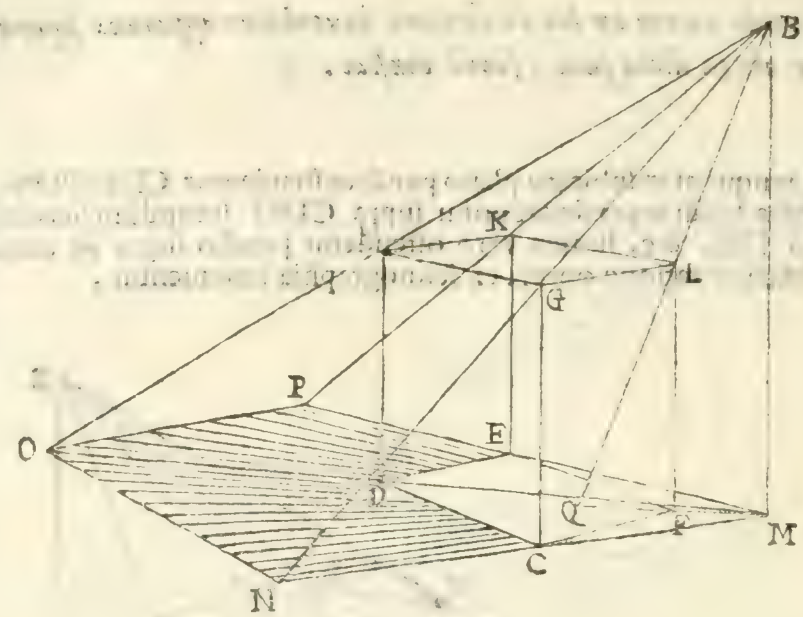
Nam tanquam in subiecto plano puncta ostendentur CDEFPON; aliaque puncta solidi repræsentabuntur supra CDEF secundùm suas altitudines CG DH, &c. lumen verò ostendetur puncto supra M altitudine MB. hacque ratione omnia ex ichnographia inuenientur.



Verùm vmbra hoc quoque modo inuenietur, nempe postquam in sectione (vt dictum est) inuentum fuerit solidum CK, & lumen, vt B. inueniatur etiam in sectione punctum M tanquam in subiecto plano, quod ostendat punctum vbi à lumine cadit in subiectum planum perpendicularis. Deinde ducantur lineæ MCN BGN, MDO BHO, & MEP BKP, erit vtique solidum repræsentatum cum vmbra. vt ex ijs, quæ dicta sunt perspicuum est.

Vmbram absque ichnographia inuenire.

Quoniam autem huiusmodi solida absque ichnographia inueniri possunt, vt in decimanona tertij libri huius propositione ostensum est; vt



etiam vmbra omnino absque ichnographia inueniatur, postquam factum fuerit solidum, vt CK, possumus punctum M constituere ad libitum, intelligereque id esse, vbi à lumine in subiectum planum perpendicularis cadit; deinde similiter lumen secundùm quamlibet altitudinem collocare, ita tamen, vt BM sit ipsis CG DH &c. æqnidistans, deinde lineæ BGN BHO BKP secent lineas MCN MDO MEP. patet igitur vmbram esse inuentam.

Quòd autem punctum M ad libitum collocari possit, perspicuum est; quia in subiecto plano tanquam in ichnographia punctum reperiri potest, quod appareat in M; vt in trigesimaprima, trigesimaque secunda secundi libri huius ostensum fuit. quod idem de puncto B ex duodecima, & decimaquarta tertij libri huius dici potest.

Hac ratione in multis, quæ sequuntur, & in quàm plurimis alijs, huiusmodi punctum M, ac lumen, nec non vmbræ inueniri poterunt.

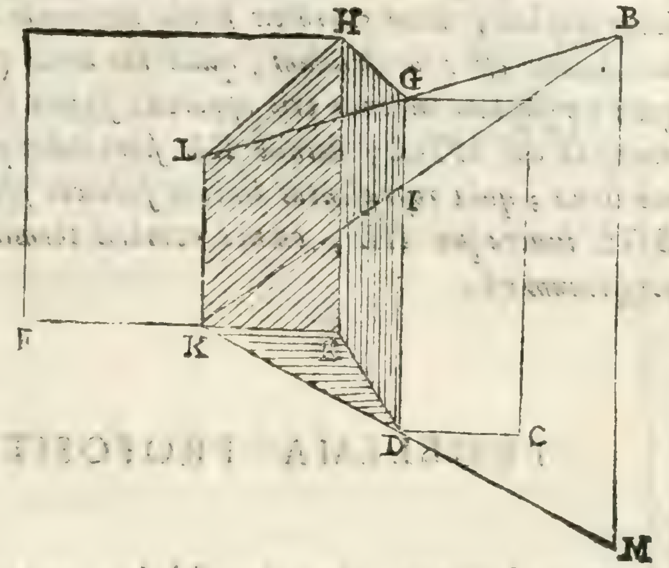
PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Vmbram quoque in alio casu, quando scilicet tota in subiectum planum peruenire non potest, inuenire.

Sit in subiecto plano basis CDEF, subiectoque plano sint erecta plana CG DH HF, quorum quidem stantes DG EH, &c. sint subiecto plano erectæ, siue sint æquales, siue inæquales. fit B lumen; BM verò eius

19. vndecimi.

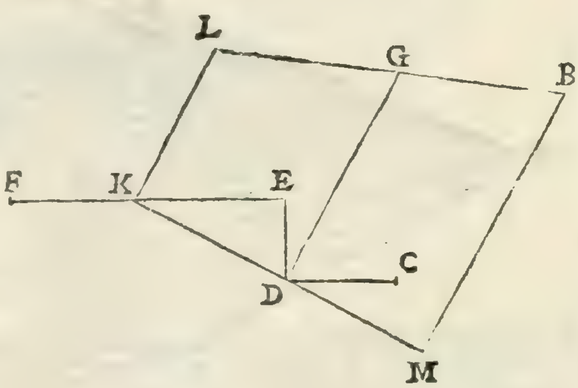
altitudo ſupra ſubiectum planum; oporteatque vmbram inuenire. Ducatur MDK, in planoque HF ducatur KL ipſi EF perpendicularis; erit vtique KL in plano per MDK DG, & MB ducto. cùm ſint BM GD LK ſubiecto plano erectæ; lineaque MK dicti plani, ac ſubiecti plani ſectio communis. Itaque iungatur BGL, quæ ſecet KL in L; nimirum vmbra puncti G erit in L. vnde patet, iuncta HL, vmbram lineæ GH eſſe in HL, vmbramque ipſius GD eſſe in LK KD; ita vt ducta BK, quæ ipſam GD ſecet in I, vmbra LK ſit portionis GI, KD verò ſit portionis ID. Itaque plani HF pars HEKL erit in vmbra, planumque DH totum vmbroſum erit; ſubiecti verò plani pars DEK in vmbra ſimiliter exiſtet.



Ex 19. & 38. vndecimi.

P R A X I S.

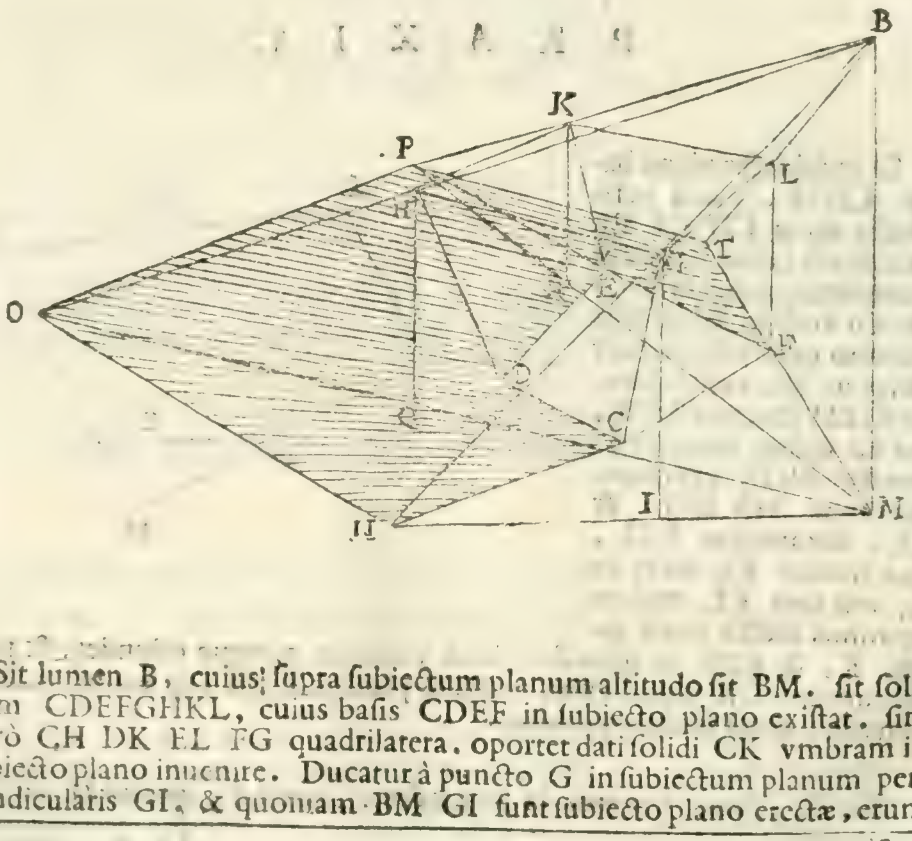
Sit in ſubiecto plano baſis CDEF, plana verò erecta ſupra CD DE EF (facilitatis gratia) eandem altitudinem habeant DG; lumen verò in ſubiectum planum perpendiculariter cadat in M, cuius altitudo ſit BM Ducatur MDK, cui ad rectos angulos à punctis MDK exponantur lineæ MB DG, & KL. ducaturque BGL, quæ lineam KL ſecet in L; erit ſanè KL vmbræ terminus erectæ lineæ ſupra K, & EDK in ſubiecto plano vmbram quoque oſtendet; & propter lineam DK dignoſcitur, erectum planum ſupra DE totum vmbroſum eſſe. quod facere oportebat.



Ex iis, quæ diximus in præcedenti, conſtat, quomodo duobus *modis inueniri possit in sectione apparens vmbra, alter scilicet ex ichnographia, alter verò ex solido apparente absque ichnographia. hoc tamen est aduertendum, quòd hoc modo (vt in praecedenti figura) postquam inuenta erit apparens figura CHF, & MB, tunc ducenda est MDK; deinde KL fieri debet perpendicularis sectionis lineae; quia repraesentat lineam subiecto plano erectam, ductaq; BGL iunctaque HL, omnes vmbrae termini erunt inuenti. vt perspicuum est.*

PROBLEMA PROPOSITIO. III.

Dato lumine, datoque solido, cuius basis sit in subiecto plano; quae verò circa basim sunt plana, sint quadrilatera, vmbram in subiecto plano inuenire.



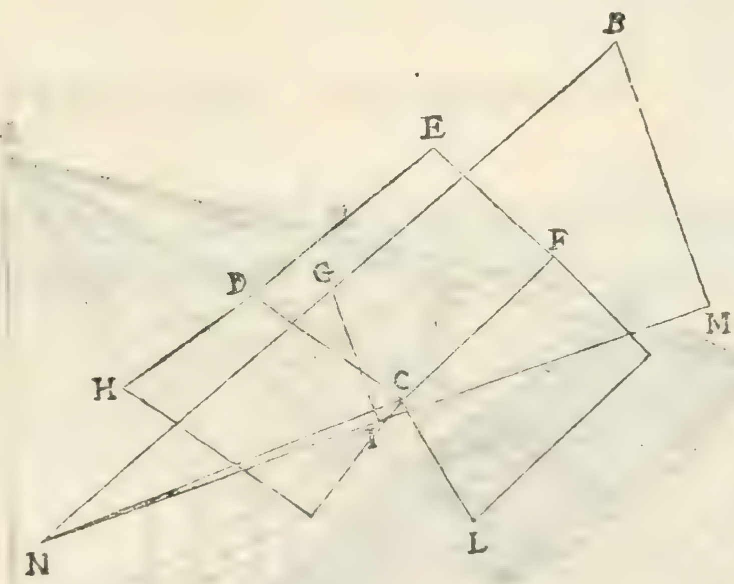
Sit lumen B, cuius supra subiectum planum altitudo sit BM. sit solidum CDEFGHKL, cuius basis CDEF in subiecto plano existat. sint verò CH DK EL FG quadrilatera. oportet dati solidi CK vmbram in subiecto plano inuenire. Ducatur à puncto G in subiectum planum perpendicularis GI, & quoniam BM GI sunt subiecto plano erectae, erunt

6. vndecimi.

interse

interse parallelæ. ductis igitur MI BG, in eadem plano existent. vnde si producantur, interse conuenient. quare conueniant in N. eritque ex dictis IN vmbra ipsius IG; & punctum N vmbræ terminus ipsius puncti G existet. quod est tanquam vertex gnomonis GI. at verò quoniam solidi latus est CG, ducta CN, erit CN vmbra lateris CG. quæ enim recta sunt, in plano rectam proijciunt vmbram. similiter in alijs ducantur HQ KR LF in subiectum planum perpendiculares; ducanturq; MQO MRP MFT; deinde ducantur BHO BKP BLT; denique ductis DO EP FT, TP PO ON; erit DO vmbra lateris DH, EP vmbra lateris EK, atque FT vmbra lateris FL; solidiq; vmbra in subiecto plano inuenta CDEFTPON existet. quod facere oportebat. 7. vndecimi

PRAXIS.

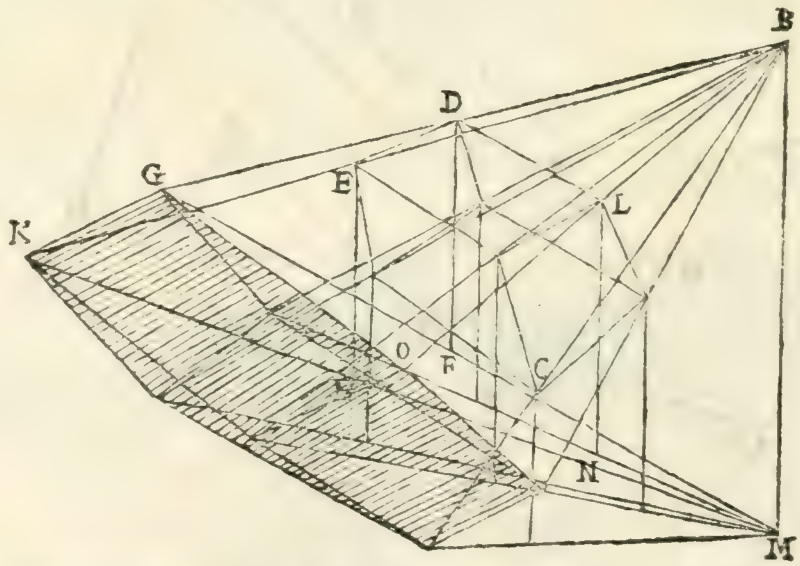


Cadat perpendicularis à lumine in subiectum planum in punctum M, cuius altitudo MB; sitque in subiecto plano dati solidi basis CDEF; factisque quadrilateris FL CH super lateribus CF CD, inueniatur vbi ab angulo alterius basis in subiectum planum perpendicularis cadit; sitque punctum I. simulque inueniatur altitudo IG. Ducatur deinde MIN; exponanturque IG MB ad rectos angulos ipsi MN; ducaturque BGN; iunctaque CN, erit CN vmbra lateris solidi supra C existentis. quod idem similiter fiat in alijs, ex quibus vmbra in subiecto plano patebit. quod facere oportebat. 6. quarti huius.

Ex his apparens figura in sectione facilè inuenietur. vel, vt in superiori figura, inuento solido CK in sectione, punctisque MB, inuentoque puncto I, vbi nempè cadit perpendicularis ab angulo G, ducantur MIN BGN, iungaturque NC, eritque NC vmbra lateris CG. & ita fiet in aliis, ex quibus apparebit vmbra.

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Dato lumine, datoque solido quomodocunque figuris rectilineis compræhenso, in subiecto plano vmbram inuenire.



Sit datum lumen B, cuius altitudo supra subiectum planum sit BM. Datum verò solidum sit CD rectilineis figuris compræhensum. oportet in subiecto plano vmbram inuenire. Ducatur à puncto D in subiectum planum perpendicularis DF; ducanturque MFG BDG; erit vtique ex dictis punctum G vmbræ terminus puncti D. Ducantur similiter EH LN in subiectum planum perpendiculares; ducanturque MHK MNO, deinde BEK BLO; iunganturque GK GO; erit GK vmbra lateris

DE,

DE, GO autem vmbra lateris DL existet. & ita fiat omnibus angulis, omnibusque lateribus. hoc est in subiecto plano inueniantur omnes lineæ, quæ dati solidi cuiuslibet lateris vmbram ostendant; & exteriores lineæ erunt termini vmbræ inueniendæ. vt in figura patet.

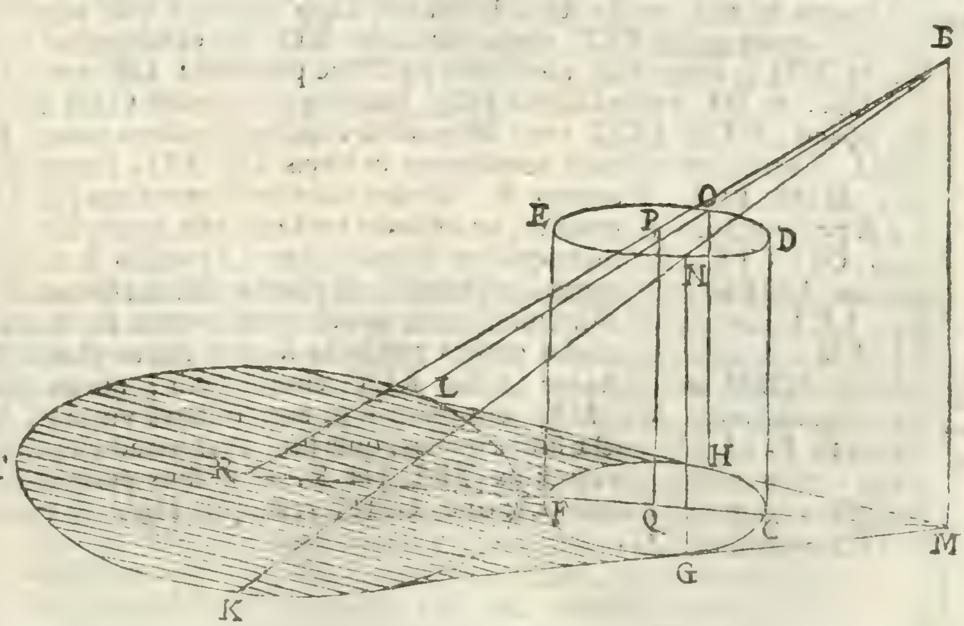
PRAXIS.

Praxis vtique fiet, vt in præcedenti quoque dictum est; inueniendo scilicet ex decima, & decimaquarta propositionibus præcedentis libri, vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares cum suis altitudinibus. ex quibus vmbra eodem modo inuenietur.

In sectione autem similiter duobus modis apparens figura describi poterit.

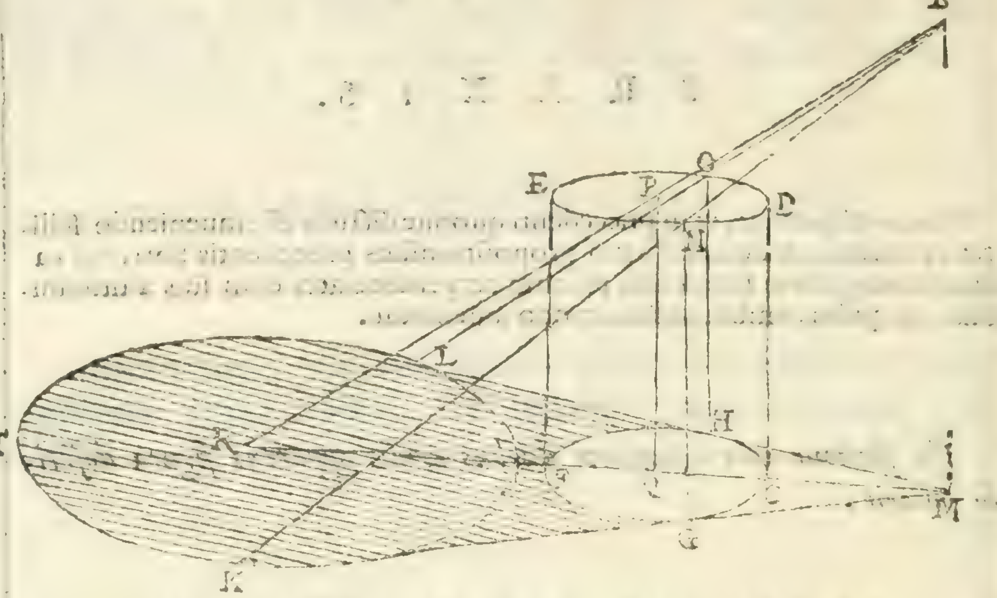
PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Dato lumine, datoque cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, vmbram in subiecto plano inuenire.



Datum sit lumen B, cuius altitudo supra subiectum planum sit BM. sit

cylindrus



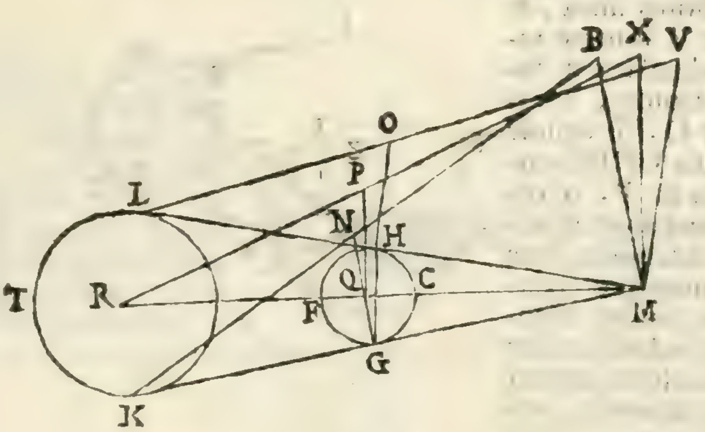
cylindrus rectus CDEF, cuius axis sit PQ, basisque CEG sit in subiecto plano: oportet cylindri vmbram in subiecto plano inuenire. Ducantur à puncto M lineæ MGK MHL circulum CEG tangentes in punctis GH; *17. tertii.* à punctis verò GH ducantur cylindri latera GN HO. & quoniam cylindrus est rectus, erit GN basi, ac per consequens subiecto plano erecta. est autem & BM erecta subiecto plano, ergo GN ipsi BM æquidistans *6. vndecimi.* existit. quare ducta BNK conueniet cum MG. ob eandemque causam ducta BOL, cum MH conueniet; eritque propterea GK vmbra lateris GN, & HL vmbra lateris HO. Itaque pars cylindri OEN HFG est in opaco, ODN HCG verò illuminata. quandoquidem plana BMK BML superficiem cylindri contingunt in lineis GN HO. itaque ducantur MQR BPR, & centro R circulus describatur transiens per L. Dico & per punctum K transire, ac cylindri vmbram esse secundùm terminos GFHLTK. Primùm quidem si concipiamus à puncto B radios circulum DOEN contingere, in subiectumq; planum efficiat lineam LKT; erit LKT circulus, si enim intelligatur conus, cuius vertex B, basis verò DOEN, deinde superficies conica producta secetur altero plano KLT plano DOEN æquidistante, sectio KLT circulus erit; quem quidem *4. primi conicorum Apollonii.* contingunt lineæ ML MK, quoniam sunt extremitates vmbræ. Vnde lineæ ab R ad LK ductæ sunt æquales, quia sunt à centro ad circunferentiam. pertransit igitur circulus TKL per K. ex quibus perspicuum est vmbram contineri circuli portione GFH, rectaque HL, ac portione LTK, rectaque KG.

COROLLARIVM.

Hinc patet quomodo vmbra circuli ſubiecto plano ęquidiſtantis inueniri poſſit.

Circulus enim KLT circuli DEN vmbra exiſtit.

PRAXIS.

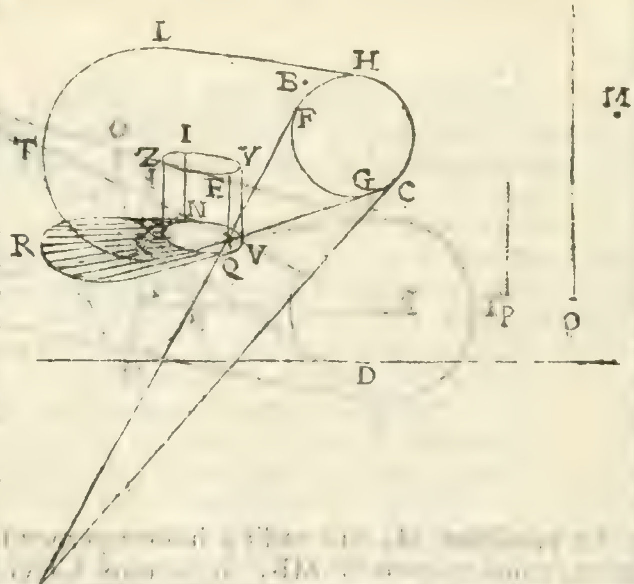


Sit punctum M, vbi cadit à lumine perpendicularis in ſubiectum planum, cuius altitudo ſit MB. ſit circulus CHG baſis cylindri recti, cuius altitudo ſit GN; ducantur MHL MGK circulum contingentes, ac per centrum circuli Q ducatur linea MQR. exponantur deinde MB GN ipſi MK perpendiculares, ducaturque BNK; ducantur deinde HO MV ipſi ML perpendiculares; fiatque HO altitudini cylindri, hoc eſt ipſi GN æqualis, MV autem ipſi MB æqualis. Ducaturque VOL; poſtea fiant QP MX ipſi MR perpendiculares; ſitque QP ipſi GN æqualis, & MX ipſi MB ſimiliter æqualis; ducaturque XPR; denique centro R, deſcribatur circulus KLT per L tranſiens, qui ex demonſtratis tranſibit quoque per K; erunt vtique GK HL vmbræ laterum cylindri ſupra GH exiſtentium; termini vero vmbræ ſunt etiam GFH KTL; tota igitur vmbra cylindri dati continetur figura GFHLTK: quod facere oportebat. *17. tertii.*

PROBLEMA PROPOSITIO VI.

Oculo dato, datoque lumine, ac dato cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, figuram in proposita sectione apparentem inuenire, quæ lumen, datumque cylindrum cum vmbra repræsentet, appareantque in cylindro termini partem opacam a luminosa diuidentes, itidemque termini, qui partem, quæ oculo se offert, repræsentent.

PRAXIS.



Sit S punctum distantiæ, SA oculi altitudo, sit D sectionis linea, & sit M, vbi à lumine cadit perpendicularis in subiectum planum, cuius altitudo sit O. sit deinde cylindri basis CHFG, cuius altitudo sit P. oportet in sectione figuram apparentem describere, quæ lumen, datumque cylindrum cum vmbra ostendat, in cylindroque sint termini diuidētes partem luminosam ab opaca, terminiq; appareant, qui partem visam ostendant. Inueniantur ex præcedenti vmbræ termini GFHLTK. sintque GH puncta, in quibus lineæ ex M circulum contingūt. Deinde à distantiæ puncto S ducantur SC SF, quæ circulum contingant in CF; in sectioneque inueniatur figura QXNV cum NRQ, quæ circulum CHFG cum HLTK repræsentet; & secundùm altitudinem P inueniatur figura EIZ, quę circulum supra CHFG existentem altitudine P ostendat. at verò puncta QN repræsentent puncta GH, puncta verò EI ostendant puncta supra HG altitudine P existentia. iunganturque QE NI. deinde inueniatur punctum B, quod ostendat quidem punctum supra M altitudine O. Denique inueniantur puncta VX, quæ CF ostendant, punctaque inue-

17. tertii. Ex 26. secūdi huius. Ex 1. quarti huius.

Ex 11. secūdi huius.

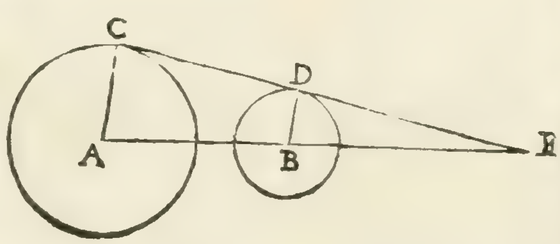
niantur

niantur YZ, quæ repræsentent puncta supra CF altitudine P. iunganturque VY XZ. erit vtique in sectione apparens figura, quæ lumen in B, cylindrumque VZ cùm vmbra VRQ repræsentabit; in superficieque cylindri lineæ QE NI erunt termini partem opacam à luminosa diuidentes; lineæ verò VY XZ cylindri partem, quæ oculo se offert, ostendet. Visuales enim radij ab oculo A supra S existente contingunt quidem cylindrum in lateribus supra C F existentibus. quod facere oportebat. *Ex 29. primi libri Sereni.*

L E M M A I.

Datis tribus lineis AB AC BD, sintque AC BD inæquales, lineam inuenire ita, vt AB cum inuenta ad inuentam eandem habeat proportionem, quam AC ad BD.

Exponantur AC BD interse parallelæ; iungaturque CD; producanturq; CD AB, quæ sibi inuicem occurrant in E. erit vtique AE ad EB, vt AC ad BD. inuenta est igitur BE, vt propositum est. quod facere oportebat.



4. sexti.

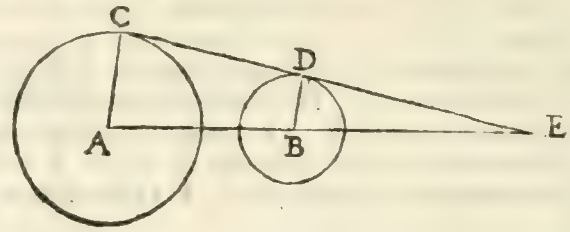
L E M M A II.

Duobus datis circulis, lineam, quæ ad eandem partem vtrumque contingat, inuenire.

Duo sint circuli, quorum centra AB; iungaturque AB, quæ producatur; inueniaturque BE, ita vt AE ad EB sit, vt semidiameter AC

17. tertii.

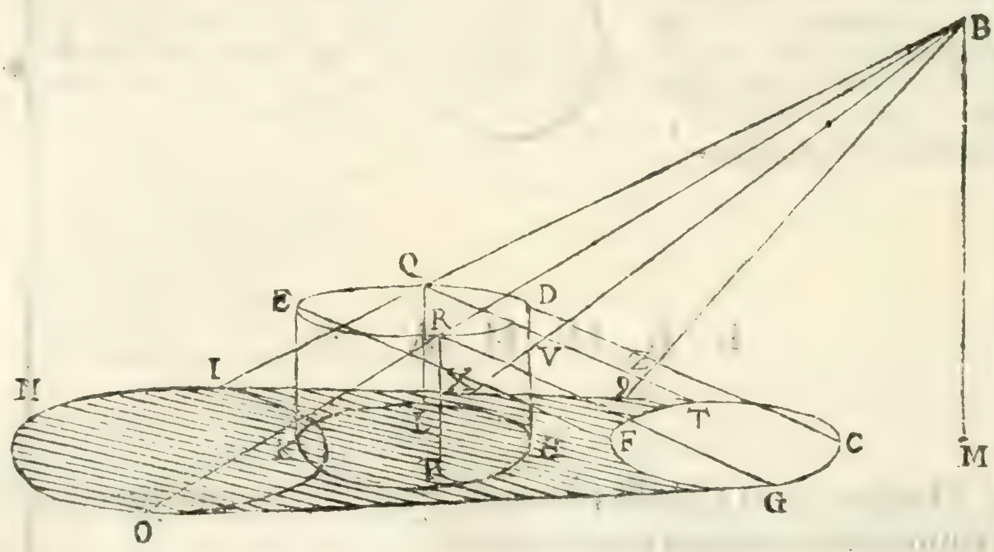
ad ſemidiametrum BD. Ducaturque ED circulum contingens in D. Dico lineam ED alterum quoque circulum contingere. iungatur BD; ducaturque ſemidiameter circuli AC æquidiſtans BD; iungaturque DC. Quoniam igitur eſt AC ad BD, vt AE ad EB, erit EDC recta linea, & anguli ad DC æquales. quòd cùm ſit EDB rectus. erit & ECA rectus. vnde ſequitur lineam EDC circulos contingere. quod facere oportebat.



22. primi huius. 29. primi. Ex 18. tertii.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

Dato lumine, datoque cylindro ſcaleno, cuius baſis in ſubiecto ſit plano, vmbram in ſubiecto plano inuenire.



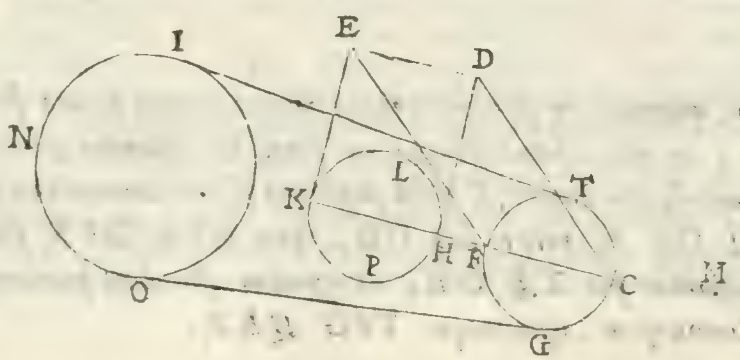
Sit lumen B, cuius altitudo ſit BM; ſit ſcalenus cylindrus CDEF, cuius baſis CFG ſit in ſubiecto plano; oportet in ſubiecto plano vmbram inuenire. Ducantur perpendiculares à circulo ſuperiori DE in ſubiectum

planum,

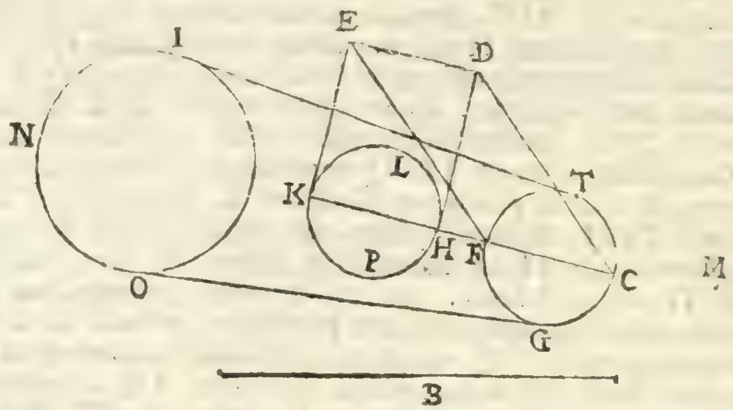
planum, quæ in subiecto plano circulum efficiant HLKP (erit enim HLKP circulus, propterea quod planum per DE transiens subiecto plano æquidistans existit) Intelligatur KHDE cylindrus rectus; ideoque circuli DER vmbra inueniatur ION. sint deinde radij luminis BQI BVX BZ9, qui cylindricam superficiem ad eandem partem contingant in QVZ. Constat ex vigesimanona propositione primi libri Sereni puncta QVZ esse in vno, & eodem latere cylindri. Quare ducatur linea QVZ vsque ad T punctum circuli CFG; iunctisque punctis T9XI, erit vtique T9XI recta linea. Nam si recta linea est TZVQ per quam transeunt radij luminis, qui sunt in vno, & eodem plano per punctum B, lineamque TQ transeunte, sequitur T9XI esse in hoc plano. sed puncta T9XI sunt quoque in subiecto plano, ergo TI est communis sectio dicti plani, ac subiecti plani. quare TI recta est linea. At verò quoniam planum per TI IB TQ transiens cylindricam superficiem contingit, omnes lineæ in hoc plano existentes, quæ ipsi TQ occurrent, cylindricam contingent superficiem. est verò linea IT in hoc plano, lineæque TQ occurrit, ergo IT cylindricam superficiem continget in T. quia verò TI est in plano circuli CFG, continget IT circulum CFG in T. at verò quoniam TI est terminus exterioris vmbræ, continget TI circulum quoque ION. Eodemque modo ad alteram partem ostendetur GO vmbræ terminum rectam lineam esse, circulosque CFG ION contingere in GO. erunt igitur GFT TI INO OG termini vmbræ dati cylindri CE.

3. *vndecimi.*

P R A X I S.



Cadat perpendicularis à lumine in subiectum planum in M, cuius altitudo sit B; basis verò dati cylindri in subiecto plano existens sit CFG. Intelligatur cylindrus per axem sectus; sectioque sit subiecto plano erecta,



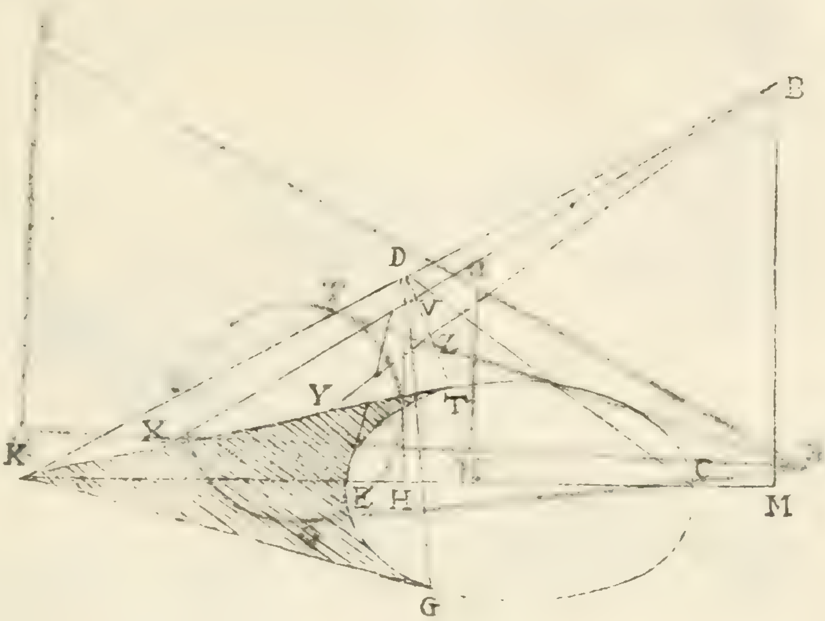
quæ quidem sectio sit parallelogrammum CDEF productaque CF, ducantur ipsi perpendiculares EK DH; & circa KH circulus describatur HLKP. quòd cùm sit DE ipsi HK æqualis, & æquidistans, si intelligatur planum CDEF, manente CK, subiecto plano erectum, erit circulus HLKP circulo circa DE descripto æqualis, & æquidistans. Intelligatur itaque cylindrus rectus, qui basim habeat HLKP, altitudinem verò DH. & quoniam datum est punctum M, & altitudo B, inueniatur circuli supra HLKP existentis altitudine HD vmbra ION, quæ quidem erit circulus. Deinde ducantur lineæ IT OG, quæ circulos CFG ION contingant in punctis IT GO. Vmbræ termini erunt GFTINOG. quod fieri oportebat.

Cor: 5. huius: Lemma. 2.

Ex hoc quomodo in sectione inueniatur apparens figura facilè dignoscitur; in qua etiam ostendentur lineæ in cylindro partem opacam à luminosa diuidentes, si vt in superiori figura inuentis in sectione lineis TI GO ducantur IB OB, quæ basim DER secent in QR; iunganturque TQ GR; hæ quidem ostendent partem TCG QDR luminosam, opacamque TFG QER.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Dato lumine, datoque cono, cuius basis sit in subiecto plano; vmbram inuenire.

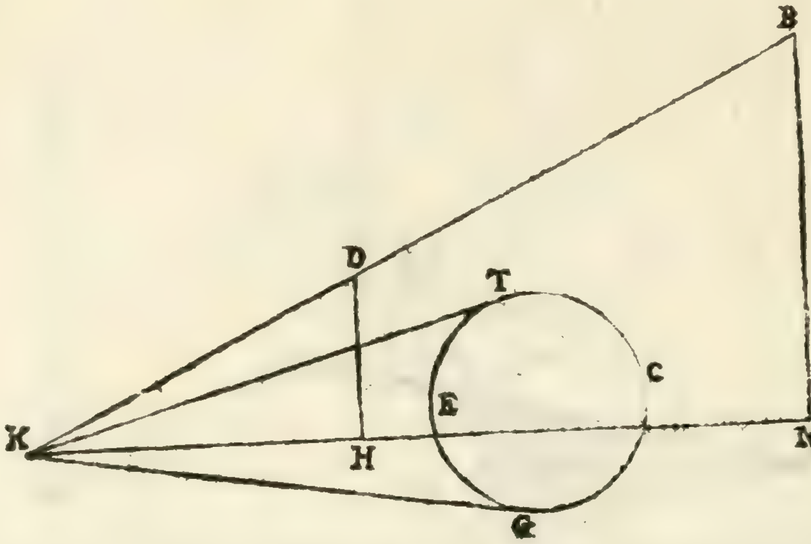


Sit lumen B, cuius supra subiectum planum altitudo sit BM. sit conus CDE, cuius basis CEG sit in subiecto plano. oportet coni vmbram inuenire. Ducatur à vertice coni in subiectum planum perpendicularis DH, ducanturque MHK BDK, erit ex ijs, quæ sæpè dicta sunt, punctum K terminus vmbræ verticis D. Ducantur plures radij luminis, vt BVX BZY, qui conicam superficiem ad eandem partem contingant in VZ. perspicuum est ex trigesimasecunda propositione primi libri Sereni DVZ rectam lineam esse, quæ quidem producatur vsque ad basim in T. & vt in præcedenti diximus, similiter ostendemus lineas BDK BVX BZY in vno plano existere, lineamque KXYT rectam esse, circulumque CEG contingere in T. eodemque modo ostendetur KG rectam esse lineam, circulumque CEG in G contingere. est igitur GETKG vmbra dati coni.

P R A X I S.

Sit M punctum, vbi eadit perpendicularis à lumine in subiectum planum, cuius altitudo sit MB; sitque in subiecto plano coni basis CEG. Inueniatur punctum H, vbi scilicet à vertice coni in subiectum planum *Post 29. quarti huius.*

perpen-

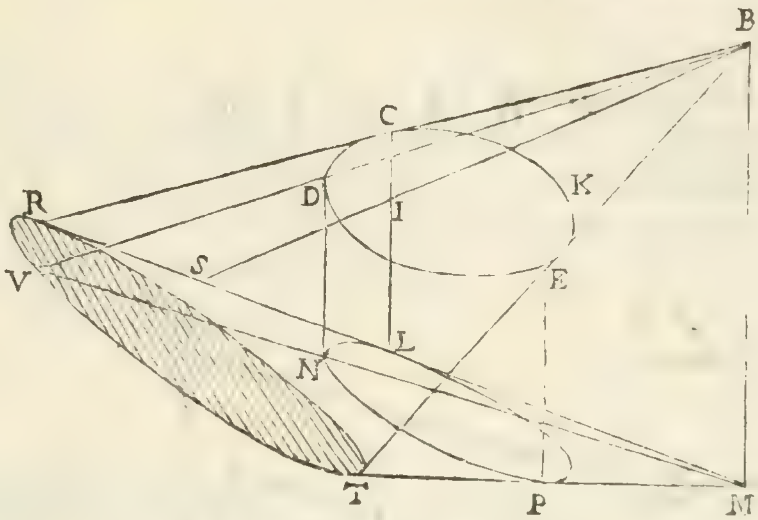


perpendicularis cadit, cuius altitudo ſimiliter inueniatur HD. Deinde ducatur MHK, cui perpendiculares ducantur HD MB; ducaturq́; BDK; erit nimirum punctum K vmbræ terminus verticis coni. Itaque ducantur KT KG circulum CEG contingentes in TG; erunt vtique GET
17. tertii. TK KG vmbræ termini dati coni. quod facere oportebat.

Ex his apparens in ſectione figura facilè inueniri poteſt; inuenienturq́ue in cono termini opacum à luminoſo diuidentes; ſi, vt in ſuperiori figura, inuentis lineis TK GK in ſectione, ducantur poſtea TD GD; patet enim DTCGD partem eſſe luminoſam, DTEGD verò vmbroſam.

PROBLEMA PROPOSITIO. IX.

Dato lumine, datoq́ue circulo ſubiecto plano inclinato, cuius inclinatio ſit data, dataque ſit circuli, ac ſubiecti plani ſectio communis; vmbram in ſubiecto plano inuenire.



Sit lumen B supra subiectum planum altitudine BM; sit circulus inclinatus CDE. Oportet in subiecto plano circuli CDE vmbram inuenire. sumantur in circunferentia circuli CDE plura puncta, vt CDE; & vbi ab ipsis in subiectum planum perpendiculares cadunt, inueniantur puncta LNP. ex quibus, vt antea vmbræ termini inueniri possunt, lineis nempe MLR BCR. & ita fiat pluribus pūctis, inuenieturq; vmbra RTV.

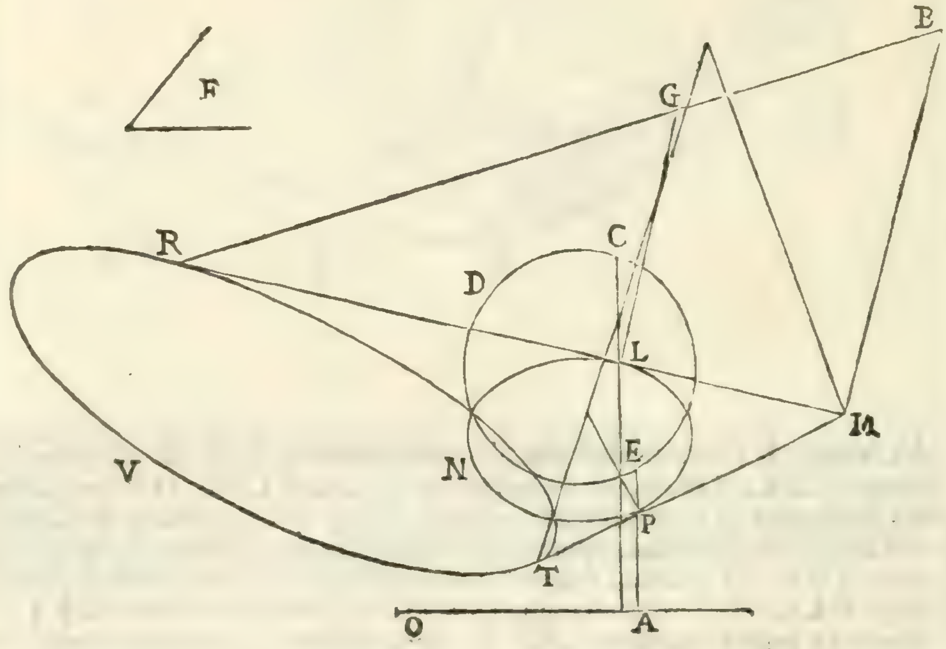
Præterea puncta quidem LNP in ellipsi existunt, vt demonstrauit Federicus Commandinus in libro de horologiorum descriptione. iungantur itaque CL DN EP; intelligaturque PC cylindrus, cuius basis sit circulus CDE, qui sectionem habeat LNP ellipsim. Deinde plures ducantur radij luminis BCR BIS, qui cylindricam superficiem contingant in CI. erit vtique (vt antea quoque diximus) CIL cylindri latus. deinde iungantur puncta LSR. Quoniam igitur CL est subiecto plano erecta, veluti BM, erunt BM LC parallelæ; vnde lineæ BCR BIS BM CL in vno, & eodem plano reperiuntur; in quo etiam reperitur linea LSR, quę quidem (vt in præcedentibus) ostendetur esse recta. Quoniam autem punctum M est quoque in vtroque plano, siquidem est in subiecto plano, & in plano MBR; erit sanè punctum M in communi sectione horum planorum. quare est in linea LR. iuncta igitur ML, erit MLR recta linea. At verò quoniam MLR est in plano BMR, occurritque MR ipsi LC; continget MR cylindricam superficiem in puncto L. quòd cùm sit MR in plano quoque ellipsis LNP, ergo MLR ellipsim in L continget. Quapropter ad alteram partem si ducatur MPT ellipsim contingens in P, existenteque PE latere cylindri subiecto plano perpendiculari, ducaturque BET, ostendet figura RTV in subiecto plano vmbram circuli CDE, quæ quidem intra lineas MR MT continetur.

29. primi Sereni.
6. vndecimi.
7. vndecimi.
49. secundi Apollonii.

Eodem modo inuenietur vmbra, si circulus CDE subiectum planum contingeret.

Aduertendum est contingere posse vmbram RT rectam esse lineam, quod sanè fiet, quando lumen B fuerit in eodem plano circuli CDE. tunc enim RT esset subiecti plani, ac plani circuli CDE sectio communis; vnde recta linea existeret.

PRAXIS.

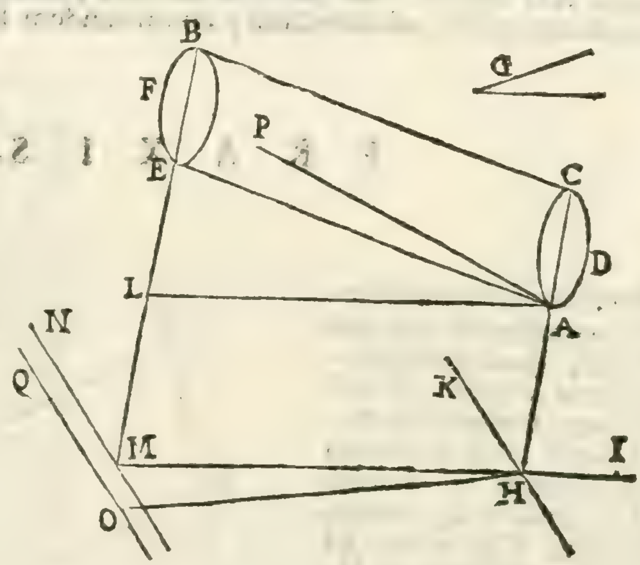


Sit M vbi cadit in subiectum planum perpendicularis à lumine, cuius altitudo sit MB. sit circulus CDE inclinatus in angulo F; circuli verò, ac subiecti plani sit communis sectio AO. sumantur in circulo plura puncta, à quibus, vbi in subiectum planum perpendiculares cadunt, ex tertia præcedentis libri propositione inueniatur, vt punctum C perpendiculariter cadat in L; cuius altitudo LG. & ita in alijs. pluribusq́ue inuentis huiusmodi punctis in subiecto plano ellipsis describi potest LNP. Deinde à puncto M Ducatur linea, quæ transeat per punctum L. exponanturq́ue lineæ MB LG ipsi ML perpendiculares; ducaturq́ue BGR; erit vtique punctum R vmbra puncti C circuli inclinati; atque hoc modo plura inueniantur puncta, per quæ figura describatur, vt RTV; quæ quiqem inclinati circuli vmbram ostendet. quod facere oportebat.

Descripta verò ellipsi LNP, si MLR MPT ellipsim contingerent, patet vmbram RTV intra lineas MR MT contineri.

PROBLEMA PROPOSITIO. X.

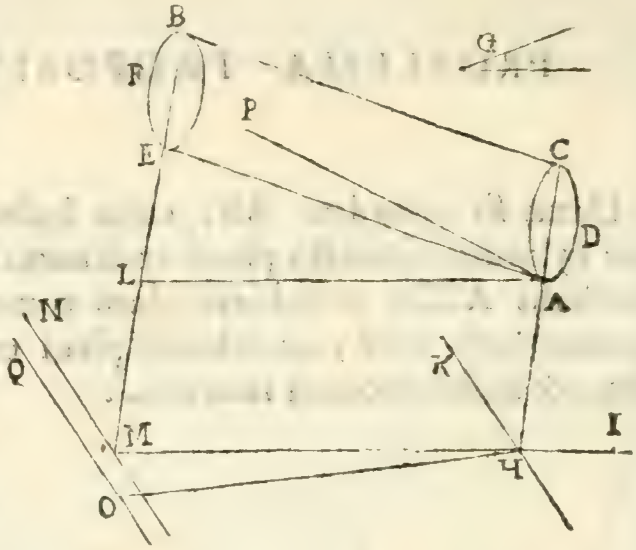
Datus ſit cylindrus AB, cuius baſes ACD BEF; ſitque cylindrus ſubiecto plano inclinatus in angulo G; ſitque baſis ACD, ac ſubiecti plani communis ſectio HK; oportet baſis BEF, ac ſubiecti plani communem ſectionem, & inclinationem inuenire.



Ducatur in baſi, ac per centrum circuli ACD linea CAH, quæ occurrat lineæ HK in H; ita vt CH ſit ipſi HK perpendicularis. Deinde intelligatur cylindrus ſectus per axem; ſitque ſectio ACBE, quæ ſit ſubiecto plano erecta; ſitque planum AB primùm plano baſis erectum. Itaque ducatur AL in plano AB; fiatque angulus EAL æqualis G; nimirũ AL erit ſubiecto plano æquidiſtans, cùm ſit EAL inclinationis angulus cylindri, ac ſubiecti plani. ex quibus ſequitur lineam HK plano ACBL erectam eſſe. Ducatur autem per H in ſubiecto plano linea HM ipſi AL æquidiſtans, quæ quidem erit ipſi HK perpendicularis; quia HM eſt in plano ACBL. deinde producatur BE vſque ad HM in M; & per M in ſubiecto plano ducatur MN æquidiſtans HK. Quoniam igitur propter baſes cylindri parallelæ CH BM ſunt parallelæ, & HK MN parallelæ; erit angulus CHK angulo BMN æqualis. quare BMN eſt rectus. At verò quoniam cylindri baſes ſunt parallelæ, communes earum ſectiones, ac ſubiecti plani, erunt parallelæ; eſt autem MN æquidiſtans HK; ergo MN eſt communis ſectio baſis BEF, ac ſubiecti plani. Quòd ſi planum AB non fuerit baſi ACD erectum, quoniam datus eſt cylindrus, ducatur linea AP, ita vt planum per AP AL HM intelligatur erectum plano baſis ACD, ſitque LAP inclina-

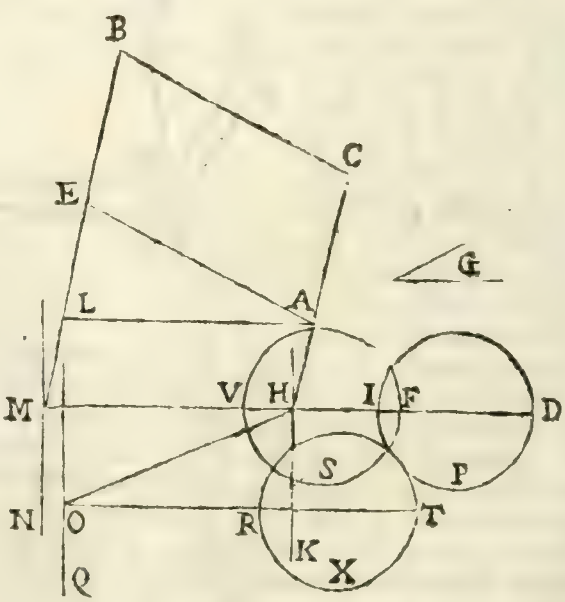
10. vndecimi.
16. vndecimi.

tionis angulus cylindri, ac subiecti plani, hoc est sit angulo G æqualis; fiatq; MHO æqualis angulo PAE, qui est angulus quantum declinat planum AB, ita vt non sit erectum basi ACD; fiatque HO æqualis HM, & per O ducatur OQ æquidistans HK, eodem modo ostendetur OQ communem esse sectionem basis BEF, ac subiecti plani. ex quibus patet, producta MHI, angulum AHI esse inclinationis angulum basis ACD, ac basis BEF cum subiecto plano. sunt quippe AH HI ipsi HK perpendiculares; planaque ACD BEF, quoniam sunt parallela, ad subiectum planum eandem habent inclinationem.



P R A X I S.

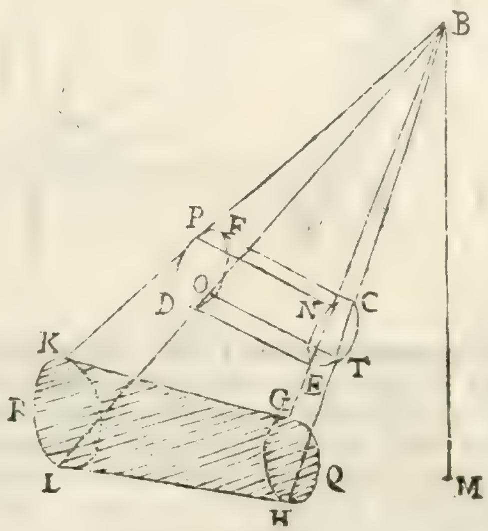
Describatur cylindri parallelogrammum per axẽ ACBE; quod quidem intelligatur primùm esse basi erectum; sitque cylindri, ac subiecti plani inclinatio data angulus G; fiatque EAL æqualis G; producaturque CA vsque ad subiectum planum in H; ipsique AL æquidistans ducatur HM; producaturque BE vsque ad HM; & per HM ducantur HK MN ipsi HM perpendiculares; producaturque MH; fiatque HD æqualis HC, & HI æqualis HA; fiatq; MF ipsi MB, & MV ipsi ME æqualis. Describanturque circuli DIP FVS; intelligaturque HK communis sectio subiecti plani, ac circuli DIP, & MN similiter circuli FVS, ac subiecti plani sectio communis,



quorum inclinatio est angulus AHI. Quòd si intelligatur parallelogrammum per axem non esse erectum basibus, ducatur HO, ita vt angulus MHO sit quantitas, quantum intelligimus ad hanc partem inclinare parallelogrammum per axem. fiatque HO æqualis HM; ducaturque OQ æquidistans HK; erit OQ communis sectio subiecti plani, & alterius basis cylindri; ita scilicet, vt ducatur ORT ad OQ perpendicularis, & æqualis MEB; fiatque similiter TR æqualis BE, & circa TR circulus describatur. intelligendum est lineam OQ esse communem sectionem subiecti plani, ac circuli TRX, quorum inclinatio est angulus itidem AHI. siquidem cylindri bases ad idem planum eandem habent inclinationem, circulusque TRX pro altera cylindri basi deseruiet. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

Dato lumine, datoque similiter cylindro, cuius bases sint subiecto plano inclinatæ, vmbram inuenire.

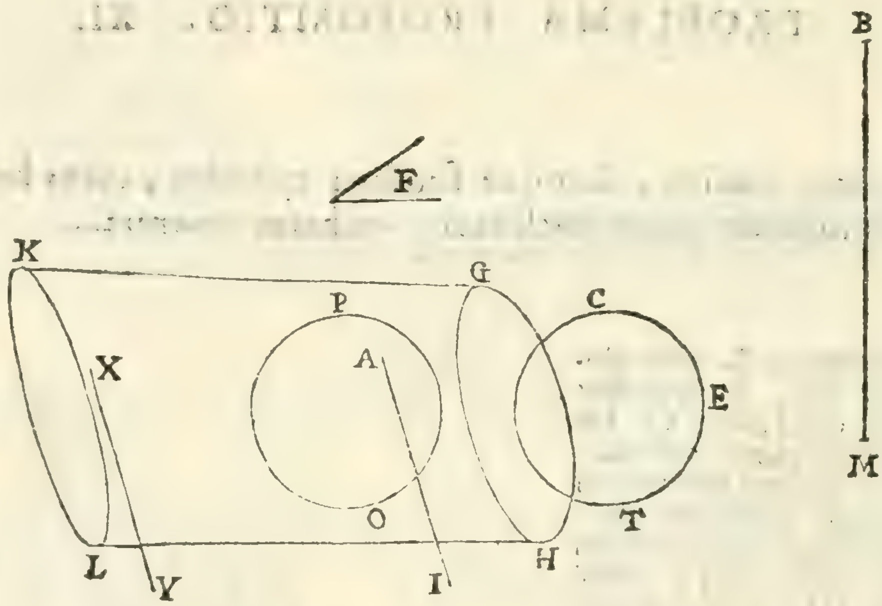


Sit lumen B, cuius altitudo BM; sit cylindrus CD, cuius bases CE DF subiecto plano inclinatæ sint: oportet vmbram in subiecto plano inuenire. Inueniatur circuli inclinati CE vmbra GH; circuli verò FD, ac subiecti plani communis inueniatur sectio ex præcedenti, ex quibus circuli DF vmbra similiter inueniatur KL. radij autem BPK BOL cylindricam superficiem contingant, veluti quoque radij BNG BTH. itaque iungantur GK HL. Quoniam enim (vt sæpe dictũ est) radij cylindrum contingentes sunt in vno, & eodem cylindri latere, radij igitur cylindrum contingent in ductis lineis NP TO; quippe quæ ob id latera cylindri existent. & vt in præcedentibus demonstratum fuit, similiter ostendetur, ductam GK rectam lineam esse, sicuti etiam HL; quæ quidem GK HL figuras GQH KLR contingent. Inuenta est igitur vmbra HQGKRLH. quod facere oportebat.

9. huius.

Eadem prorſus ratione, ſi loco cylindri datum fuerit cylindri, vel coni fruſtum, eius vmbra inueniri poterit. vbi enim perpendiculares ab ipſis in ſubiectum planum cadunt, ex iis, quæ poſt vigeſimamſeptimam præcedentis libri dictum eſt, perſpicuum eſt. ex quibus ex iis, quæ antea dicta ſunt, vmbræ inueniri facilè poterunt. Ex 4. huius.

PRAXIS.



Exponatur circulus CTE, qui intelligatur cylindri baſis inclinata in angulo F; huius verò circuli, ac ſubiecti plani ſit communis ſectio AI. cadat verò à lumine in ſubiectum planum perpendicularis in M, cuius altitudo MB. circuli igitur CET vmbra inueniatur GH. Inueniatur deinde alterius baſis dati cylindri, ac ſubiecti plani ſectio communis XY; ita vt intelligatur circulus PO pro altera baſi cylindri; ſitque circuli PO, ac ſubiecti plani communis ſectio XY; intelligaturque circulus PO eandem inclinationem habere ad ſubiectum planum anguli F; deinde inueniatur circuli PO vmbra KL. & quoniam hæ quidem figuræ inueniuntur per puncta, propterea ducantur lineæ GK HL exteriores, quæ figuras GH KL contingant; erit vtique GKLH vmbra. quod facere oportebat. (9. huius. / Ex præcedenti. / 9. huius.)

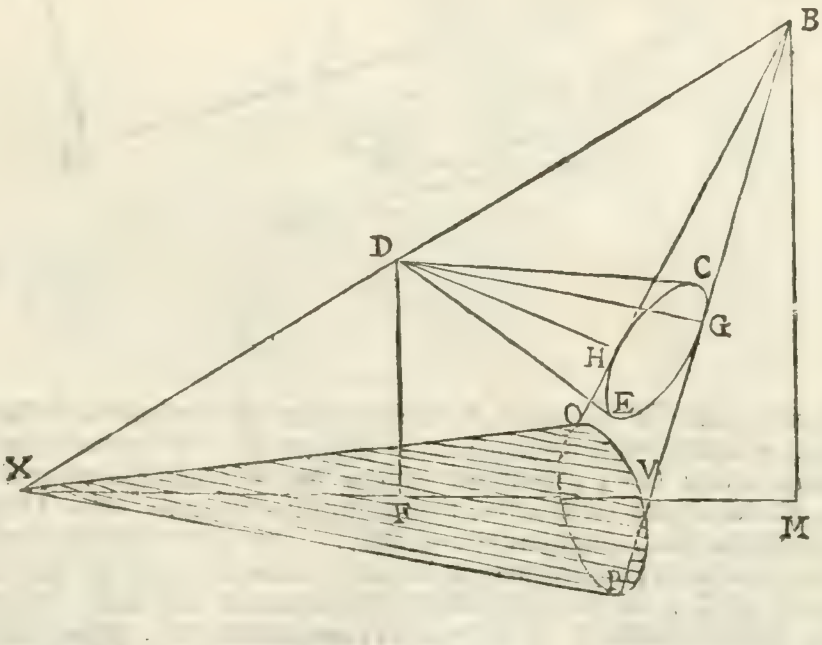
Ex his apparens figura in ſectione facilè deſcribetur, lineæque in cylindro luminoſam partem ab opaca diuidentes hoc modo inuenientur; nempe, vt in ſuperiori figura, inuentis in ſectione lineis GK HL, ducantur deinde GB KB, quæ cylindri baſibus occurrant in NP; atque ductæ

HB LB ipsis similiter occurrant in TO; ductis igitur NP TO, lineæ NP TO ostendent partem luminosam NCTPFO, & opacam NETPDO.

De cylindri, & de coni frusto fiet, vt dictum est.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

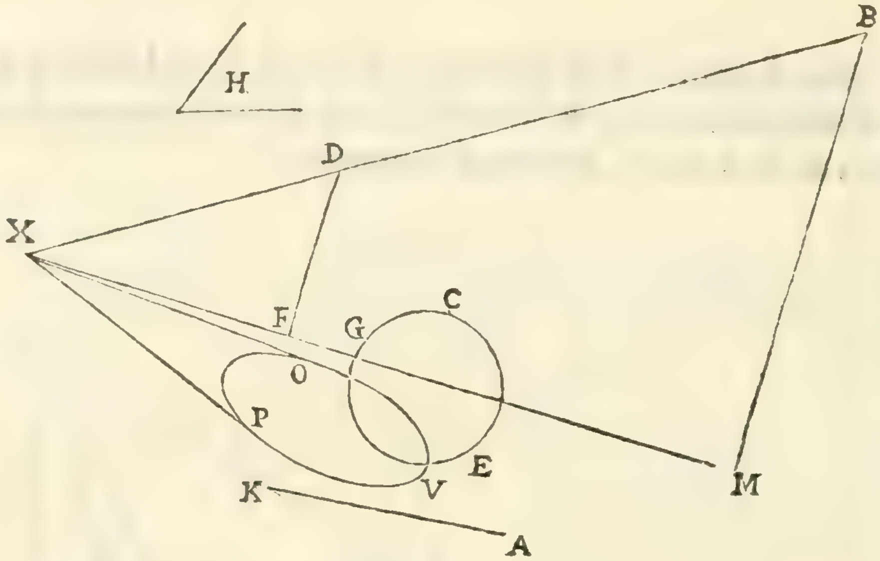
Dato lumine, datoque cono, cuius basis subiecto plano sit inclinata, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio, & inclinatio, vmbram inuenire.



Sit lumen B, altitudo BM; datus verò conus sit CDE, cuius basis CEG sit subiecto plano inclinata, vt propositum fuit. oportet in subiecto plano vmbram inuenire. Inueniatur circuli CEG vmbra OPV. 9. *huius.* Ducaturque DF in subiectum planum perpendicularis; ducanturq; MFX BDX, cui quidem MX perpendiculares erunt MB FD; cùm sint subiecto plano erectæ. nimirum punctum X erit terminus vmbræ verticis D. Ducanturque XO XP figuram OPV contingentes. Quoniam enim ra-

Ex 32. primi Sereni. dij luminis conicam superficiem ad eandem partem cõtingentes conum in vno, & eodem coni latere contingunt (vt dictum est sæpè) erunt igitur OX PX rectæ lineæ. quare vmbra coni est PVOXP.

PRAXIS.



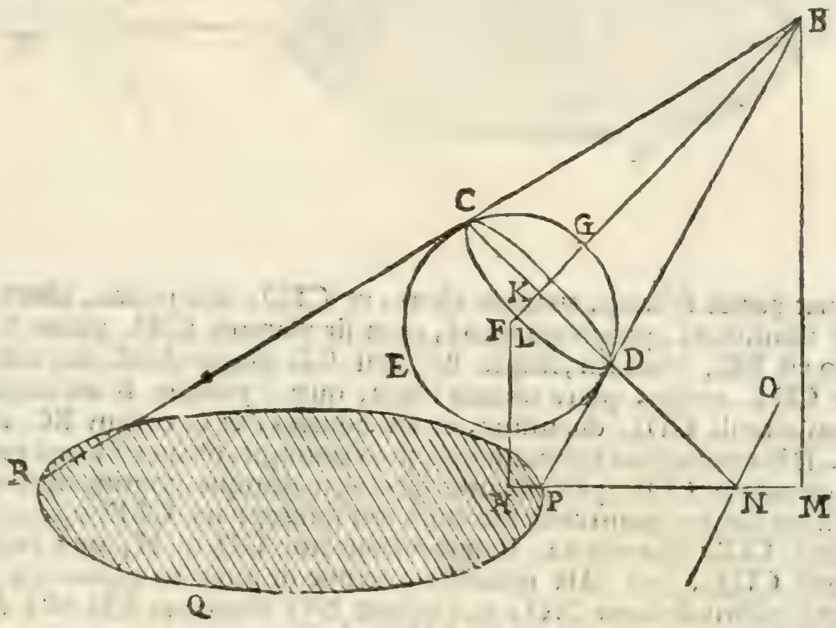
9. huius. Post 29. quinti huius. Sit coni basis CEG, cuius, & subiecti plani sit communis sectio AK; inclinatio autem horum planorum sit angulus H. inueniatur circuli CEG inclinati vmbra OVP, existente puncto M, vbi cadit à lumine in subiectum planum perpendicularis; sitque luminis altitudo MB. Deinde ex ijs, quæ dicta sunt, inueniatur punctum F, vbi nempe cadit à vertice dati coni in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo sit FD. deinde ducatur MFX, cui perpendiculares exponantur FD MB; ducaturque BDX. porrò punctum X erit vmbra verticis dati coni. Quare ducantur XO XP figuram PVO contingentes; erit vtique PVOXP vmbra inueniend̄a. quod facere oportebat.

Ex his quoque apparens figura in sectione inuenietur; lineas verò in cono luminosam partem ab opaca diuidentes inueniemus, inuentis scilicet, vt in superiori figura lineis OX PX, deinde ducantur

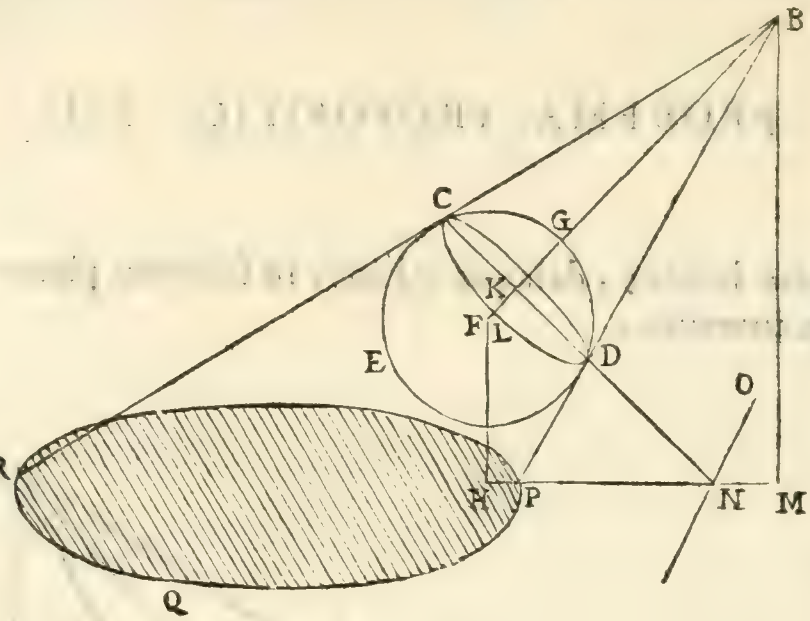
OB PB, quæ ipsi CEG occurrant in HG; ducanturque HD GD, erit DHCGD pars illuminata, & DHEGD opaca.

PROBEMA PROPOSITIO. XIII.

Dato lumine, dataque sphæra, in subiecto plano vmbram inuenire.



Sit B lumen, BM eius altitudo. Data verò sit sphæra CDE. oportet in subiecto plano vmbram inuenire. sit sphæræ centrum F; & per puncta BF ducatur planum subiecto plano erectum, quod quidem in sphæra
faciat maximum circulum CDE. transibit hoc planum per BM, siquidem transit per B. sit MH huius sectionis, & subiecti plani communis sectio. Deinde à puncto F ducatur FH subiecto plano perpendicularis, *6. primi Theodosii.*
quæ in MH cadet; iungaturque BF. erunt vtique omnes ductæ lineæ *38. vndecimi.*
in dicta sectione per BF FH ducta; in qua etiam ducantur lineæ BC
BD, quæ circulum CDE contingant; quæ quidem interse erunt equales. *17. tertii.*
iungatur deinde CD, quæ ipsi BF perpendicularis erit, ipsamque secet in *Ex 37. tertii.*
K. Deinde secetur sphæra per CD, ita vt sectio sit plano CDE erecta;
in sphæraque circulus eueniat CDL. porrò circulus CDL is erit, qui *Ex 1. Theodosii.*



terminat partes sphærę, quarum altera, vt CED, erit opaca, altera verò CGD illuminata. propterea quòd, cùm sit planum CDL plano CDE, in quo est BK, erectum, sitque BK ipsi CD perpendicularis, erit BK plano CDL erecta. quare omnes lineæ, quæ à puncto B ad circunferentiam circuli CDL ducuntur, erunt æquales. & quoniam BC circulum CDE contingens sphæram quoque contingit, omnes lineæ à puncto B ad circulum CDL pertingentes sphæram quoque contingent, quòd cùm lineæ sint tanquam radij luminis, erit sphærę pars CED opaca, reliqua verò CGD illuminata. Itaque producatur CD in N, quæ, cùm sit in plano CDE, ipsi MH occurret. deinde in subiecto plano ipsi MH perpendicularis ducatur NO; erit vtique NO plano per CN NH ducto erecta. siquidem planum per CN NH, & subiectum planum sunt inuicem erecta. Vnde propterea erit NO in plano circuli CDL, qui est plano CDE erectus. Quocirca circulum habemus CDL, cuius, & subiecti plani communis sectio est NO, planorum verò inclinationis angulus est KNH, cùm sint KN, & HN ipsi NO perpendiculares. quibus cognitis circuli CDL vmbra inueniatur PQR. erit sanè PQR vmbra datæ sphærę. quoniam radij luminis circulum CDL contingentes sphæram contingunt.

Ex 38. vndecimi.

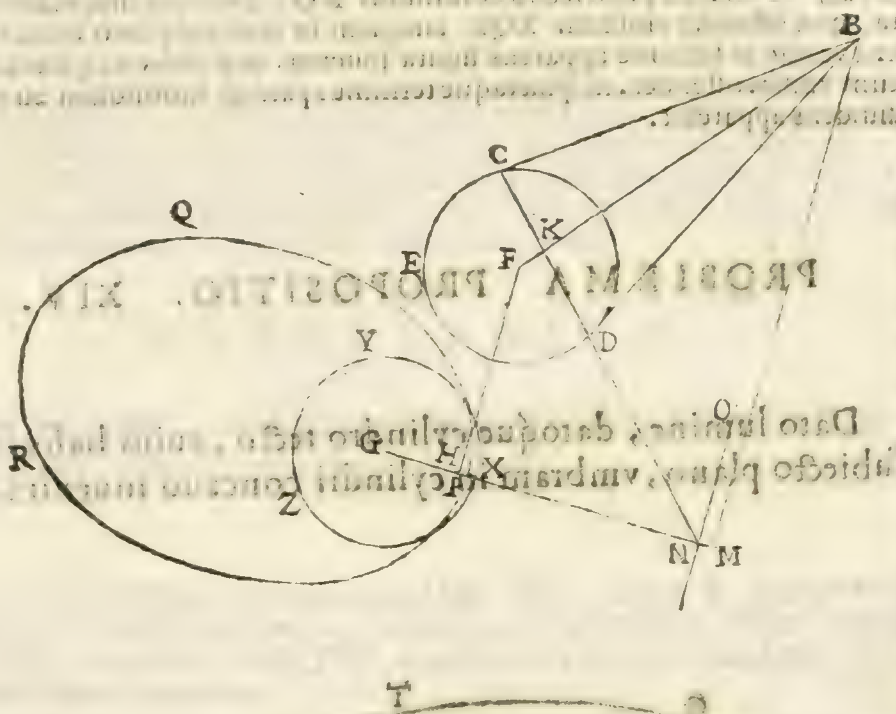
Ex 38. vndecimi.

9. huius.

PRAXIS.

Perpendiculariter cadat lumen in subiectum planum in M, cuius altitudo MB. cadat deinde perpendicularis à centro sphærę in subiectum pla-

num



num in H, cuius altitudo sit HF. Iungaturque MH. sintque MB HF ipsi MH perpendiculares; describaturque circa centrum F circulus sphæræ maximus CDE. deinceps à puncto B ducantur BC BD circulum contingentes; iunganturque CD BF, quæ se inuicem secent in K. erit ex demonstratis CD diameter circuli in sphæra partem opacam à luminosa diuidentis, eritque K eius centrum. Itaque producatur CD in N; ducaturque NO ipsi MH perpendicularis; & quoniam circulus diuidens opacum à luminoso est in plano per NO ducto, vt patet, si manentibus NO MH intelligatur planum MBFH vnà cum CDE CN subiecto plano erectum. quare fiat NG æqualis NK; & secundùm longitudinem KD circulus describatur XYZ. Inuento itaque circulo XYZ, intelligatur hic circulus subiecto plano inclinatus in angulo KNG; cuius quidem circuli XYZ, subiectique plani communis sectio existit NO. Inueniatur igitur PQR vmbra circuli XYZ; eritque PQR vmbra datæ sphæræ. quod facere oportebat.

17. tertii

9. huius.

Ex his in sectione figuram apparentem, quæ in sectione sphæram, eiusque vmbram in subiecto plano, in sphæraque appareat circulus, qui partem sphæræ opacam à luminosa diuidat, describere possumus.

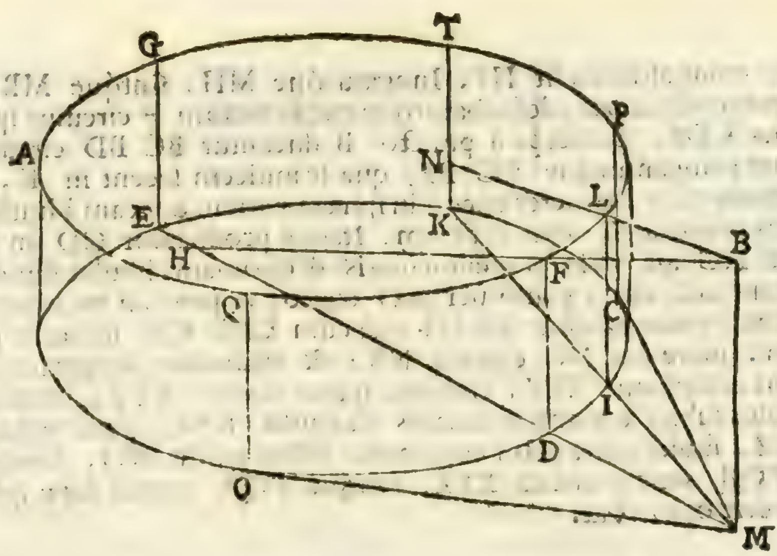
In sectione enim inueniatur punctum, quod ostendat punctum supra M

Ex 26. quinti huius. 27. quinti huius.

altitudine MB. deinde inueniatur figura, quæ ostendat circulum CDE supra subiectum planum erectum, cuius, & subiecti plani sit communis sectio MH. deinde figura inueniatur, quæ circulum ostendat XYZ, qui intelligatur subiecto plano inclinatus in angulo GNK. sitque circuli XYZ, & subiecti plani sectio communis NO. Denique inueniatur figura, quæ ostendat vmbram XQR tanquam in subiecto plano existentem. erit vtique in sectione apparens figura inuenta, quæ lumen, sphæramque cum vmbra ostendet. in sphæraque terminus partem luminosam ab opaca diuidens apparebit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIV.

Dato lumine, datoque cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, vmbram in cylindri concauo inuenire.



Sit lumen B, eius autem altitudo supra subiectum planum sit BM. sit cylindrus rectus CD, cuius basis CDE sit in subiecto plano. vmbram in cylindri concauo inuenire oportet. Ducatur vtcunque MDE, quæ basim secet in punctis DE, à quibus cylindri latera ducantur DF EG. sunt quippe DF EG basi CDE, ac per consequens subiecto plano erectæ; veluti est BM. ergo BM DF EG vnà cum linea MDE in vno, & eodem sunt plano subiecto plano erecto. & propterea sunt BM DF EG

ipsi

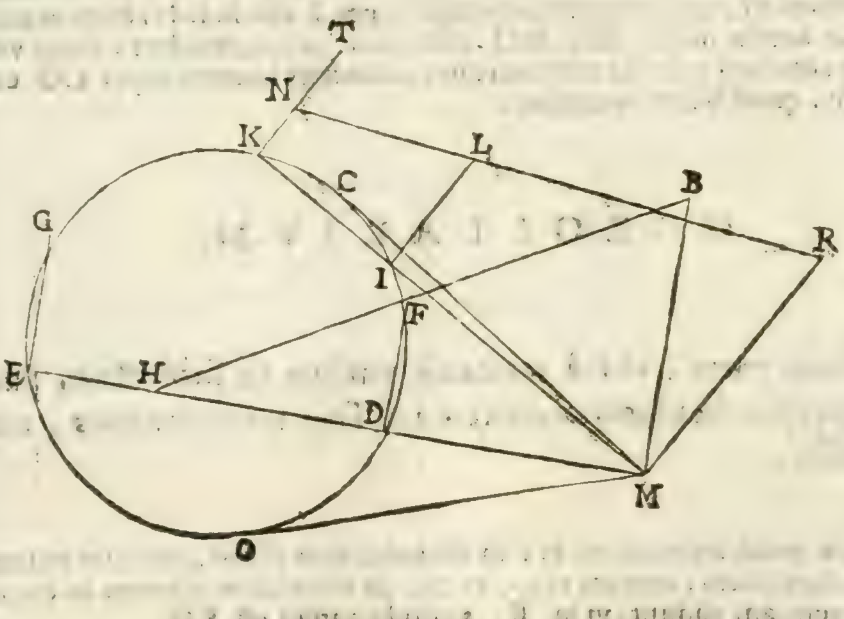
ipsi MDE perpendiculares. Quoniam igitur lumen B supponitur à subiecto plano magis distare, quàm cylindrus; linea ducta BF secabit, vel DE, vel EG; & quia secat DE, vt in H, vmbra lateris DF erit in plano basis in DH. eademque ratione ducatur vtcunque linea MIK, quæ cylindri basim secet in IK; eriganturque cylindri latera IL KT; ducaturque BLN, quæ KT secet in N, constat, vmbram lateris IL esse in IKN. & ita quàm plures alij vmbræ termini inuenientur, quibus iunctis vmbra constabit. Verùm ducantur MC MO cylindri basim contingentes, cylindrique latera ducantur CP OQ; perspicuum est, vmbram vsque ad PQ pertingere. si enim ducerentur luminis radij BP BQ, hi quoque cylindrum contingerent, ex ijs, quæ antea dicta sunt: cylindri enim pars conuexa PFQ CDO illuminata existet. *Ex 38. vndecimi.*

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, vmbræ terminos, quòd in basi CDE reperiuntur, circuli circunferentiam esse.

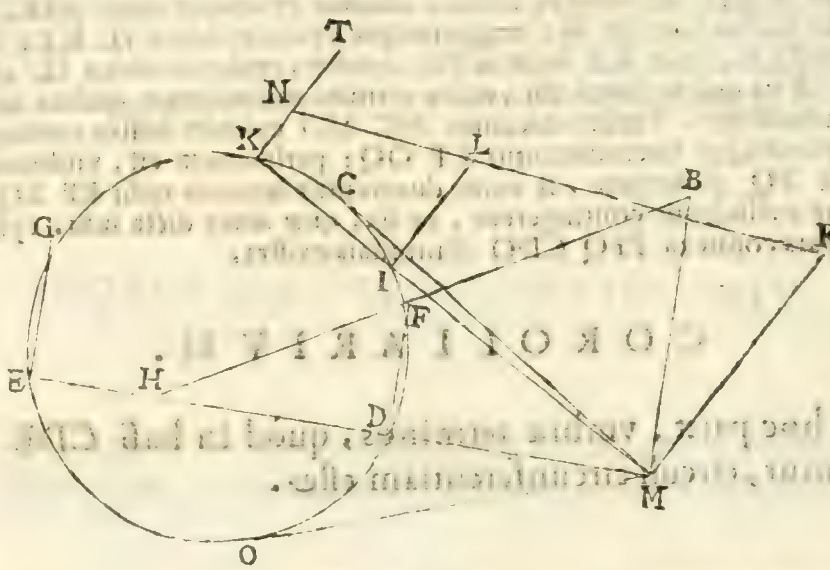
Si enim intelligatur conus, cuius basis PFG, vertex B, qui sub basi secundùm superficiem conicam luminis radijs protractam secatur plano per CDE transeunte, basi PFG æquidistante, sectio circulus erit. quæ quidem sectio est vmbra. *4. primi conicorũ Apollonii.*

PRAXIS.



Exponatur cylindri basis CDE, cylindrique altitudo sit DF; sitque

punctum



punctum M, vbi à lumine in subiectum planum cadit perpendicularis; altitudo autem sit æqualis ipsi MB. Ducatur vtcunque MDE, quæ circulum secet in DE; & ipsi ME perpendiculares ducantur MB DF EG; fiantque DF EG æquales; ducaturque BFH. constat vmbram lateris cylindri supra D existentis esse in DH. eodemque modo ducatur MIK circulum secans; à punctisque MIK ad MK perpendiculares ducantur MR IL KT; fiatque MR ipsi MB, IL verò, & KT fiant cylindri altitudini DF æquales; ducaturque RLN, quæ KT secet in N. similiter manifestum est, vmbram lateris cylindri supra I esse in IKN; & ita in alijs. Denique autem ductis MC MO circulum contingentibus, patet vmbram in concauo cylindri terminare in extremitate laterum supra CO existentium. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, vbi à terminis vmbræ in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, notum esse.

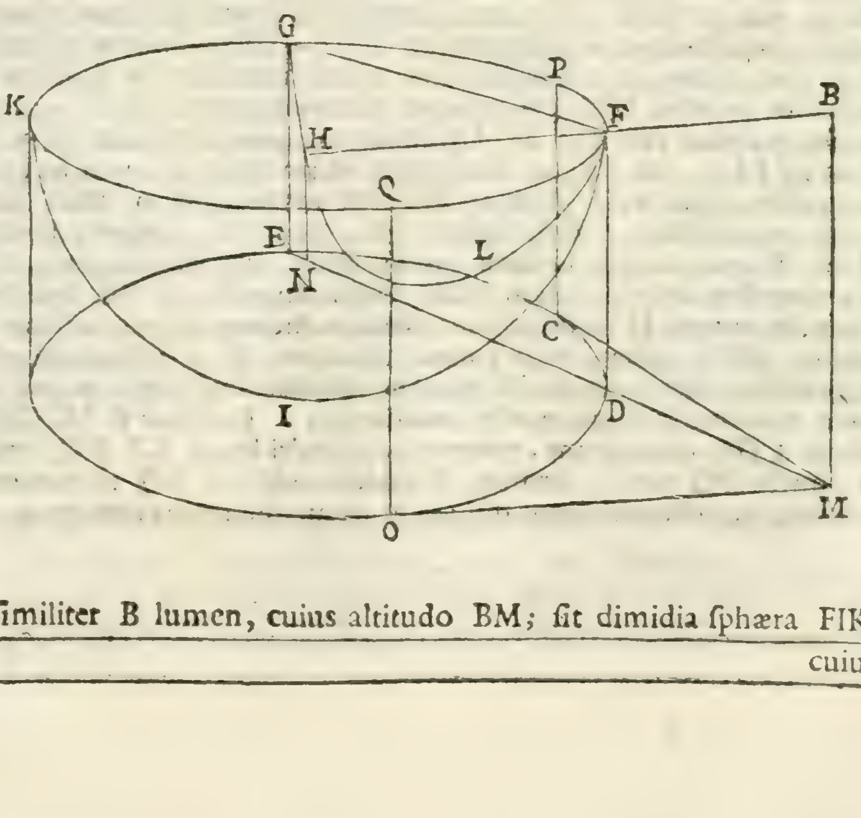
Vmbræ enim termini, vt H, in subiecto sunt plano, ideoque nullam habent altitudinem; termini verò, vt N, in subiectum planum in circuli circunferentiam cadunt, vt in K, altitudo autem est KN.

Simili prorſus modo non ſolùm vmbra inuenietur in concauo cuiuſcunque priſmatis, cuius ſtantes fuerint ſubiecto plano erectæ, baſes verò fuerint quomodocunque rectilineæ, verùm etiam ſi baſes fuerint partim rectilineæ, partimque curuilineæ.

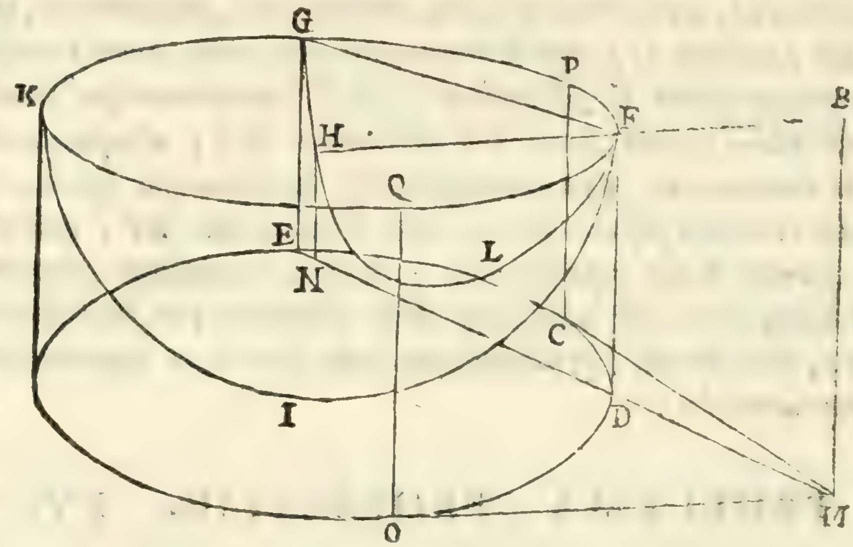
Ex his apparens figura in ſectione inuenietur, ſi figura in ſectione inueniatur, quæ circulum COK repræſentet, punctumque, quod oſtendat punctum H; deinde inueniatur punctum, quod repræſentet punctum ſupra K altitudine KN; inueniantur que puncta, quæ oſtendant puncta ſupra CO altitudine DF, aliaque vmbræ puncta inueniantur, quæ coniungantur; inueniaturque figura, quæ oſtendat circulum ſupra circulum CDE altitudine DF, quæ alteram cylindri baſim repræſentabit; denique inueniatur punctum, quod lumen ſupra M altitudine MB oſtendat; erit ſanè deſcripta figura, quæ lumen, cylindrumque cum vmbra in concauo cylindri repræſentabit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Dato lumine, dataque dimidia ſphæra, cuius baſis ſit ſubiecto plano æquidiſtans, in eius concauo vmbram inuenire, ita vt vbi à terminis vmbræ in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, cum ſuis altitudinibus notum fiat.



Sit ſimiliter B lumen, cuius altitudo BM; ſit dimidia ſphæra FIK,

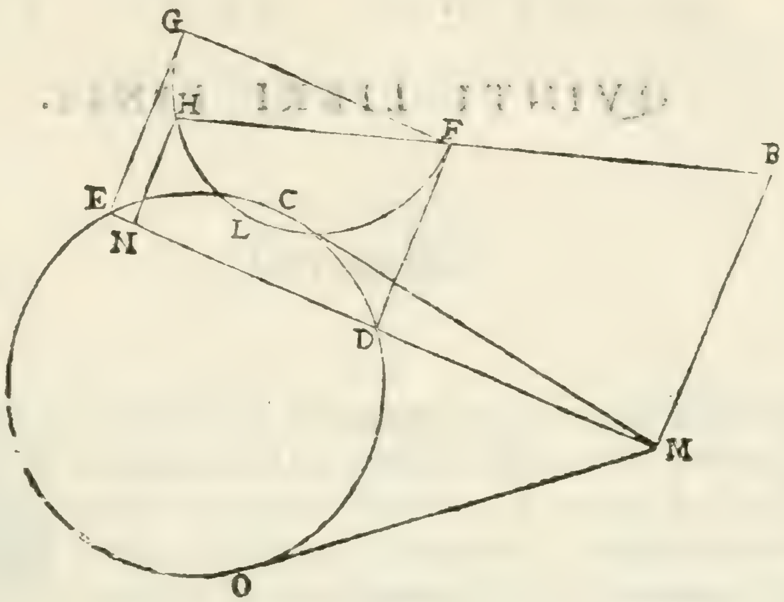


cuius basis PKG sit subiecto plano æquidistans. vmbram in concauo inuenire oportet. Intelligatur in subiecto plano circulus CDE æqualis ipsi PKG; sitque CDE, in quem à circulo PKG in subiectum planum perpendiculares cadunt; intelligaturque PKG CDE cylindrus rectus; ergo, vt in præcedenti, ducatur similiter MDE circulum in subiecto plano secans in punctis DE, cylindrique latera erigantur DF EG; intelligaturque planum per BM FD GE ductum, quod dimidiam sphæram diuidat in FLG; erit vtique FLG non solùm circulus, verùm etiam semicirculus. quia verò planum FLG est erectum plano PKG subiecto plano æquidistante, ducta igitur FG, erit FG diameter semicirculi FLG. Itaque ducatur luminis radius BFH, qui semicirculum secet in H. patet semicirculi partem FLH vmbrosam esse, & HG luminosam. à puncto autem H in subiectum planum ducatur perpendicularis HN, quæ in MDE cadet; ergo vmbræ terminus H in subiectum planum perpendiculariter cadet in N; eiusque altitudo erit NH: Atque hac ratione huiusmodi plura puncta inueniemus. Denique si MC MO circulum CDE contingunt, fuerintque cylindri latera CP OQ; erunt sanè puncta PQ vmbræ termini. si quidem radij per PQ transeuntes cylindrum, ac per consequens dimidiam datam sphæram contingunt.

Ex 13. primi sphæricorũ Theodosii.

38. vndecimi.

PRAXIS.



Exponatur circulus CDE, qui sit circulus maximus dimidiæ datæ sphæræ. insuper cadant à basi dimidiæ sphæræ in subiectum planum perpendiculares in circulum CDE; & inter hos duos circulos parallelos altitudo sit DF. sit M, vbi cadit à lumine perpendicularis in subiectum planum, cuius altitudo MB. Ducaturque vtcunque MDE, quæ circulum secet in DE, & ipsi MDE perpendiculares ducantur MB DF EG; sintque DF EG æquales; iungaturque FG; factoque diametro FG semicirculus describatur FLG; ducaturque BFH, quæ dictum semicirculum secet in H; ducaturque HN ad DE perpendicularis; erit vtique punctum N, vbi ab vmbræ termino in subiectum planum perpendicularis cadit; eiusque altitudo erit NH. vt patet, si manente ME, planum DFGE vnà cum BM BH HN fuerit plano CDE erectum. Quare alijs punctis idem prorsus fiat. Ductisque denique MC MO circulum contingentibus; nimirum vmbra terminabit in punctis supra CO altitudine DF. quod facere oportebat.

Ex his si inueniatur figura, quæ circulum supra CEO altitudine DF ostendat; in ipsaque sint puncta, quæ ostendant ea, quæ sunt *supra CO altitudine DF; deinde inueniatur punctum, quod ostendat punctum supra N altitudine NH; huiusmodique plura inueniantur puncta; denique similiter inueniatur punctum repræsentans lumen supra M altitudine MB; erit nimirum inuenta in sectione figura, quæ lumen, dimidiamque sphæram cum vmbra in concauo repræsentabit.*

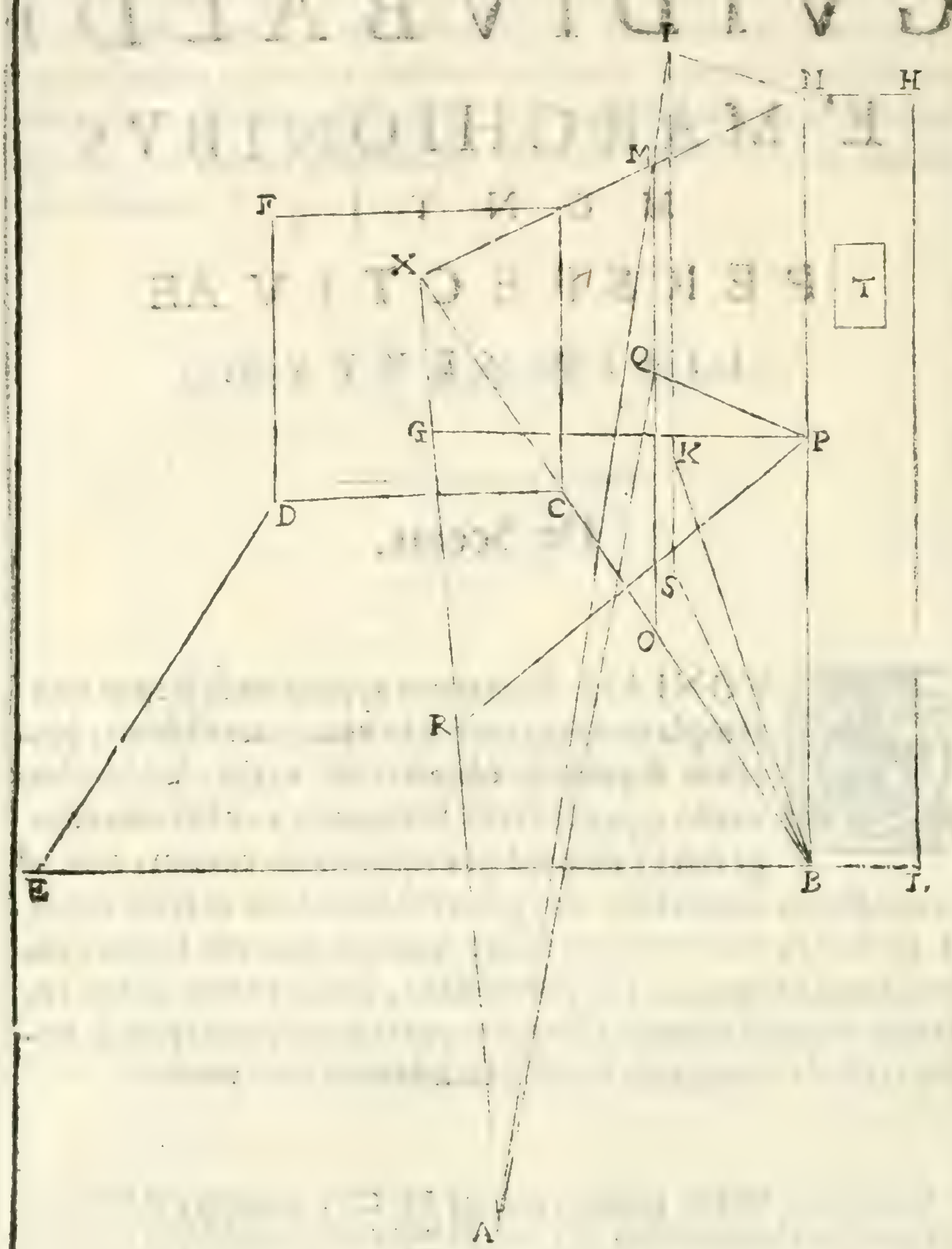
QVINTI LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI
E' MARCHIONIBVS MONTIS
PERSPECTIVAE LIBER SEXTVS.

De Scenis.

QVONIAM Scenarum apparatus susceptæ contemplationis partem sibi vendicare videtur (pluribus siquidem obiectis in varijs sectionibus oculo repræsentatis Scenarum constitutio effingi solet) ne quid prætermittatur eorum, quæ ad propositum negocium integrè absoluendum meritò requiri possunt; nonnulla ad hanc quoque partem spectantia breuiter attingemus; & præcipuam, atque communem in Scenis repræsentandis seruatam praxim ex principijs à nobis traditis emergere, facilè ostendemus hoc modo.

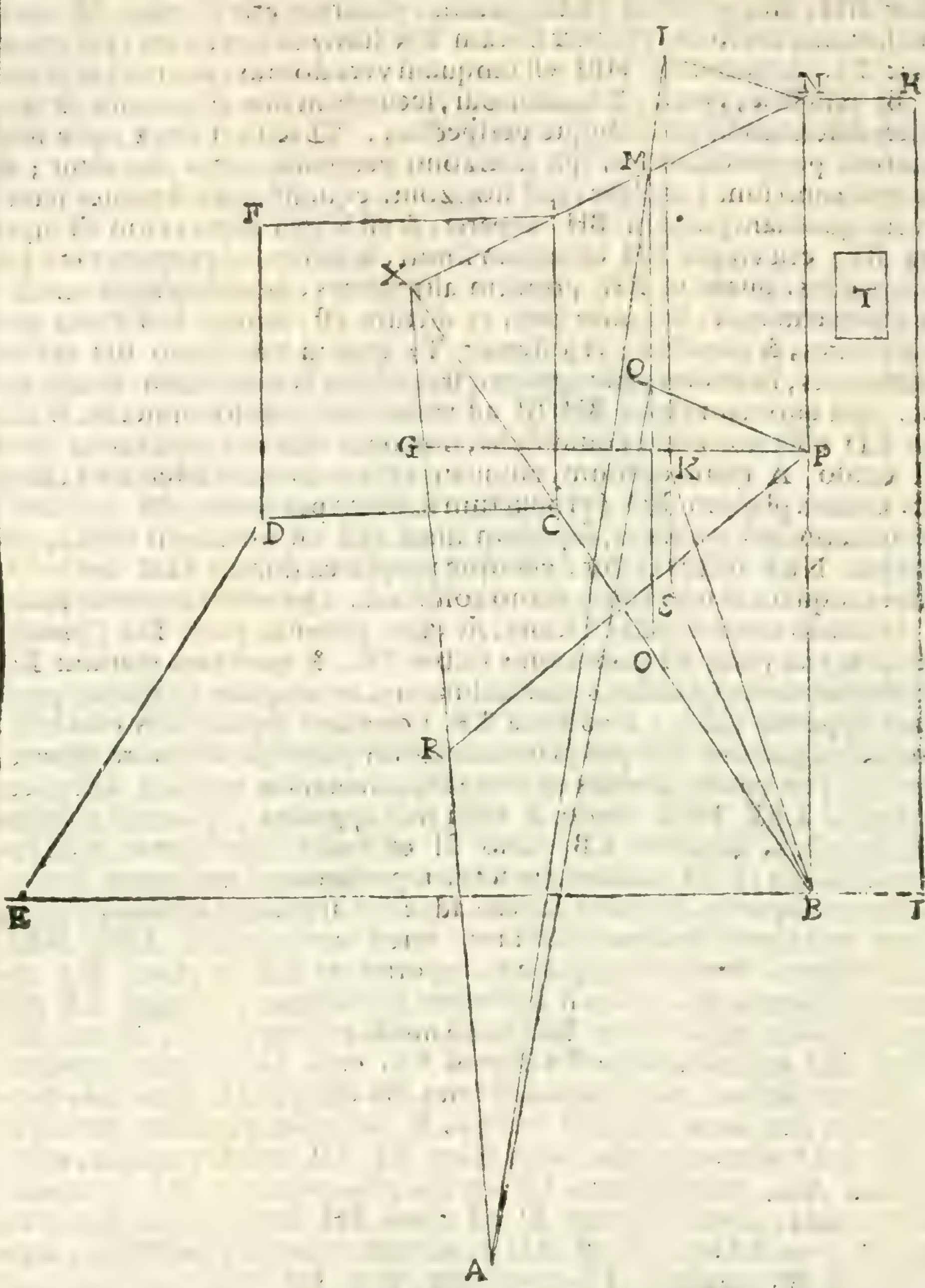
Sit primùm BCDE planum; sintque BE CD, & interse, & horizonti parallelæ; planum autem BD non sit horizonti æquidistans, sed inclinatum, horizontique propinquior sit BE, quàm CD. Oporteatque supra planum BD Scenam repræsentare. Primùm quidem intelligendum, accipiendumque est planum BD pro plano horizonti æquidistante apparere, quod tamen sit horizonti inclinatum, vt ea, quæ ab histrionibus, alijsque in BD repræsentantur, meliùs à spectatoribus intueantur; quod non contingeret, si BD horizonti æquidistans existeret. tunc enim planum ab oculorum conspectu sese subtraheret; & nimis, quàm opus esset, angustum appareret. Inclinatio autem huius plani BD parua esse debet, vt histriones, & alij facilè in ipso consistere, mouerique possint. Itaque supra CD erigatur rectangulum planum CF horizonti erectum. Deinde collocetur oculus, vt in A; ita vt sit A supra horizontem altior, quàm CD. qui quidem oculus, quamuis ad libitum collocari possit, ita



tamen collocari solet, vt ad medium scenæ respondeat. & quò ad angulum visionis, obseruari poterunt ea, quæ initio adnotauimus. deinde ducatur AG horizonti æquidistans, & ad CF erecta; sitque punctum G in CF; linea vtique AG ipsa quoque ad scenæ medium respondebit. Deinde super BE similiter erigatur planum BH rectangulum horizonti itidem erectum, quod (vt fieri solet) intelligatur paries alicuius domus repræsentandæ. & quoniam domorum anguli sunt recti (quamuis, & acuti, & obtusi esse possint, nunc autem primùm supponamus eos esse rectos, veluti vt

plurimùm fieri solet) ideo sit alter paries BNIS ad angulos rectos cum pariete BH; sitque BNIS rectangulum, nimirum erit planum BI horizonti similiter erectum, propter lineam BN horizonti erectam, per quam 18. vndecimi.
transit BI. & quoniam HBI est tanquam vera domus, in vtroque plano BH BI fenestræ, portæ, & huiusmodi, secundùm suas altitudines, & latitudines describendæ sunt absque perspectiua. Vt scilicet lineæ, quæ sunt horizonti perpendiculares, ipsi horizonti perpendiculares ducantur; & quæ horizonti sunt parallelæ, ipsi horizonti equidistantes similiter fiant. At verò quoniam planum BH apparet, & est in ipsa scena, cùm sit super linea BE; erit vtique BH obiectum simul, & sectio; ac propterea erit paries apparens. quare in BH primùm altitudines, latitudinesque rerum, quæ repræsentantur, lineandæ sunt, vt dictum est, nempe horizonti perpendiculares, & parallelæ; vt ostendit T; quia in hoc plano BH rerum longitudines, latitudinesque apparent secundùm symmetriam, quam habent. Sed quoniam plana BH BI ad rectos sunt angulos inuicem, si planum BD esset horizonti çquidistans, non opus esset alia perspectiua, quia HBI oculo A ipsam domum, tanquam veram domum ostenderet, sicuti est. etenim planum BD (productum scilicet) per lineam BS transiret; quæ horizonti est parallela; siquidem linea NB est horizonti erecta, angulusque NBS rectus existit. essetque propterea domus HBI suo loco, nempe tanquam in horizontis plano collocata. Quoniam autem in plano BD inclinato construenda est scena, sit igitur primùm plani BD (producti scilicet) ac plani BI communis sectio BK. & quoniam planum BD non est horizonti çquidistans, sed inclinatum, ac tanquam horizonti çquidistans apparere debet, ideo linea BK horizonti equidistans non erit. Cùm itaque planum BD pro plano horizonti parallelo deseruire debeat, paries BI pro pariete domus in scena repræsentandæ minimè deseruiet; quia anguli LBK NBK oculo A recti non apparent (quamuis angulus LBK sit rectus, siquidem LB plano BI est erecta) cùm tamen recti apparere deberent; si BI parietem in scena repræsentaret. nunc enim domos repræsentare oportet, quarum parietes ad rectos appareant angulos, ipsique parietes rectanguli similiter videantur. quod tamen anguli LBK NBK non ostendunt. & vt recti appareant, oportet, vt BK in plano BD repræsentet lineam BS, quæ est horizonti çquidistans, ipsisque LB NB perpendicularis; quod tamen BK nullo modo efficere potest. Nam si BK in plano BD repræsentare posset lineam BS, ergo BK lineam ostenderet ipsi AG parallelam; quandoquidem linea BS est ipsi AG parallela. quoniam, cùm sint lineæ BE CD interse, & horizonti parallelæ, planaque BH CF sint horizonti erecta, erunt plana CF BH interse parallela; eritq; propterea AG, quæ est plano CF erecta, plano quoque BH (producto scilicet) erecta. at verò planum BI est plano BH erectum, erit igitur AG plano BI çquidistans; sed est AG horizonti quoque çquidistans, ergo AG est ipsi BS parallela. His constitutis, vt in BD ducantur lineæ, quę lineas horizonti, & ipsi AG repræsentent parallelas, intelligatur BD sectio inclinata, vt supponitur, producaturque AG, donec plano BD producto in X occurrat; erit vtique X punctum concursus, linearum scilicet, Ex Cor. 32. primi huius
quæ in subiecto plano horizonti parallelo sunt ipsi AX parallelæ, & omnium his çquidistantium. omnes igitur lineæ, quæ in plano BD ducuntur ad X, omnes repræsentabunt lineas horizonti, & ipsi AX parallelas. Itaque à puncto B ducatur BCX. nimirum si BE intelligatur sectionis linea, ostendet sanè BC lineam, quæ à puncto B ducta sit ipsi AG Ex 29. primi huius.
parallela. quare BC lineam BS repræsentabit, quæ in pariete BI est ipsi AG, atque horizonti çquidistans, & ipsis LB NB perpendicularis existit. sed quoniam AG plano BI est çquidistans, nulla prorsus linea in

plano



plano BI quomodocunque ducta puncto X occurrere poterit; linea verò BK est in plano BI; ergo linea BK, neque lineam BS, neque aliam ipsi AG parallelam in plano BD repræsentare potest. Ex quibus perspicuum est angulos LBC NBC rectos apparere, non autem LBK, & NBK. repræsentant enim LBC NBC angulos rectos, quos efficiunt lineæ LB NB cum linea BS, quæ est ipsi AG parallela; quandoquidem BS in plano BD apparet in BC. Vnde patet quoque BI pro pariete apparente in scena deseruire non posse. His ita ostensis, vt inueniatur paries, qui in ſcena apparere debet, erigatur ſuper linea BC planum BM horizonti erectum, quod quidem pro altero apparente pariete deſeruiet; ita vt domus duo ſint apparentes parietes BH BM; quia planum BM plano BH erectum apparebit propter angulos LBC NBC, qui recti apparent. Ex his igitur manifeſtum eſt in BM, tanquam in ſectione ea deſcribere oportere, quæ intelligimus eſſe in BI, tanquam in obiecto; ita nempe, vt ipſum BI in BM repræſentare oporteat. Primum itaque, quæ ſunt in BI horizonti perpendiculares, etiam in BM horizonti perpendiculares eſſe debent; cùm ſit planum BM horizonti quoque erectum, veluti eſt BI. ſed quæ in BI ſunt horizonti ęquidiſtantes, cùm ſint ipſi AX parallelæ (quod ex demonſtratis conſtat) in punctum X tendere debent. etenim cùm ſit planum BM in linea BCX, erit vtique punctum X in plano quoque BM (producto ſcilicet) & quoniam ab oculo ducta eſt AX ęquidiſtans lineis in BI exiſtentibus horizonti parallelis; erit ſanè X punctum concurſus omnium linearum, quæ in BI horizonti ſunt ęquidiſtantes. Quocirca ſi ducatur NMX, linea vtique NI apparebit in NM, cùm ſit obiecti punctum N in ipſa ſectione BM; ſitque NI horizonti, & ipſi AX parallela. Vt verò NM appareat æqualis ipſi NI, ab oculo A ducatur AI, quæ NX ſecet in M (ſecabit enim, quia ſi NI apparet in NM oculo A, erunt NI NM, & punctum A in vno, & eodem plano, in quo neceſſe eſt lineam quoque AI reperiri) quare linea NM ipſi NI ęqualis apparet. Itaque inuento puncto M, ducatur MO horizonti perpendicularis vſque ad lineam BC; linea vtique MO repręſentabit latus IS, cùm ſint ambo horizonti erecta. ex quibus perſpicitur, BNMO totum parietem BNIS repræſentare. Porrò ex dictis conſtat, cur in ſcenis domorum parietes (quamuis ſolidæ conſtruantur domus) ad rectos non conſtituantur angulos.

Ex 26. primi huius.

Ex Cor. 32. primi huius.

Ex 29. primi huius.

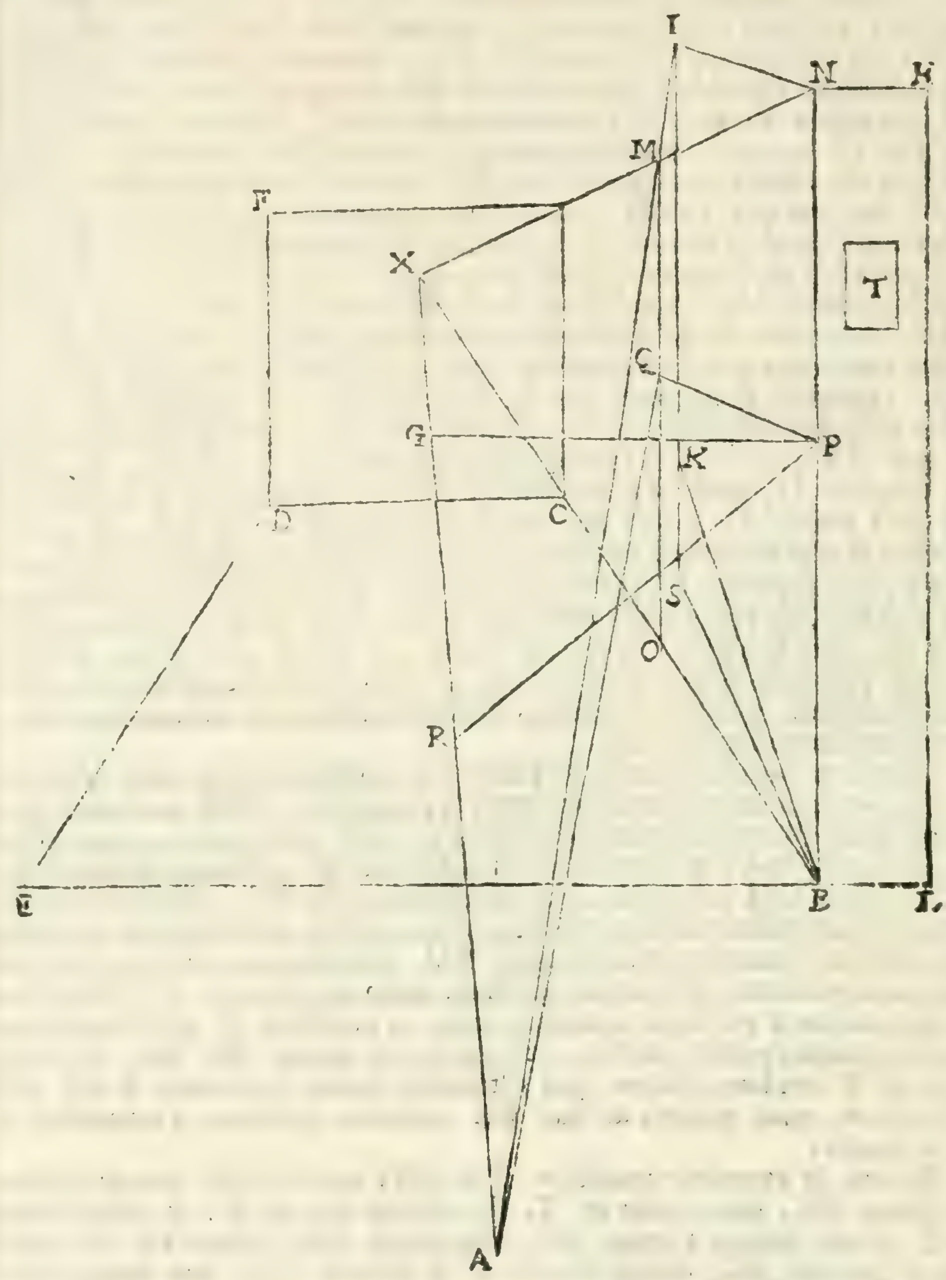
Ex 2. vndecimi.

Cæterùm quoniam ſcenę, vt plurimùm conſtruuntur in aulis iuxta parietes, vnde inter ipſos veros parietes, & apparentes HBM multoties non datur ſpacium, vt poſſimus totam domum HBI componere, vt ex BI inueniri poſſit BM, vt factum eſt; ideo abſque BI poſſumus quoque ducere lineam OM diſtantem, & ęquidiſtantem ipſi BN, primùm, vt placuerit (nam & ſecundùm apparentiam determinatæ diſtantiæ eam inuenire docebimus) intelligereque planum BM repræſentare alterum parietem domus apparentis, vt diximus. ſimiliter quoniam planum CF taliter iuxta alterum aulæ parietem collocari ſolet, vt punctum X actu fortaſſe inueniri minimè poſſit; idcirco, vt inueniamus lineas BC NM, & alias, quæ in X tendant, quippe quæ oſtendant lineas horizonti, & ipſi AG parallelas, quas quidem abſque GX inuenire oporteat, à nonnullis fit hoc modo.

Datum ſit vtcunque punctum P in BN; oporteatque ducere lineam in plano BM, quæ tendat in X, ſed abſque puncto X, & abſque linea GX. primò ducunt lineam PR, quæ tangat AG; ſitque PR ad angulos rectos ipſi AG; deinde ducunt ab A rectam AQ, quæ tangat latus MO, tangatque lineam PR: inuentoque puncto Q, ducunt PQ, aſſeruntque PQ oſtendere lineam horizonti parallelam. quamuis fortaſſe ignorent, an PQ tendat in X. quod vtique nos aſſerimus eſſe quidem veriſſimum. Nam lineæ PR QA in vno, & eodem ſunt plano, in quo ſunt etiam AR PQ. & quoniam punctum X eſt in linea ARG, erit punctum X in plano per AG PQ ducto; ſed eſt punctum X in plano quoque BM, ergo neceſſe eſt lineam PQ in X tendere. Quod autem punctum X ſit in plano BM, ſuprà oſtenſum eſt. Nunc enim nihil refert, an punctum X ſit in plano BD, an non; quia ſufficit punctum X in plano BM exiſtere; ſemper enim eadem eſt ratio, nempe X eſſe pun-

Ex 2. vndecimi.

ctum



ctum concursus linearum ipsi AG equidistantium. Vnde PQ lineam repræsentabit ipsi AG parallelam, ac per consequens horizonti equidistantem.

Ex Cor. 32. primi huius.

Verùm non est quidem necesse lineam PR esse ipsi AG perpendicularem; etenim dummodo PR lineam AG contingat, cæteraque eodem modo fiant, idem prorsus eueniet ob eandem causam. Vnde nonnulli semper ducunt lineam à puncto G, vt GP (quod à quocunque alio puncto lineæ AG fieri quoque poteſt) ducuntque ſimiliter AQ, quæ ipſam GP contingat, idemque prorſus euenit. nam omnibus modis ſemper ob eandem cauſam inuenietur PQ, quæ tendet in X. omnes enim lineæ AGX AQ PR PG, & PQ in vno, & eodem plano exiſtunt. In his verò lineis ducendis, filis, ſeu funiculis vti familiare eſt. 2. *vndecimi.*

Aliqui verò lineam PQ abſque linea AQ inueniunt, nempe collocant lumen in A, & in BM obſeruant vmbram fili, ſeu funiculi PR, ſiue PG, quæ quidem vmbra eſt PQ. quod ex dictis patet.

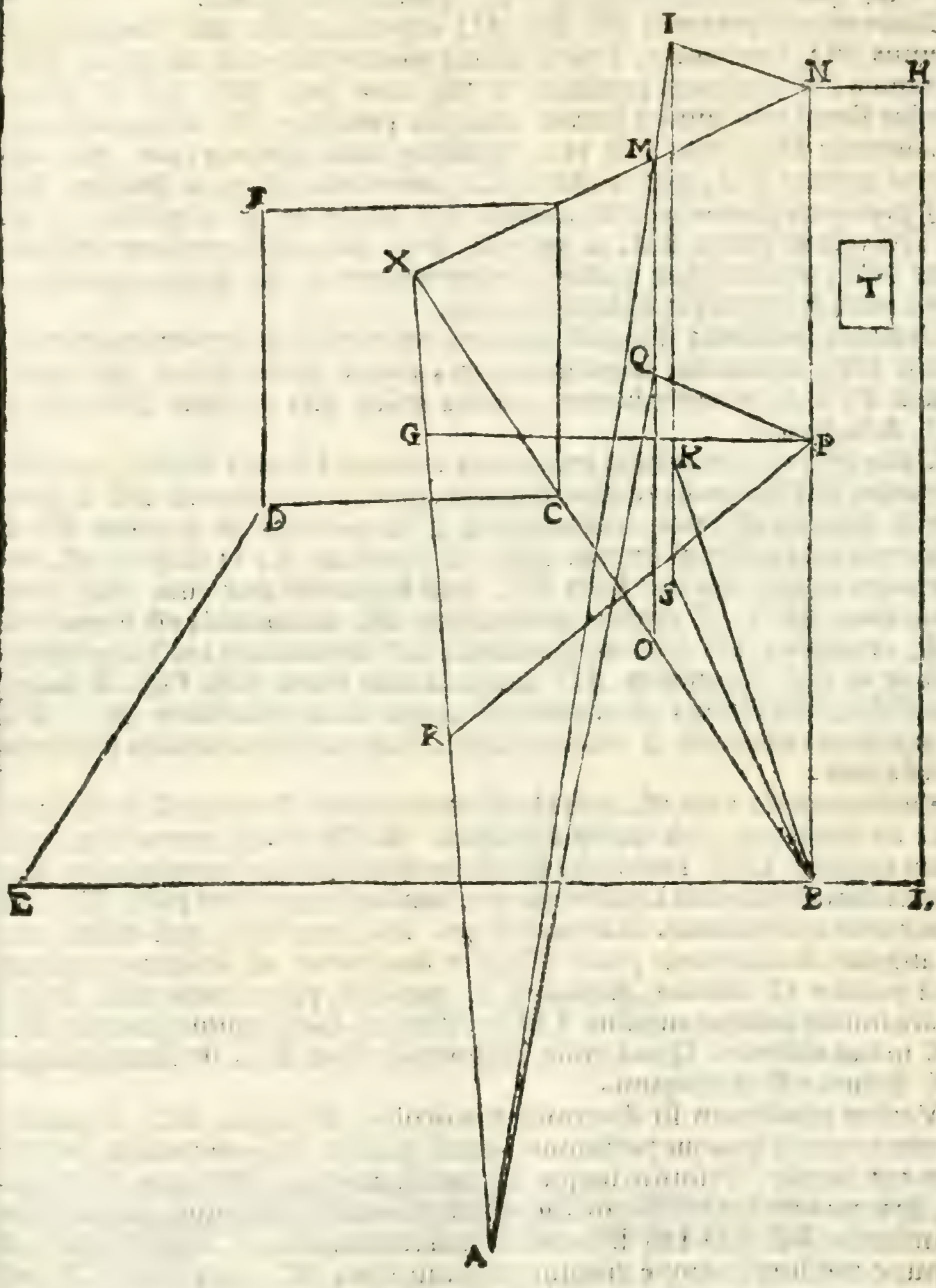
Nos verò abſque lineis PR PG AQ expeditiùs ſola AG lineam inueniemus PQ hoc modo. Poſito ſcilicet vbicunque oculo ad partes ED, ita tamen, vt aſpiciatur punctum P vnà cum linea AG, hoc eſt videat oculus ſimul vno intuitu lineam AG, ac punctum P; immotoq; oculo, ducatur PQ, ita vt PQ vna, & eadem linea appareat cum AG; erit vtique inuenta PQ, quæ tendet in X. cuius ratio eſt, quia ſimiliter AG PQ in eodem plano exiſtunt, idcirco PQ tendet in X. ſiquidem X eſt in AG, & in plano BM, in quo eſt PQ. eademque ratione inueniemus NM, & alias; quæ quidem omnes tendent in X; quippe quæ lineas horizonti, & interſe parallelas oſtendent.

Præterea poſſumus quoque lumine loco oculi hoc modo inuenire lineam PQ. collocetur enim lumen ita, donec vmbra ipſius AG appareat in P; tunc immoto lumine, vmbra ipſius AG in plano BM erit in PQ; & ita in alijs.

Cæterùm (ne in magnum incidamus errorem à multis fortaſſe non obſeruatum) eſt ſummopere aduertendum, quòd priùs in plano BD à puncto B ducenda eſt linea, quæ tendat in X; ſiquidem X eſt in plano BD aſpiciendo nempe ſimul lineam AG, ac punctum B, vt dictum eſt, immotoque oculo, ducatur linea BC, quæ ſimul videatur cum AG; tunc enim linea BC in X tendet. poſtea ſuper BC collocanda eſt ſuperficies BM, vt parietes BH BM ſupra planum BD ſibi inuicem erecti appareant; deinde in BM ſecundùm AG ducendæ ſunt lineæ NM PQ, & huiuſmodi aliæ, vt diximus. idem enim eſt ducere lineas ſecundùm AG, ac ſi in punctum concurſus X ductæ fuerint. quæ quidem omnia ex dictis manifeſta ſunt.

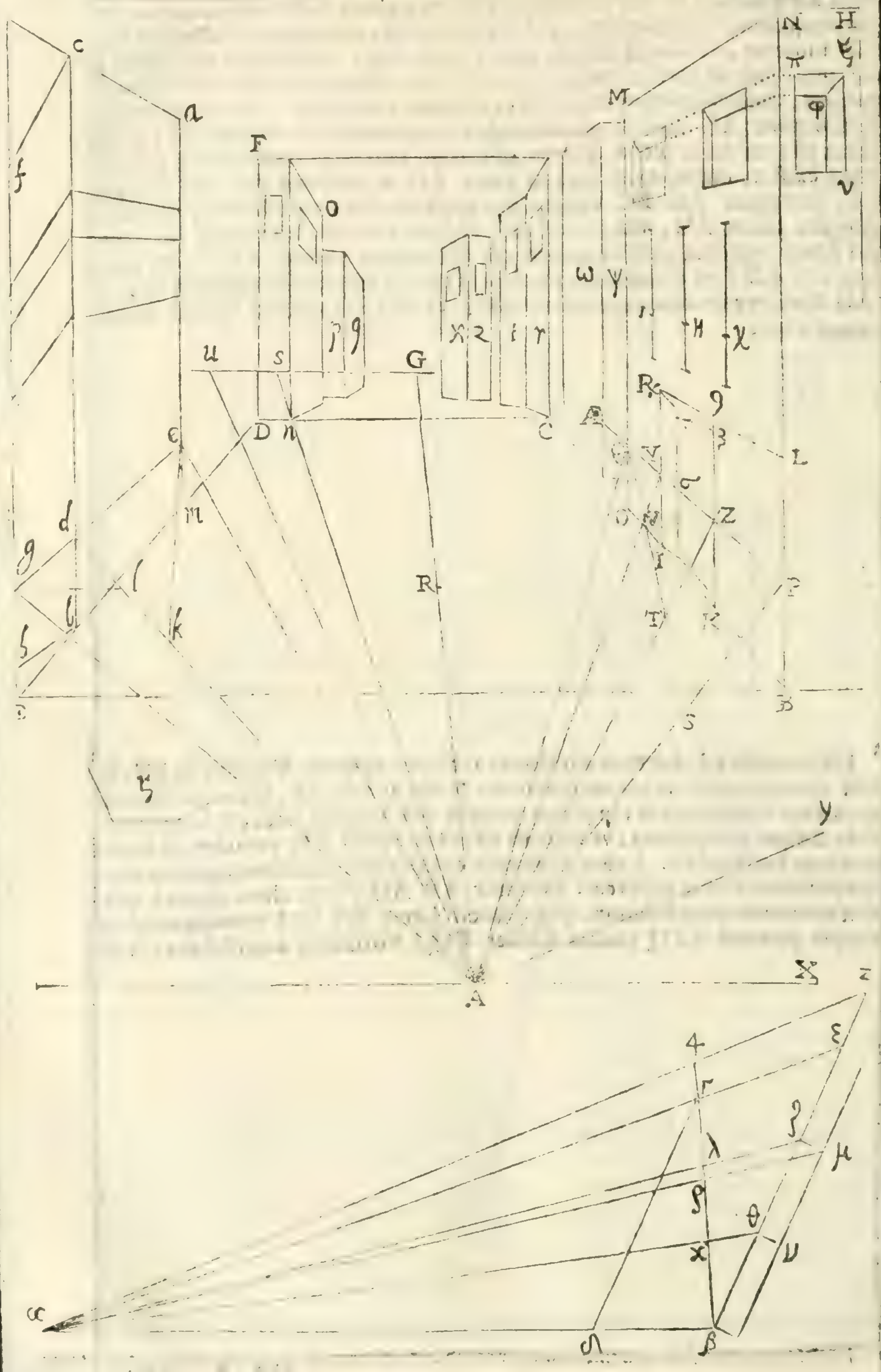
Obſeruandum verò eſt, quò altior fuerit oculus, & per conſequens linea AG ab horizonte, eò quoque ſpacium BCDE maius prouenire. tunc enim angulus LBC minor euadet; ſemper enim recto propinquior erit. quod idem ob eandem cauſam quoque contingit ex minori plani BD cum horizonte inclinatione. Nam data linea AG immobili, quò minor fuerit angulus inclinationis plani BD cum horizonte, eò longius punctum X à puncto G diſtabit, ſiquidem X cum hoc plano conuenire debet. quare minor quoque angulus LBC exiſtet. ex quo ſequitur ſpacium BCDE maius exiſtere. Quod enim diximus de linea BC, de linea quoque DE dictum eſſe intelligatur.

Verùm priuſquam ſit determinatus oculus, lineaque AG, conuerſo modo progredi quoque poſſumus. quod quidem propter praxim fortaſſe non erit inutile. Primùm itaque fiat inclinatio plani BD cum horizonte, quæ quidem fiat ad libitum, ac veluti oportere duxerimus. deinde ſpacium lineis BC CD DE BE contentum terminabimus. quod vtique fiet in hunc modum; nempè ducatur primùm linea BC, quæ cum LB angulum quemcunque datum, ſed obtuſum efficiat; & ad alteram partem linea ſimiliter ducatur ED ipſi BD æqualis; ita vt acuti anguli EBC BED interſe ſint çquales; quæ quidem lineæ ita ducantur, vt ſpacium BCDE proueniat, quomodocunque nobis magis placuerit; quod quidem, & propter perſpectiuam, & ob ea, quæ ſunt in BD repræſentanda, nonnunquam


I
N
H
M
F
X
T
Q
G
P
R
D
C
S
O
K
E
B
L
A

priùs determinare valde oportunum erit; ne puncta CD sibi inuicem, vel propinquiora, vel remotiora, quàm opus fuerit, proueniant; lineæque BC ED inuicem, vel longè nimis, siue propè nimis concurrere videantur; sed (præcipuè ob perspectiuam) conuenienti distantia interse conuenire appareant; quandoquidem scenæ idem quoque continget. Hoc itaque constituto nunc AG sursum, deorsumque ita mouenda est dummodo (vt dictum est) medium scenæ semper obtineat, semperque horizonti ęquidistans existat, donec existentes in parte ED aspiciamus per AG lineam BC, lineæque AG BC vna tantùm appareat linea, vt diximus; inuentoque situ lineæ AG, tunc linea AG reddatur immobilis; eritq; hoc modo situm oculi A determinatum; & secundùm lineam AG ducta quoque erit ED; vt aspiciendo patebit. Deinde secundùm eandem lineam AG similiter inueniemus lineas NM, & PQ, vt dictum fuit, & huiusmodi alias.

His inuentis ad parietum diuisiones accedere oportet. Vt igitur in BH, & BM lineare possimus portas fenestras, & alia huiusmodi, suamque seruare appareant symmetriam, in plano quidem BH longitudines, & latitudines fient absque perspectiua, vt dictum est; at in plano BM primùm in hunc modum fieri poterit. Veluti si portam collocare voluerimus, quæ in medio parietis existere appareat, ducantur AP AQ (vt in altera figura) quæ sint horizonti ęquidistantes, quæ quidem latera BN OM contingant; erit vtique planum APQ (ducta scilicet PQ) horizonti æquidistans. & in

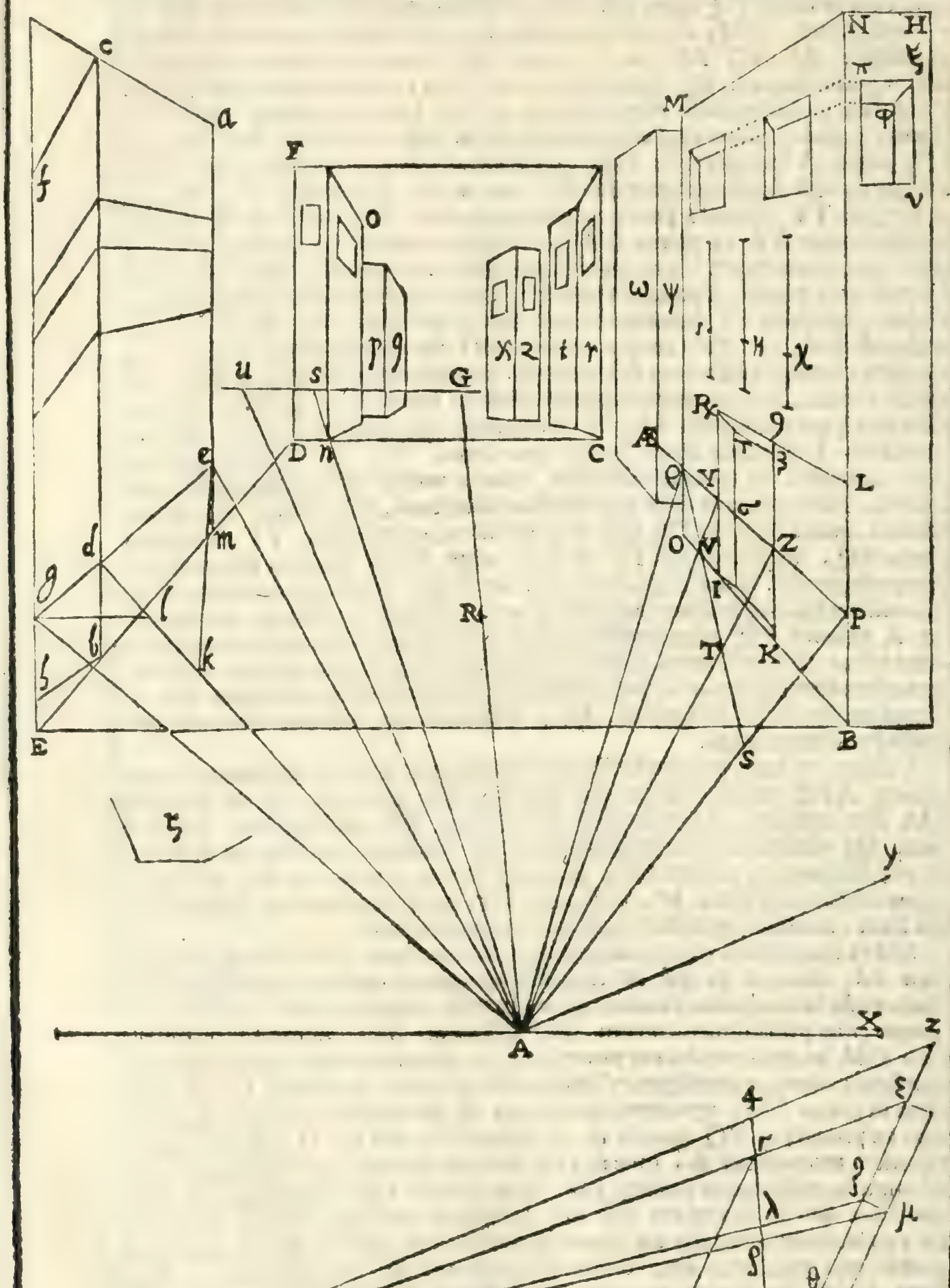

c
a
f
F
o
M
N
H
φ
ν
ω
ψ
p
q
x
z
t
r
χ
u
s
G
R
D
n
C
L
e
d
m
g
l
k
Z
I
T
K
P
R
S
y
A
X
z
4
ε
λ
μ
ρ
θ
x
ν
α
β

hoc casu in linea PQ linea ipsi AG parallela apparebit; est enim AG in eodem plano APQ; siquidem omnes sunt horizonti parallelæ, conueniuntque AP AQ AG in A. vnde PQ secundùm lineam AG ducta est. Quare ducatur QS non solùm horizonti, verùm etiam ipsi AG æquidistans; quæ quidem erit in plano APQ. Intelligaturque QS obiectum, quod quidem repræsentandum sit in BM. primùm sanè constat, QS oculo A apparere in PQ, existentibus visualibus radijs PSA QA. Itaque in QS signentur puncta TV, ita vt ST sit æqualis VQ, intelligaturque TV latitudo portæ, ducanturque ad PQ lineæ AVY ATZ, à punctisque YZ in plano BM horizonti ducantur perpendiculares YI ZK, quæ proueniant vsque ad lineam BO; hæ quidem lineæ ostendent latitudinem portæ. Pro cuius autem altitudine inuenienda, determinandaque, sumenda est altitudo in linea BN; quoniam BN est in vtraque sectione BM, & BH; in qua quidem BH res ostenduntur, vt sunt; quę quidem altitudo ad libitum fieri poterit. quamuis etiam & in ipsa KZ (producta scilicet, si opus fuerit) portæ altitudo determinari poterit. Itaque sumatur portæ altitudo BL; & vt diximus, secundùm lineam AG, & punctum L ducatur linea L9℞, quæ lineas KZ IY secet in punctis 9℞; nimirum I9 portam ostendet, quæ in medio parietis apparebit collocata. Nam planum BM repræsentat obiectum, quod est ipsi AG equidistans. quare cùm sit QS ipsi AG parallela, cùmque sit TV in medio lineæ SQ, appareatque TV in ZY; ergo K9℞I portam ostendet, vt propositum est. Eodemque modo in linea QS terminabimus fenestras, secundùm suas latitudines, vel alias aliarum rerum diuisiones, punctaque ex A in linea PQ reperiemus, à quibus horizonti perpendiculares ducemus vsque ad fenestrarum situm, vel vbi opus fuerit; quæ quidem latitudines ostendent; quarum deinde altitudines determinabimus in linea BN, lineasque ducemus secundùm AG, vt dictum est. eritque altitudo, latitudoque determinata.

Verùm, vt hanc praxim faciliorem reddamus, seorsum exponatur triangulum APQ in αβγ; sitque αβ æqualis AP; βγ verò, & γα ipsis PQ QA sint æquales. Deinde facta βδ æqualis PS, ducatur γδ; quæ pro linea QS deseruiet; quæ quidem linea γδ diuidatur primùm ad libitum, ac per diuisionum puncta ab α ducantur lineæ, quæ secent βγ, & secundum diuisionem lineæ βγ, diuidatur PQ; cæteraque eodem prorsus modo fiant, similiter quæsitæ latitudines inuentæ erunt.

Sed vt exquisitiùs omnia secundùm symmetriam inueniamus, loco lineæ γδ, ducatur βε ipsi δγ æquidistans; quam quidem intelligere possumus esse latitudinem parietis repræsentandi. ideo primùm, quoniam diximus, nos posse ducere lineam OM distans à BN, vt libuerit; nunc ipsam OM ita quoque ducere poterimus, vt determinatam latitudinem repræsentet. nempe intelligatur (ductis eisdem lineis) punctum Q esse quidem in plano BM; ignoretur autem, an Q sit vltimus terminus latitudinis; ac propterea PQ non sit in Q terminata, sed ex Q infinita; quare primùm terminetur βε, quæ sit vera latitudo parietis, qui intelligitur esse ad angulos rectos cum pariete BH. Nam si linea QS est parallela ipsi AG. similiter δγ βε tanquam ipsi AG parallelæ intelligi possunt. Ideoque βε pro latitudine parietis ad rectos angulos cum BH existentis deseruire potest. quare ducatur αγε, & fiat PQ æqualis βγ, ducaturque per Q linea MQO horizonti perpendicularis, & ipsi BN equidistans; nimirum apparens latitudo parietis BM determinata erit. Hoc determinato, pro diuisione portæ diuidatur linea βε, exempli gratia in θζ; ita vt θβ sit æqualis ζε; sitque θζ vera latitudo portæ; postea ducantur αθ αζ, quæ lineam βγ diuidant in κλ; deinde diuidatur PQ in ZY, veluti diuisa

est


c
a
f
F
O
N H
ξ
π
M
φ
ν
ω ψ
p q
X z t r
u s G
D n C
Æ
R
g
L
e
m
d
g
l
b
k
Y
O V
Z
I
P
T K
E
S B
R
y
A
X z
4 ε
r
λ
μ
θ
x
α
β

eſt $\beta\Gamma$ in $\kappa\lambda$; oſtendet ſimiliter ZY latitudinem portæ. etenim, cum ſit $\gamma\delta$ ęquidiſtans $\iota\beta$, lineæ $\kappa\zeta$ $\kappa\theta$ lineam $\gamma\delta$ in eadem proportione diuident, veluti diuiſa eſt $\beta\epsilon$, propter ſimilia triangula, quæ efficiuntur. Idem igitur accidit lineæ $\beta\gamma$, ſiue diuidatur $\delta\gamma$, ſiue $\beta\epsilon$; attamen meliùs eſt diuidere $\beta\epsilon$, quàm $\delta\gamma$, quoniam in $\beta\epsilon$ res diuiduntur, vt ſunt; quia rerum magnitudines, ſymmetriæq; ſeruari poſſunt, vt ſunt; quæ quidem in $\delta\gamma$ ſecundùm proportionem faciendæ ſunt; etenim $\beta\epsilon$ eſt æqualis latitudini veri parietis repræſentandi; linea verò $\delta\gamma$ minor exiſtit. Inuentis igitur punctis ZY, cætera eodem modo fiant; eritque inuenta porta K9℞I ſecundùm altitudinem, & latitudinem.

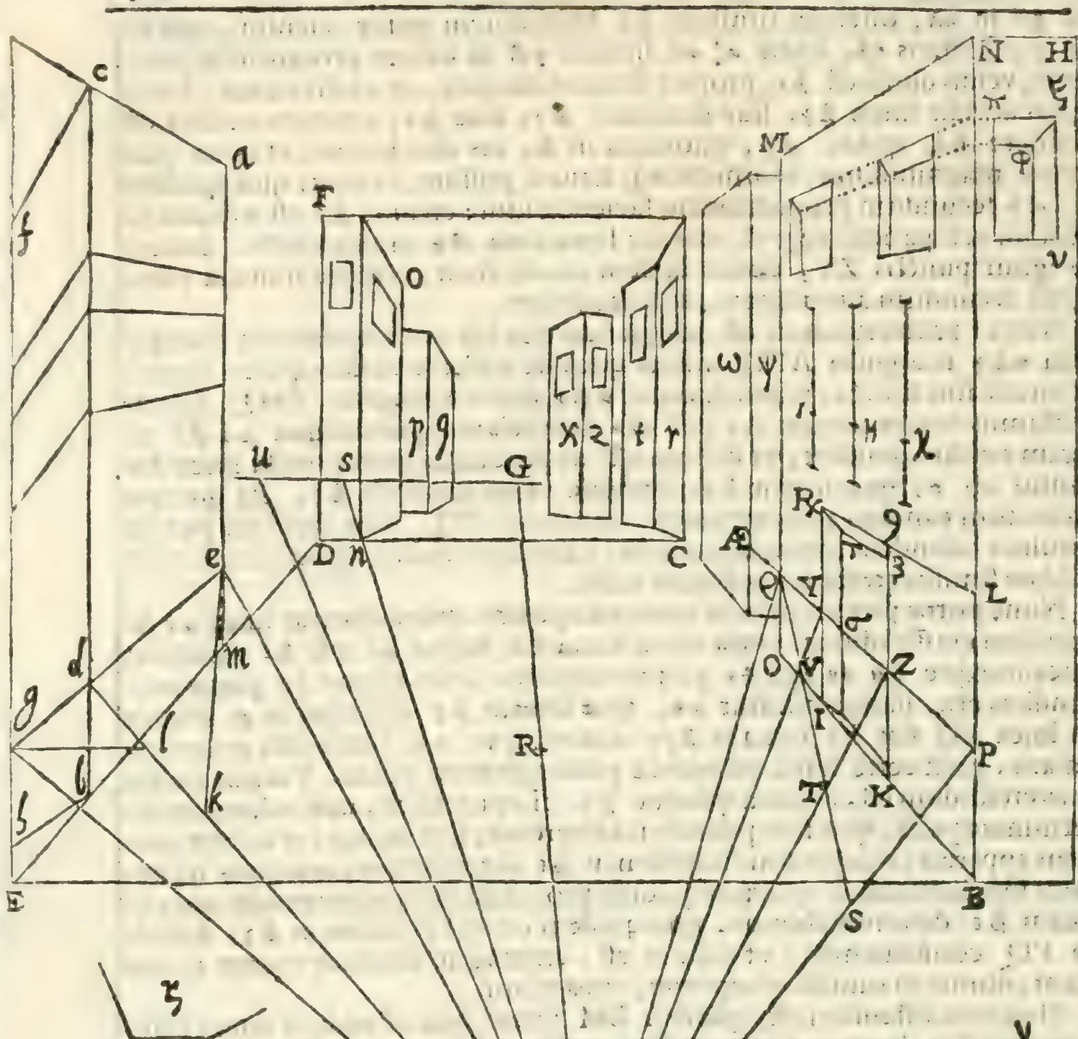
Neque prætereundum eſt, aliquando nos ob commoditatem triangulum $\kappa\beta\gamma$ triangulo APQ minus quoque efficere poſſe; oportet autem, vt interſe ſint ſimilia; veluti quoque $\kappa\delta\gamma$ ſimile triangulo ASQ. deinde poſſumus ducere lineam $\beta\epsilon$ ipſi $\delta\gamma$ parallelam, ipſarumque $\beta\epsilon$ $\delta\gamma$ alteram tantùm diuidere, vt dictum eſt; ac per diuiſionum puncta lineæ ducantur ab κ, quæ ſecent $\beta\gamma$; denique veluti diuiſa eſt $\beta\gamma$, ita quoque ſecundùm eandem proportionem diuidatur PQ; quæ quidem puncta ſimiliter oſtendent rerum latitudines; cæteraque eodem modo fiant; omniaque ſimiliter rectè repræſentata erunt.

Nunc portæ profunditatem inuenire oportet. quare ducatur linea $\mu\nu$ ſecundùm craſſitudinem portæ repræſentandæ; ſitque $\mu\nu$ ipſi $\beta\epsilon$ parallela; ducanturque $\zeta\mu$ $\theta\nu$ ipſi $\beta\epsilon$ perpendiculares; linea vtique $\zeta\mu$ portæ profunditas erit. itaque ducatur $\mu\kappa$, quæ lineam $\beta\gamma$ diſpeſcat in ρ; deinde in linea PQ fiat Yσ ęqualis $\lambda\rho$; ducaturque $\sigma\tau$ horizonti perpendicularis. patet certè hanc oſtendere profunditatem portæ. Verùm neque prætereundum eſt, in linea quoque $\beta\epsilon$, ſi opus fuerit, nos columnas determinare poſſe, quæ ſiue parietibus adhęreant, ſiue minùs (vt ſcilicet porticus appareat) aliaque ſimilia itidem in $\beta\epsilon$ determinare poterimus ſecundùm ſuas latitudines. quarum quidem profunditates eodem modo iuxta lineam $\beta\epsilon$ determinabimus. quæ quidem omnia primùm in $\beta\gamma$, deinde in PQ conſtituemus; vt dictum eſt; cæteraque ſimiliter eodem modo fiant; nimirum omnia, vt oportet, apparebunt.

Hactenus oſtenſum eſt, quòd in BM lineæ, quæ oſtendunt lineas horizonti erectas, horizonti perpendiculares ſunt ducendæ; vt K9; quæ verò lineas horizonti, ipſique AG parallelas oſtendere debent, ſecundùm lineam AG ſunt ducendæ, vt 9℞. In BH verò (vt dictum eſt) quę oſtendunt lineas horizonti perpendiculares, horizonti itidem perpendiculares ſunt ducendæ, vt $\xi\upsilon$; quæ verò oſtendunt horizonti, & ipſi plano BH parallelas, ducendę ſunt horizonti ſimiliter parallelæ, vt $\xi\varpi$.

Præter has autem inueniendum eſt, quomodo ſint ducendæ lineę in BH, quæ oſtendant lineas horizonti, nec non ipſi AG quoque parallelas; quę quidem ſunt plano BH erectæ. quod vtique fiet hoc modo. nempe inueniatur in AG punctum R, quod ſit in plano BH; quod quidem fiet, ſi à quocunque pũcto in linea BN ſumpto, ducatur linea ad AG perpẽdicularis, quæ intelligatur pertingere in R. nimirum hæc linea in plano BH exiſteret. quia huic lineæ, planoque BH linea AR perpendicularis eſſet. Cùm igitur ſit punctum R in plano BH; erit punctum R punctum concurſus omnium linearum, quæ ſunt horizonti, & ipſi AR parallelæ. quare huiuſmodi lineæ ad R ducendæ ſunt; vt $\xi\phi$, quę repræſentabit craſſitudinem feneſtræ, quæ intelligitur plano BH erecta. Quod tamen abſque puncto R quoque fiet. nempe aſpiciatur ξ per lineam AG, immotoque oculo, ducatur $\xi\phi$, ita vt vna, & eadem linea appareat cum AG; eritque inuenta $\xi\phi$; hoc namque modo $\xi\phi$ tendit in R. quod quidem ex antedictis manifeſtum eſt. *Ex 1. Cor. 32. primi huius.*

Inuenien-


c
a
f
F
O
N
H
M
ω
ψ
p
q
X
z
t
r
χ
u
s
G
D
n
C
Æ
R
L
e
d
m
g
l
h
k
P
T
K
E
B
S
y
A
X
z
4
ε
γ
λ
μ
θ
x
r
β

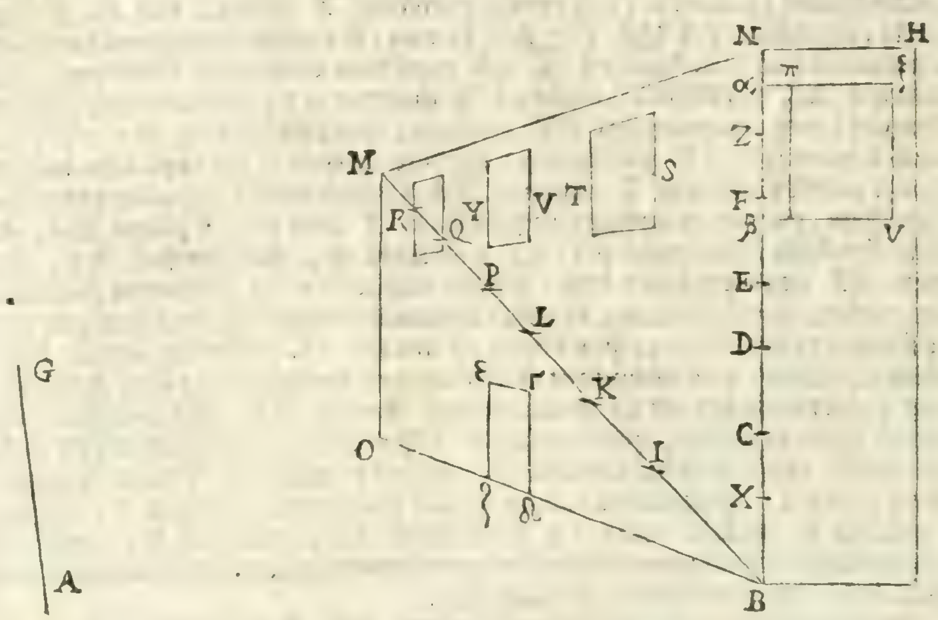
Inueniendum est præterea quoque, quomodo repræsentandæ sint lineæ in BM, quæ ostendant lineas horizonti, ipsique BE; hoc est plano BH parallelas, quæ quidem erunt tanquam ipsi AG perpendiculares; & apparebunt tanquam ipsi BM erectæ. Itaque ducatur ab A linea AX horizonti, & plano BH, hoc est ipsi BE ęquidistans; quod fiet, si GAX fuerit angulus rectus. Itaque si producatur AX, donec plano BM (producto scilicet) occurrat (erit vtique punctum X in linea PQ ex P producta, siquidem PA QA PQ AX in vno, & eodem sunt plano horizonti parallelo) manifestum est X esse punctum concursus linearum, quæ sunt ipsi AX parallelæ. si igitur ad X ducatur ℞τ, ostendet hæc profunditatem portę tanquam ipsi BM erectam; quandoquidem ℞τ repręsentabit lineam ipsi AX parallelam. At verò quoniam persæpè actu inueniri non potest punctum X in plano BM propter multa impedimenta superiùs allata, propterea intelligatur punctum X non esse in plano BM; deinde similiter aspiciendo per AX punctum ℞, ducaturque ℞τ, quæ cum AX appareat linea vna, tendet vtique ℞τ in præfatum punctum concursus; quod quidem, vt antea demonstrabitur. inuentaque erit portæ similiter profunditas, quæ vsque ad lineam στ. peruenire debet. quod idem fiet lineis, quæ ostendunt crassitudinem fenestrarum plani BM. Neque prætereundum est ad inueniendam lineam ℞τ, nos omnibus alijs modis supra expositis, quibus lineam PQ inuenire ostendimus, vti quoque posse; quod & in huiusmodi alijs efficere poterimus. Vt autem omnes lineæ portæ I 9 inueniamus, cum sit iam inuentum punctum τ; si igitur à puncto τ ducatur linea τ3 secundùm AG, quæ ipsi ℞9 apparebit ęquidistans; erunt lineę in superiori parte portę apparentes inuentę. quod idem fiet in inferiori parte. & ita in alijs.

1. Cor. 32. primi huius.

Quod autem spectat ad diuisionem plani BM, si propositum fuerit diuidere BM lineis horizonti perpendicularibus, quę ostendant planum in duas ęquales partes diuisum, deinde in quatuor, & sic deinceps, ducantur diametri BM ON occulti, & vbi se inuicem secant, vt in κ, ducatur linea horizonti perpendicularis; & quoniam BNMO (vt ostensum est) parallelogrammum repræsentat, patet diametros parallelogrammi apparere in lineis BM ON, si ductæ fuerint. Vnde parallelogrammi medium apparet in κ: si igitur intelligatur linea κ vsque ad NM BO pertingere, quę sit horizonti erecta; linea vtique horizonti perpendicularis, quæ transit per medium parietis domus repræsentandæ, apparebit in hac linea κ, horizonti similiter perpendicularis. Quare eadem ratione horum quadrilaterorum diametri ducantur, quæ se inuicem secent in ιχ, à quibus similiter perpendiculares horizonti ducantur vsque ad NM BO; ob eandem caussam, lineæ, quæ diuidunt parallelogrammum parietis repræsentandi in quatuor partes ęquales, apparebunt in χκι. si vero diuidere voluerimus planum BM per diuisiones impares, primùm has inueniemus in linea βε, lineisque ductis ad κ secabimus lineam βγ, & secundùm has diuisiones diuidemus PQ; denique ab his punctis ducemus lineas in BM horizonti perpendiculares; eritque sanè paries BM diuisus, vt propositum est. quæ quidem ex dictis perspicua sunt.

Si autem planum BM per apparentes lineas horizonti, & ipsi AG parallelas diuidere voluerimus, diuidatur BN quomodocunque libuerit, ac per diuisiones secundùm AG lineæ ducantur, vt diximus, planum quidem BM diuisum apparebit, vt propositum fuerit.

Præterea parietem BM secundùm quamlibet diuisionem expeditè secundùm apparentiam diuidetur ea methodo, qua in quatro libro propositione trigesimatertia, & trigesimaquinta vsi fuimus; vt exempli gratia.



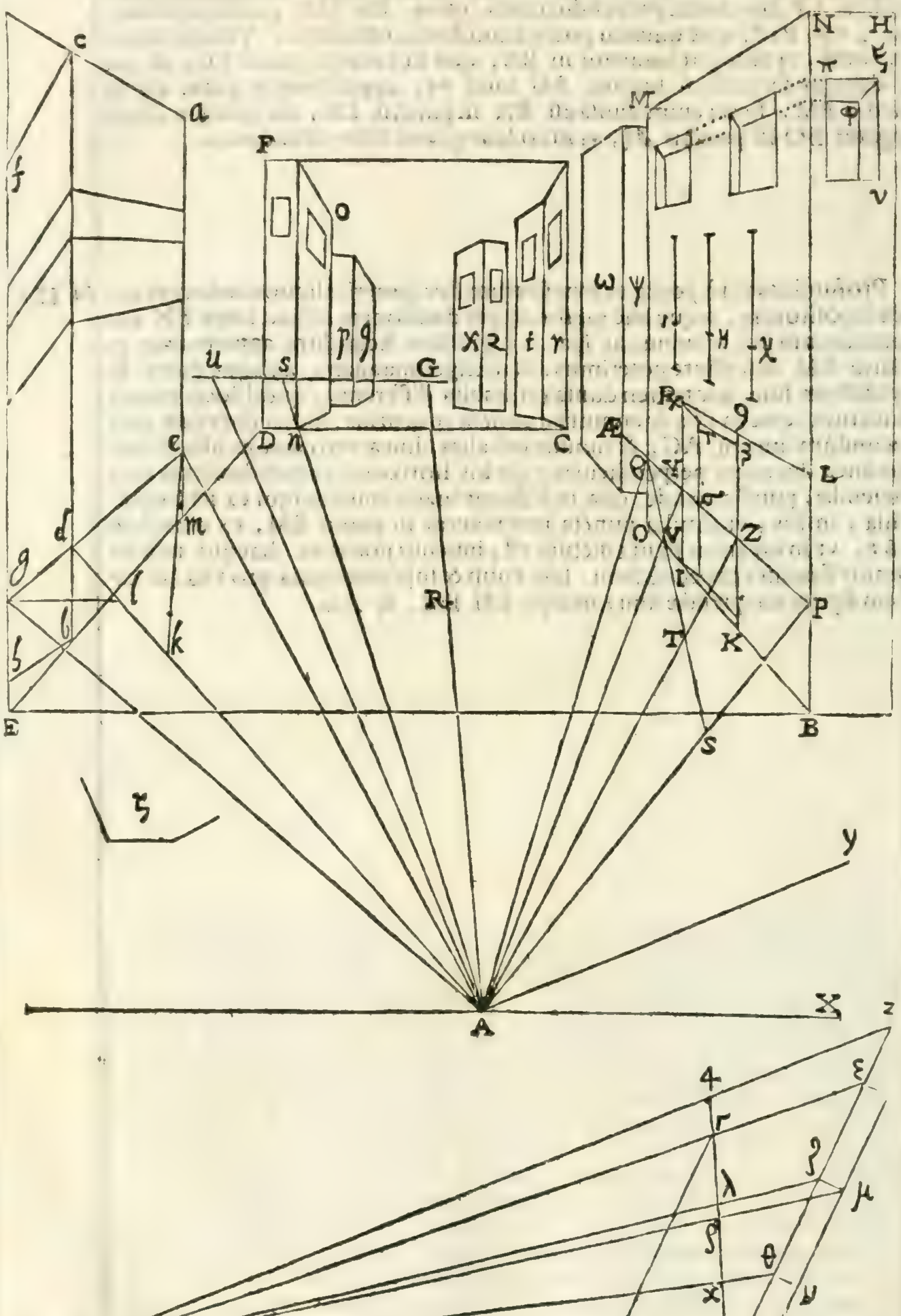
Sint ijdem parietes BH BM, vt antea, oporteatque in BM tres fenestras describere, quæ interse appareant æquales, & in eadem altitudine ipsius υæ; insuperque interualla inter fenestras existentia appareant quoque equalia; iungatur BM, deinde diuidatur linea BN in XCDEFZ; ita vt tres XC DE FZ sint interse equales; sintque interualla BX CD EF ZN similiter equalia; & à punctis XCDEFZ lineæ ducantur secundùm lineam AG, quæ in punctum concursus tendent; quæ quidem secent lineam BM in IKLPQR; à quibus horizonti perpendiculares ducantur, veluti si ducerentur lineæ ex I in S, &c. vt IS KT LV PY Q, & R; quæ latitudines fenestrarum ostendent. Deinde producatur ξæ in α, sitque αβ altitudo fenestræ in linea BN; à punctisque αβ ducantur secundùm lineam AG lineæ, quæ secent lineas ST VY QR; apparebunt vtique tres fenestræ interse equales; interuallaque inter fenestras itidem æqualia. quæ quidem omnia ex trigesimaquinta quarti libri huius perspicua sunt.

Portam quoque in medio parietis BM apparentem collocabimus, si BN diuidatur, putà in DE; ita vt BD sit equalis EN. hoc namque modo erit DE in medio lineæ BN. Deinde similiter à punctis ED secundùm lineam AG ducantur lineæ, quæ secent lineam BM in LP; & à

punctis

punctis LP horizonti perpendiculares, ipsisq; BN OM parallelæ ducantur Lγδ Pεζ; quæ quidem portæ latitudinem ostendent. Verùm altitudo portæ, vt antea, terminetur in BN; quæ sit exempli gratia BC; ac per C ducatur secundùm lineam AG linea γε; apparebitque porta δε in medio BM. sicuti enim diuisa est BN in punctis DE, ita quoque diuisa apparet BO in punctis δζ, vt in eodem quarto libro ostendimus.

Profunditas verò portæ, ac fenestrarum fieri poterit aliquo modorum antea expositorum. atque hac methodo per diuisionem scilicet lineæ BN columnas cum suis arcubus, ac spacijs æqualibus secundùm apparentiam in plano BM describere poterimus. vt in trigesimaquarta, alijsque quarti libri dictum fuit. hac tamen duntaxat habita differentia, quòd loco earum linearum, quæ in illis ducuntur ad puncta concursus, in his ducendæ sunt secundùm lineam AG, & huiusmodi alias. lineæ verò quæ in illis sectionis lineæ ducuntur perpendiculares, in his horizonti perpendiculares sunt faciendæ. puncta deinde, quæ in sectione in illis inueniuntur ex ichnographia, in his, vt similia puncta inueniantur in plano BM, ex triangulo αβγ, vt in superiori figura dictum est, inueniri poterunt. hacque ratione omnia similiter expeditè fient. hæc enim & superior figura pro vna, & eadem figura accipiendæ sunt; nempe BH BM, & AG. In 33

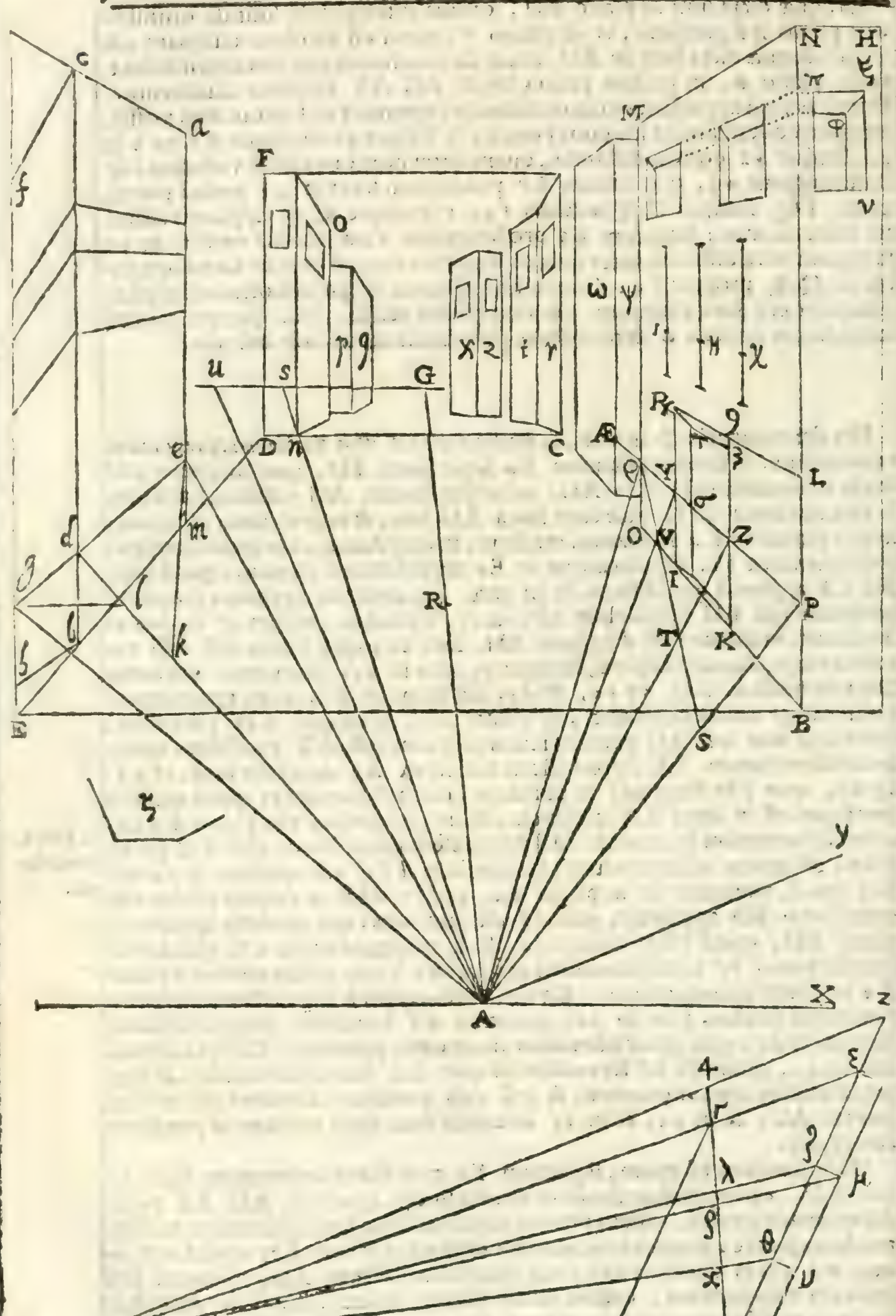


c
a
f
F
o
N
H
M
ω
ψ
u
s
G
p
q
D
n
C
Æ
L
e
d
m
g
l
R
O
V
Z
I
P
k
T
K
E
S
B
y
X
A
z
4
r
λ
μ
θ
x
ß

Ea, quæ dicta sunt de plano BH, omnia intelligenda sunt de omnibus alijs planis ipsi parallelis, vt de plano ✝, quod est similiter tanquam alia sectio. & quæ dicta sunt de BM, etiam de huiusmodi alijs intelligenda sunt, vt de plano ω. in quibus praxes lineis AG AX similiter absoluentur. Inter has verò apparentes domos distantia (quamuis ad libitum fieri possit) attamen eodem modo inueniri poterit, vt scilicet protrahatur βε ex ε in 2, fiatque ε2 çqualis distantiæ, quam inter domos existere volumus; deinde iungatur α2, quæ lineam βΓ productam secet in 4; postea producatur PQ; fiatque QÆ æqualis Γ4; erit vtique QÆ apparens distantia inter domos; siquidem βε pro latitudine veræ domus existit; & ε2 tanquam vera distantia inter domos sumitur; quippe quæ in scena apparebit in QÆ propter Γ4. Itaque ab Æ linea erigatur horizonti erecta; nimirum erit hæc parietum ✝ω communis sectio. Hac quoque ratione latitudinem parietis ω determinare poterimus; & huiusmodi alia.

His determinatis, si in vno, & eodem plano duo parietes repræsentare voluerimus, sit similiter planum Ea super linea ED, quæ in plano BD ducta sit secundùm lineam AG; ita vt per lineam AG videndo punctum E ducatur linea ED, quæ cum linea AG vna, & eadem linea appareat; sitque planum Ea horizonti erectum, in quo ducatur horizonti perpendicularis linea bc. Oporteatque in Ec repræsentare planum, quod ipsis BH CF appareat çquidistans; & in parte ba oporteat apparens planum, tanquam ipsi BM parallelum ostendere. Primùm quidem in ba lineas ducemus, vt dictum est de plano BM; hoc est, quæ lineas ipsi AG parallelas repræsentare debent, sumptis punctis in bc, vbicunque ducantur lineæ secundùm AG, vt cq, & de. sed in parte Ec, cùm repręsentare voluerimus lineas horizonti, & plano BH, lineæque CD parallelas, quoniam sunt ipsi AG perpendiculares, erunt ipsi AX parallelæ. quare secundùm lineam XA (productam scilicet ex A) ducendæ sunt, vt cf dg bh, quæ (vt diximus) in punctum concursus tendent; quod quidem punctum est in linea XA producta, & in eo puncto, vbi plano Ea occurrit. lineæ enim hoc modo ductæ repræsentabunt lineas ipsi XA parallelas. est autem aduertendum, triangulum bEb esse quidem in pariete bc; quod, quamuis sit in plano Ec, tamen bbE in eodem plano esse cum plano BD apparebit; quia bb est terminus, qui quidem apparet in plano BD. quod idem dicendum est de triangulo supra cf, quod quidem in plano bf existere minimè apparebit. Vnde ipsum auferre à plano Ea non erit inconueniens. Cætera verò, nempè quæ ostendunt lineas horizonti erectas, tam in ba, quàm in bf horizonti perpendiculares sunt ducendæ. quæ igitur ostendunt horizonti, planoque BH parallelas, tam in ba, quàm in bf secundùm lineam XA sunt describendæ. & quę repræsentant lineas horizonti, & ipsi AG parallelas, similiter secundùm lineam AG, & in ba, & in bf lineandæ sunt; quia tendunt in punctum concursus. 1. Cor. 32. primi huius.

Obseruandum est etiam, si planum Ea non fuerit collocatum super linea ED, oporteretque similiter ducere lineas, quæ ipsis AG AX çquidistantes apparerent, eadem prorsus constructione omnia similiter eodem modo apparere. tantùm hoc aduertendum est in plano Ea, quòd loco lineæ mb altera ducenda erit linea secundùm lineam AG. vt omnia sibi inuicem respondeant. eadem enim ratione lineæ secundùm AG AX ductę in puncta concursus tenderent, quę quidem omnia in alijs planis obseruari poterunt.


N
H
M
F
O
u
s
G
D
C
E
B
A
R
L
P
K
T
S
Z
X
y
z

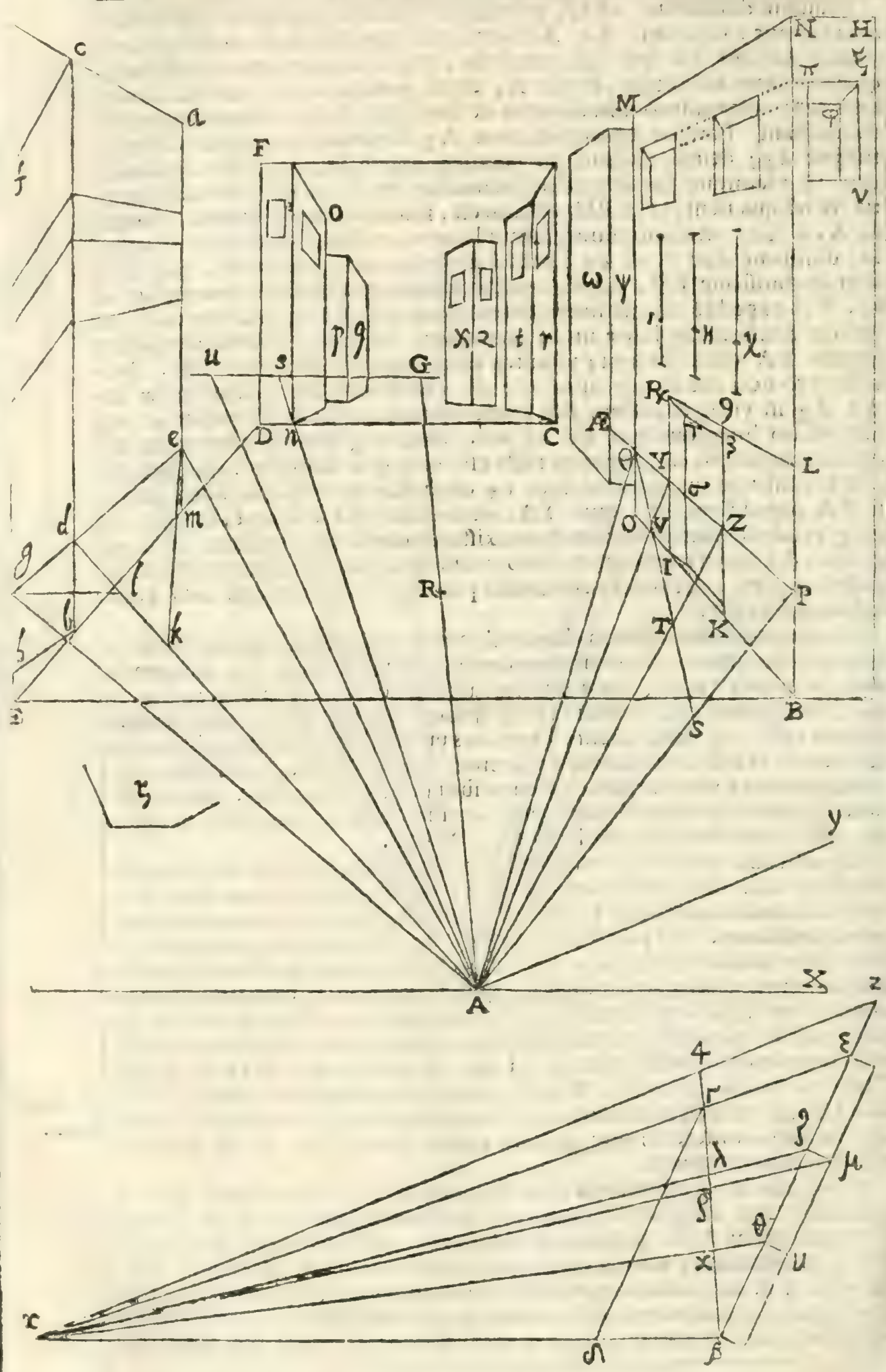
Vt autem diuidamus *ab bf*, primùm, vt res secundùm suas latitudines inueniamus, ducantur A*e* A*d* horizonti ęquidistantes; ductaque *ed*, deinde ducatur *e*k ipsi AG parallela, quę horizonti erit ęquidistans, quæ diuidatur ad libitum, & per A, & per puncta in *e*k inuenta secabimus *ed*; quemadmodum diximus de lineis QS PQ; cæteraque eodem modo fiant. Parique ratione ducatur A*g* horizonti ęquidistans; iungaturque *dg*; deinde ducatur *gl* parallela ipsi CD, vel XA; diuidaturque *lg* vtcunque; simili modo inueniemus ex A in *dg* puncta apparentia; & reliqua fient, vt in BM dictum est. siue ob commoditatem triangula A*ed* A*dg* in alium transferantur locum, vt factum fuit *αβε* triangulo; diuisionesque in *ed dg* faciliter inueniemus; cætera verò, quæ dicta sunt de diuisione BM, omnia eodem modo inueniemus quoque in *ab bf*. Vel expeditè omnia inueniemus etiam diuidendo primùm *bc*, ex quibus diuisionibus lineæ in *ba* secundùm AG, in *bf* verò secundùm lineam XA ducendæ sunt; vt antea dictum est de diuisione BM. Nouisse verò non erit inutile lineas *de dg* esse in directum; cùm lineæ A*e* A*d* A*g* in vno, & eodem sint plano horizonti parallelo; veluti in vno sunt plano lineę quoque E*f* *bc ma*. vnde *edg* horum planorum erit communis sectio. ac propterea recta est linea, quæ horizonti quoque parallela existit; in qua quidem linea *eg* est punctum concursus linearum ipsi XA ęquidistantium. quia XA, dum plano E*a* occurrit, in linea *eg* ex *g* producta concursus punctum existere necesse est; siquidem XA *eg* in vno, & eodem reperiuntur plano, veluti quoque ob eandem causam in eadem *ge* ex *e* producta concursus punctum linearum ipsi AG ęquidistantium existit.

Ob commoditatem autem lineandi, atque pingendi, inuentis lineis *ca bm*, *cf bh*, atque *eg*, oportunum erit transferre planum E*a* in alium situm, in quo ex vtraque parte tantum adsit spacium, vt ductis *ca bm* lineis, simul conuenire possint; veluti quoque ductis *cf bh*, quę quidem omnes cum *eg* conuenient. ex quibus punctis filis, seu funiculis in ipsis collocatis, vt fieri solet, lineas apparentes summa facilitate describemus. puncta enim ex vtraque parte inuenta, sunt puncta concursus. cùmq; planum E*a* suo loco repositum fuerit, omnia oculo apparebunt, vt oportet. quod idem fieri poterit plano BM, & alijs.

Quòd si E*a* transferri non potest, plurimas poterimus in *ba* lineas secundùm AG deletiles ducere, & in *bc* itidem multas secundùm XA, quę inducendis lineis, quę horizonti parallelæ apparere debent, summopere conducent. Vel potest etiam diuidi *bc* in multas partes ęquales, & in totidem diuidere latera *ma bf*, vt cùm opus fuerit possimus à punctis sibi conterminalibus lineas ducere, quæ in sua puncta concursus semper conuenient; siquidem fiunt semper triangula similia. est enim semper *am* latus basi *bc* ęquidistans; amboque secundùm eandem proportionem diuisa; quandoquidem est sicut *bc* ad *bd*, vt *am* ad *me*, & vt *fh* ad *hg*. Vnde *ca de bm* in vnum, & idem punctum conuenient, veluti *cf dg bh*. His ita, vel alijs modis in hunc vsum assumptis, omnia præsenti negocio multum conferent; quę quidem omnia planis BM, *ω*, & similibus alijs deseruire poterunt. 22. primi huius.

Nunc autem consideranda sunt ea, quæ in CF describenda sunt. & quoniam AG est ipsi CF erecta, & horizonti parallela, & est planum CF ęquidistans BH, primùm in plano *n*F, quod parietem ostendet ipsi BH ęquidistantem, omnia describenda sunt, vt dictum est de ipso BH. At verò si in *no* alterum parietem repræsentare voluerimus, qui ad rectos angulos appareat cum *n*F, omnia in *no* sunt lineanda, vt in BM, & *ba* dictum fuit. parique ratione in *n*F, & *nσ*, ea, quæ sunt horizonti

erecta,



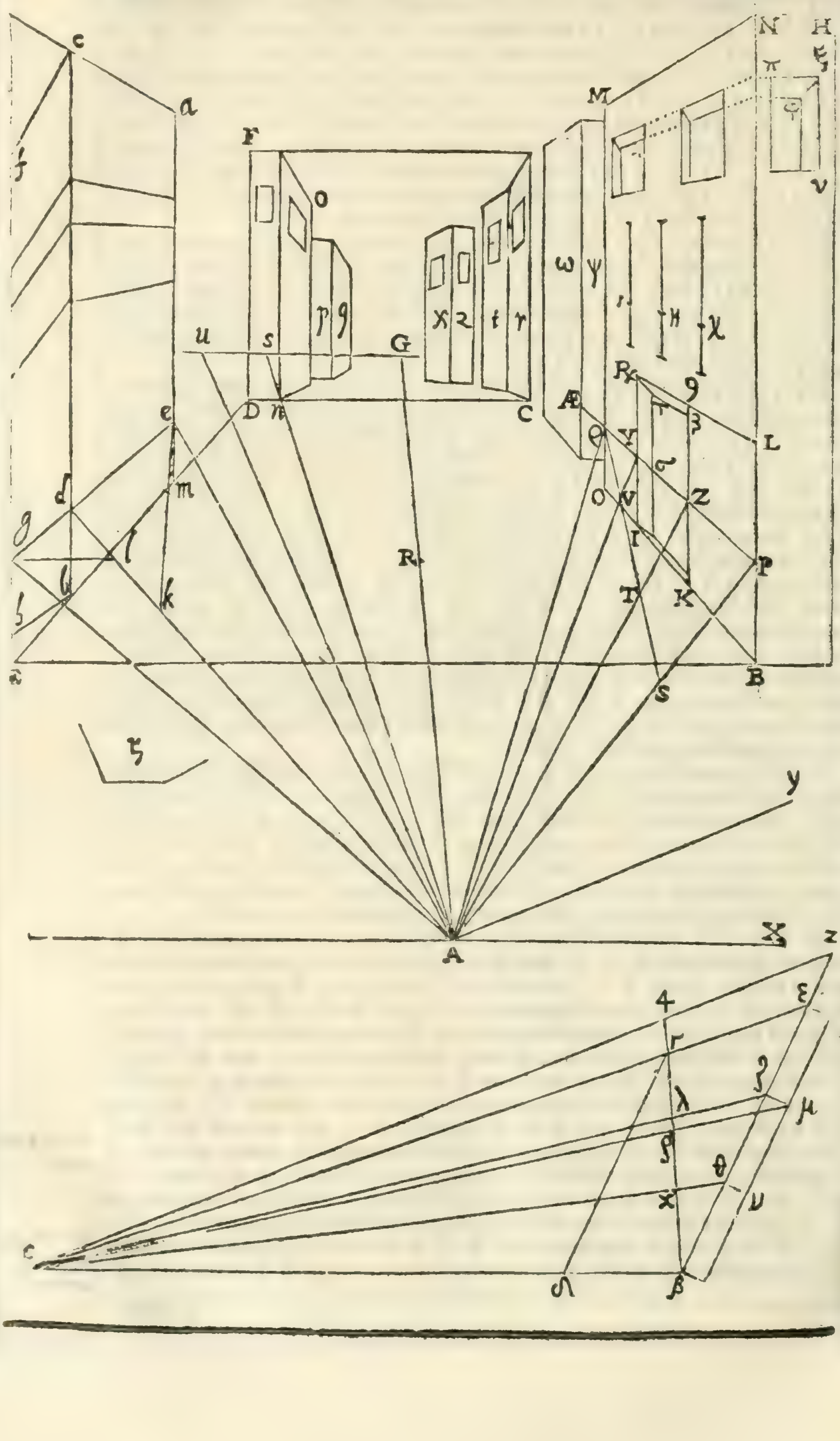
erecta, similiter horizonti perpendiculariter facienda sunt. & quæ sunt horizonti, & plano *nF*, ac per consequens ipsi AX parallela, in *nF* ducenda sunt ipsi CD, ac horizonti parallela, similiterque in *no* secundùm lineam XA sunt lineanda. ea verò, quæ sunt horizonti, & AG parallela, tam in *nF*, quàm in *no* ad punctum G ducenda sunt, tanquam ad proprium punctum concursus. hoc namque modo ducta erunt secundùm lineam AG. eademque prorsus ratione lineandum est planum *p*, vt *nF*, sed *q*, vt *no*. quæ quidem omnia ex ijs, quæ dicta sunt, perspicua sunt. Quæ verò ad diuisiones spectant planorum *no q*, fiet, vt dictum est de lineis PQ *de*, ac de planis BM *ba*.

Ex his omnibus, quæ hucusque dicta sunt de scenis, perspicuum est, omnes lineas, quæ horizonti, & ipsi AG sunt parallelæ, in omnibus planis, hoc est in BD, BH, BM, ψ, α, *ba*, *bf*, CF, tanquam in sectionibus, secundùm lineam AG rectè repræsentatas esse; omnes verò lineas, quæ sunt horizonti, & ipsi AX parallelas, secundùm lineam AX in omnibus similiter planis esse rectè lineatas.

Hæc enim ex superioribus manifesta sunt. quia tamen in plano BH (veluti quoque in *nf*, & huiusmodi alijs) lineæ, quæ sunt horizonti, planoque BH parallelæ, absque linea XA antea ductæ sunt horizonti parallelæ, vt ξϖ; tamen quoniam XA est æquidistans plano BH, & horizonti, erit XA ipsi quoque ξϖ equidistans. quare si per XA aspiciamus ξϖ, apparebunt linea vna. si igitur ducatur linea ξϖ secundùm lineam XA, linea vtique ξϖ rectè ducta erit, quæ lineam horizonti equidistantem repræsentabit. Pariq; ratione, quoniam AX est parallela plano BD, idcirco lineæ CD BE, & aliæ ductæ secundùm lineam AX ostendent in plano BD lineas horizonti, & ipsi AX parallelas. Quando autem AX non est plano alicui parallela, vt plano BM, tunc lineæ ductæ secundùm lineam AX, ostendent lineas ipsi AX, & horizonti parallelas, quoniam tendunt in punctum concursus, vt dictum est. Quæ quidem omnia accidunt lineis horizonti, & ipsi AG parallelis secundùm lineam AG ductis. quia semper tendunt in punctum concursus, quandoquidem AG alicui plano equidistans minimè existit.

Ex dictis manifestum apparet, ob describendas has præfatas lineas in his pluribus planis, quæ sunt tot sectiones, necessarias esse ambas lineas AG AX, quamuis nonnulli fortasse sola AG perspectiuam in scenis perficere posse crediderint; cùm omnes lineas in vnum punctum principale concurrere ipsis visum fuerit, quod vtique eis contingit, quia proprium officium punctorum concursus minùs intellexerunt. Vt autem eorum munus adhuc magis elucescat, alia quoque consideranda occurrunt.

Vt si in CF parietes aliquot repræsentare voluerimus, quæ non in directum appareant, vt *no q*, qui quidem in directum apparent; quia, cùm sint in eodem plano CF, omnes lineæ, quæ supra, & infra parietes terminant, & aliæ, quas intelligimus repræsentare lineas ipsi AG parallelas, in idem punctum G concursus tendunt. Itaque vt inueniamus, quomodo non in directum appareant, ducatur primùm paries *r*, qui quidem respondeat ex aduerso parieti *no*; hoc est in *r* omnes lineæ, quæ repræsentantur ipsi AG parallelæ, ducantur ad G; deinde ducatur G*f* in plano CF horizonti equidistans; & ab A ducatur A*f*, quæ quidem erit horizonti equidistans, quæ fiat quoque æquidistans parieti, quem in scena repræsentare intendimus; deinde alter exponatur paries *t*, in quo omnes lineæ, quæ ostendunt lineas horizonti, & ipsi A*f* parallelas, ducantur ad *f*; quippe quæ ductæ erunt ad punctum concursus; vt sæpè ostensum est. *Ex 2. vndecimi.* Deinde adhuc altera ducatur linea A*u*, & horizonti æquidistans, & parieti repræsentando itidem parallela; erit certè *u* in linea quoque G*f*; si- *Ex 28. 29. primi huius.*


c
a
F
M
N
H
f
O
ω
ψ
p
q
X
Z
t
r
u
s
G
D
n
C
e
Æ
L
d
m
O
V
Z
g
l
I
R
P
b
k
T
K
B
S
y
A
X
z
4
ε
λ
μ
θ
x
β

quidem omnes lineæ AG A*u* G*f* horizonti sunt parallelæ. quare paries describatur *x*, ita vt lineæ, quæ ostendunt lineas horizonti, & A*u* parallelas, omnes tendant in *u*. proculdubio parietes *rtx* in directum non apparebunt, quoniam ad puncta concursus diuersa lineæ ductæ sunt; ac paries quidem *r* ipsi AG, *t* verò ipsi A*f*, & *x* ipsi A*u* æquidistans apparebit.

Præterea si parietem aliquem, vt *z*, statim lineare voluerimus, qui quidem appareat alteri, nempe *x* erectus, ducatur A*y* horizonti æquidistans, & ipsi A*u* perpendicularis; erit vtique A*y* in plano AG*u*. quare, cùm sit A*u*G angulus acutus (est enim AG*u* rectus) si producatur A*y*, cum *u*G conueniet; eritque hoc punctum punctum concursus omnium linearum ipsi A*y* æquidistantium. Quare cùm quandoque propter multa impedimenta (vt antea dictum est) hoc punctum actu inueniri non possit, ducantur in *z*, tanquam in pariete iuxta *x* collocato lineæ secundùm lineam A*y*, quas scilicet intendimus ostendere ipsi A*y* parallelas. nimirum parietes *xz* repræsentabunt parietes sibi inuicem erectos; quoniam lineas horizonti parallelas, & ad angulos interse rectos (vt dictum est) repræsentant propter lineas A*u* A*y*.

Ex 2. vndecimi.

Ex 1. Cor. 32. primi huius.

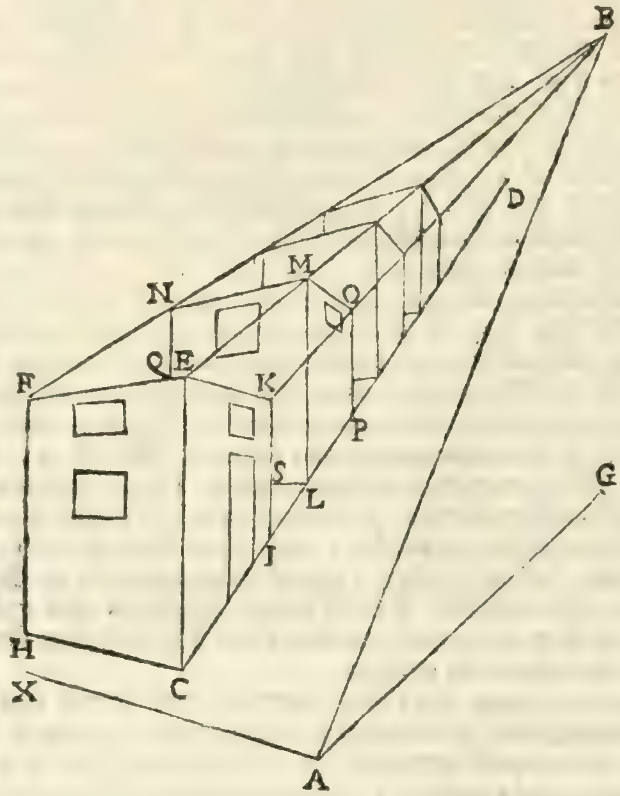
Hac quoque ratione, si secundùm lineas A*y* A*u* duxerimus lineas in alijs planis BH BM E*a*, & alijs, parietes aliarum domorum apparentes secundùm *xz* dispositè apparebunt. quod ad describendas, repræsentandasque domos secundùm varios situs erat quoque necessarium cognoscere. quod etiam multis alijs lineis loco ipsarum A*u* A*y* effici potest. Hoc namque modo, si opus quoque fuerit, parietes BM, & *a*, & alios in directum non existere, repræsentare poterimus. Hacque ratione varij diuersarum viarum situs repræsentari poterunt; veluti si multi domorum parietes vtrinque secundùm lineas AG, multique itidem alij secundùm A*u* delineati fuerint, vel alijs lineis; quod idem quoque in BM *a* E*a*, alijsque planis effici poterit. Neque enim propterea hoc videri debet inconueniens, quia non omnes viarum situs sibi inuicem semper æquidistant, vel ad angulos rectos existunt.

Itaque cùm in ijs, quæ dicta sunt, omnia repræsentata sint tanquam ad rectos inuicem angulos, vt in parietibus factum est, tamen si aliqua vel in angulo acuto, vel obtuso repræsentare voluerimus, fiant *y*A A*u* non ad rectum angulum, sed acutum, vel obtusum, nempè secundùm quem intendimus parietes repræsentare, & secundum has lineas ducemus lineas in præfatis planis, tanquam in sectionibus, apparebunt sanè parietes inuicem, vel in angulo acuto, vel obtuso, vt propositum fuerit. quod alijs quoque lineis fieri poterit.

Quod si domus repræsentanda fuerit in situ pentagono, vel hexagono, siue alio modo, fueritque opus repræsentare huius domus parietes, qui sint in angulis vt ⅄, ducantur ab A lineæ lineis ipsius ⅄, & horizonti parallelæ, quæ sint A*u* A*x* A*y*, deinde secundùm has lineas describamus in CF, vel in alio plano lineas apparentes, vt dictum est, nimirum parietes apparebunt, vt propositum est.

Cognitis igitur quomodo secundùm varias positiones possumus apparentes lineas describere; ea quoque, quæ sunt rotunda, vt rotundum templum, repræsentare poterimus, nempè comprehendendo ea lineis rectis, quæ rotunditatem contingant, repręsentandoque has lineas rectas, vt antea diximus, rotunda quoque ostendemus.

Ex his patet in plano CF omnes apparentes lineas horizonti parallelas, vel esse horizonti æquidistantes, vel habere puncta concursus in linea per *f*G ducta horizonti æquidistante, & ex vtraque parte in infinitum producta. Quoniam autem hucusque verba tantùm fecimus de lineis siue horizonti perpendicularibus, siue ipsi horizonti parallelis, ideo propter has parallelas ab A lineæ ductæ sunt semper horizonti ęquidistantes. At verò quoniam lineas horizonti inclinatas repræsentare aliquando est necesse, idcirco hoc exemplum quoque in medium afferre non erit inutile.



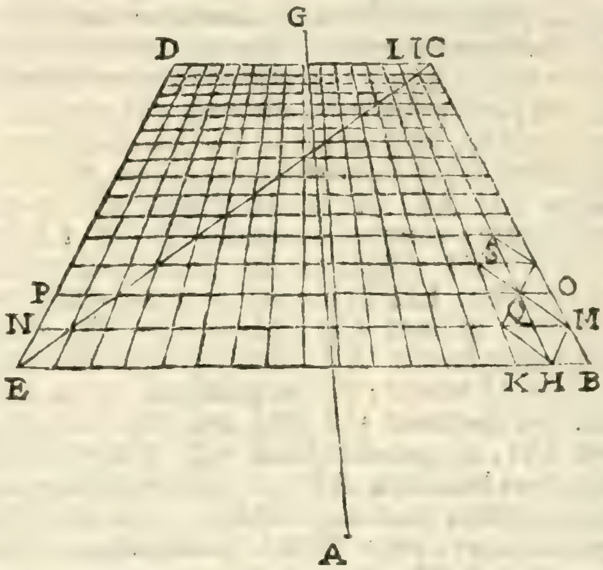
Veluti si plures domos ęquales in sectione aliqua repræsentare voluerimus, quæ quidem non sint constitutæ in plano horizonti parallelo, sed inclinato, quod exempli gratia sursum tendat; sit itidem oculus A, à quo in sectionem ducatur linea AB, ita vt AB sit parallela non solùm plano inclinato, verùm etiam lineæ inclinatæ, in qua sunt domus repræsentandę. Deinde similiter ducatur AG, quæ sit parallela lineis, quæ terminant superiores partes domorum, quæ quidem supponantur horizonti parallelæ, vt in pluribus accidit. vnde erit AG horizonti æquidistans. Deinde similiter ducatur AX horizonti æquidistans, ipsi verò AG perpendicularis. His ita constitutis, ducatur CD, quæ tendat ad B; eriganturque CE HF horizonti perpendiculares; fiatq; CE secundùm quamlibet altitudinem, quam scilicet intelligimus esse altitudinem domus apparentis; ducanturque CH EF secundùm lineam AX, intuitu scilicet, si AX cum sectione non conuenit propter aliquod impedimentum, vel quia eueniat AX sectioni parallela, essetque tunc CEFH parallelogrammum rectangulum, lineæq; CH EF horizonti parallelæ duci possent. Quòd si AX cum sectione conueniret, lineæ vtique CH EF ad X essent ducendæ; tanquam ad proprium punctum concursus. lineaque tunc à puncto G ad ipsum X ducta esset horizonti parallela. quæ quidem omnia ex dictis perspicua sunt. Primùm itaque superficies CF pro pariete deseruiet. quare ducatur IK horizonti perpendicularis, distansque à linea CE primùm vt libuerit. ducaturque EK, quæ tendat ad G. proculdubbio parietes CK CF ad angulos rectos apparebunt propter angulum KEF, qui rectus apparet propter lineas AG AX. vt ex dictis planum est. & quoniam æquales domos repræsentare volumus, ducantur EB FB KB, tanquam deletiles, deinde ducatur LM distans ab IK primùm secundùm quamlibet distantiam; quæ quidem LM sit horizonti erecta, quæ ipsis CE IK parallela existet; sitque L in linea CD, M verò in EB; deinde similiter ducatur MN secundùm lineam AX, sicuti quoque ducenda est LS; ducaturq; MO, quæ ad G tendat; sitque punctum N in linea FB, O autem in KB; denique ducantur OP NQ ipsi ML parallelæ; sitque punctum P in linea CD. Et quoniam lineæ CD KB ostendunt lineas interse parallelas, siquidem lineas ipsi AB parallelas repræsentant, lineæ verò PO IK ostendunt similiter lineas æquidistantes, quia repræsentant lineas horizonti perpendiculares, ergo POKI parallelogrammum repræsentat. quare PO æqualis ipsi KI apparet. Parique ratione demonstrabitur LM ipsi CE æqualem apparere, veluti quoque MO ipsi EK, & MN ipsi EF. quę quidem omnia ex dictis facillimè dignoscuntur. Vnde sequitur domum OLN domui KCF æqualem apparere. quod idem fiet in alijs. Fenestrę verò, quæ repræsentantur in parietibus CF LN, ea, quæ sunt horizonti erecta, similiter horizonti erecta describenda sunt, quæ verò sunt horizonti parallela, secundùm lineam AX lineanda sunt. quæ verò in parietibus CK LO sunt repręsentanda, similiter quæ sunt horizonti erecta, horizonti erecta sunt lineanda, sed quę sunt horizonti parallela, ad punctum G tendere debent; ad quod per consequens tendere debent superiores portarum termini. Porrò diuisionem parietum CK LO, & reliquorum, veluti quoque distantiam inter lineas CE IK, & inter IK LM, &c. inueniemus, vt antea dictum est de diuisione parietum, siue triangulis separatis, siue alijs modis, vt docuimus. Quòd si accideret, vt EF sit ipsi EC perpendicularis, ac per consequens horizonti ęquidistans, CF esset rectangulum, & absque triangulis; alijsque diuidi poterit. in ipso enim res construuntur, sicuti sunt; vt antea diximus. quod idem fiet in alijs similibus planis.

Ex 29. primi huius.

Hac eadem ratione, si opus fuerit pręfatas ostendere domos, in plano horizonti inclinato constitutas, planum autem deorsum tendat; tunc conuerso modo fiet, eritque, putà linea AB horizonti parallela; AG verò erit ducta ęquidistans lineę, in qua intelligimus esse veras domos constitutas. Deinde similiter ducenda erit AX horizonti parallela, sed ipsi AB perpendicularis. & lineæ, quæ ductæ sunt ad B, ducantur ad G; & quæ tendunt ad G, ducantur ad B. cæteraque simili modo fiant; & factum erit, quod propositum fuerat.

Hinc perspici potest, quanta sit vtilitas, quantumque ad perspectiuam punctorum concursus cognitio vera conducat; quæ quidem maximam commoditatem pictotibus quoque præstare poterit. Nam dum in aliquo plano (vt plurimùm fieri solet) pingunt, si, vt necesse est, oculi situm determinant, auxilio linearum ex oculo ductarum facili negotio non solùm perspectiuas ostendere poterunt absque ichnographia, verùm etiam secundùm has quoque lineas multoties, & figuras disponere, figurarumq; multa lineare valebunt.

Postremo autem, si in plano BCDE, supra quod scena construitur, aliqua lineare voluerimus, ita vt horizonti parallela appareant; intelligatur similiter linea AG ducta, vt antea. primùmque diuidatur BE, siue CD in quotquot æquales partes libuerit; ducanturque lineæ HI KL, &c. secundùm lineã AG, vt dictum est; hæ quidem omnes lineæ in punctum concursus tendunt, vt ostẽsum est. quare lineas repræsentabunt horizonti, & ipsi AG equidistantes; vt antea diximus de lineis BC ED. Deinceps ducatur linea CE deletilis, quę omnes ductas lineas secabit; & à sectionum punctis ducantur lineę MN OP, &c. ipsis BE CD parallelę; nimirum omnia quadrilatera ostendent tot parallelogramma ęqualia, quorum latera sunt ipsis BE AG parallela. Primùm namque constat BCDE parallelogrammum horizonti parallelum ostendere; siquidem BE CD sunt parallelę; & BC ED parallelas reptęsentant. Quapropter diameter huius parallelogrammi horizontalis reprętentandi apparebit in EC, quę quidem diameter in plano horizontali à lineis ipsi AG parallelis in eadem proportione diuiditur, vt diuisum fuit latus BE. ergo huius diametri diuisiones apparebunt in EC, vbi scilicet à lineis HI KL, &c. diuiditur. Vnde lineę per diuisionum puncta ductę ipsi BE parallelę; vt MN OP; &c. tot parallelogramma vnà cum lineis BC HI KL, &c. repræsentabunt. siquidem in MN OP, &c. apparent lineæ existentes in parallelogrammo horizonti parallelo ipsi BE parallelæ; quæ quidem per dictas diametri sectiones transeunt.



Hinc etiam, si angulos quadrilaterorum connectemus, vt HM MQ, &c. alia quadrilatera HQ QS, &c. secundùm alium situm repræsentabimus. Huiusmodique alia multa alijs quoque modis inueniri facilè poterunt. sed de his satis.

SEXTI LIBRI FINIS.

Erratorum quorundam reſtitutio.

Pagina 2. verſu 32. Harum itaque ſtatus ¶ 47. 4. inæquales ¶ 71. 8. ipſius RE. ¶ 77. 11. & 12. æquealtum, quòd ſi à puncto X ¶ 81. 30. Inuentisque ¶ 112. 12. & GK æqualis GE ¶ 123. 3. ipſi EK ¶ 132. 9. ſupra BE ¶ 174. 26. ipſi GF ¶ 188. 6. priſmate ¶ 199. 18. collocatam ¶ 202. 1. ipſi AG ¶ 205. 22. plannm LQHF ¶ 232. 8. puncta GH ¶ 237. 26. ſimiliter lineam ¶ 239. 12. ABCD parallelogrammum ¶ 241. 8. cuius termini ¶ 244. 15. & 16. ducta PQ ad HF perpendiculari, nimirum ¶ 248. 6. ipſi MDO ¶ 258. TKG repræſentet; ¶ 259. 3. vmbra NRQ ¶ 270. 4. vigeſimamnonam ¶ 276. 14. rectus CA, ¶. 277. 14. terminos, qui in ¶ 289. 51. ipſi BC

REGISTRVM.

† ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZ,
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll
Mm Nn Oo Pp Qq.

Omnes duerni, præter †.

PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam,

M. DC.